

RICHARD TOMASSONE

SANDRINE CHARLES-BAJARD

LISE BELLANGER

**Discussion et commentaires. La planification  
des expériences : choix des traitements et  
dispositif expérimental**

*Journal de la société française de statistique*, tome 141, n° 1-2 (2000),  
p. 59-64

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_2000\\_\\_141\\_1-2\\_59\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_2000__141_1-2_59_0)

© Société française de statistique, 2000, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société française de statistique » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## DISCUSSION ET COMMENTAIRES

### La planification des expériences : choix des traitements et dispositif expérimental

Richard TOMASSONE<sup>1</sup>, Sandrine CHARLES-BAJARD<sup>2</sup>,

Lise BELLANGER<sup>3</sup>

*Les hommes sont ici-bas esclaves de leurs sens ; dans l'obscurité du monde de la matière, en perpétuel devenir, ils ne saisissent que les ombres ou de vagues reflets. Mais les modèles de ces ombres, mais la source lumineuse de ces reflets, leur demeurent à ce point inconnus qu'ils n'en soupçonnent même pas l'existence. Leur unique science – ou ce qu'ils appellent de ce nom – consiste à découvrir un certain ordre dans les apparences...*

PLATON, *Œuvres Complètes, la République*, tome IV, Garnier, Paris, 1950

L'article de Pierre Dagnelie vient à point pour mettre en évidence un certain nombre de problèmes liés à l'application de la Statistique. En étendant le champs d'application – pour simplifier en passant de la biologie à l'industrie – les statisticiens n'ont peut-être pas pris assez de précautions. La difficulté majeure d'étendre de manière abusive le domaine de validité d'un modèle ou d'une méthodologie n'a pas été suffisamment soulignée dans le domaine de la planification expérimentale, bien qu'elle ait été énoncée depuis bien longtemps dans des domaines connexes (voir par exemple Legay, 1973, 1993, 1997).

#### Estimation et précision

L'aspect sans doute le plus fondamental est que notre esprit a toujours tendance à se concentrer, dans un calcul statistique, sur l'estimation des paramètres d'intérêt sans leur associer de **manière impérative** leur précision. Certes, les bons enseignants de statistique donnent toujours des formules pour

---

1. Département de Mathématique & Informatique, Institut National Agronomique, 16, rue Claude Bernard, 75231 Paris Cedex 05, e-mail : rr.tomassone@wanadoo.fr

2. Université Claude Bernard – Lyon1, laboratoire de Biométrie - Biologie Evolutive, 43, Bd du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex, e-mail : bajard@biomserv.univ-lyon.fr

3. Département de Mathématiques, Université de Nantes, 2 rue de la Houssinière, BP 92208, 44322 Nantes Cedex 3, e-mail : Lise. Bellanger@math.univ-nantes.fr

les estimateurs et leurs variances et covariances associées, mais est-ce suffisant ? Insistent-ils assez sur le peu de valeur d'un estimateur si sa variance est élevée ? Montrent-ils assez les conséquences d'une piètre précision, même s'ils font un cours théorique sur les estimateurs de variance minimale ? Si nous posons la question, c'est que nous avons de sérieux doutes. D'autre part le consommateur, c'est-à-dire l'utilisateur des résultats statistiques, est-il conscient de la qualité des résultats ? Ne retient-il pas que la valeur de l'estimation ? Un exemple récent d'un sondage sur les personnalités aimées des français a fait rétrograder le jusqu'ici inamovible Abbé Pierre à la seconde place derrière notre champion olympique David Douillet. Le pourcentage entre les deux était infime : de l'ordre de moins de 1% pour un échantillon de moins de 1000 personnes. Nous n'avons jamais entendu dire dans les médias qui diffusaient cette nouvelle que l'ordre aurait pu être inversé si deux ou trois personnes avaient donné un avis différent ; sans doute parce que notre Société ne retient que le nom du premier et qu'il aurait été difficile de les classer *ex aequo*. Pourtant il doit exister des Français qui les aiment tous les deux !

## Le standard de référence

On oublie trop souvent qu'en statistique appliquée les résultats obtenus se réfèrent à une norme généralement baptisée  $\sigma^2$  ou à une autre quantité qui lui est proportionnelle. C'est le cas en analyse de variance quand on fait un test  $F$  ou quand on calcule le rapport de l'estimation d'un coefficient de régression à son écart type. Or le fait de ne pas avoir, en règle générale, de valeur connue de  $\sigma^2$  est un problème fondamental puisqu'il faut l'estimer de manière correcte. Sans cette estimation  $s^2$ , nous ne pouvons rien faire ! Encore faut-il avoir la possibilité de faire une estimation suffisamment précise, et certains plans expérimentaux ne le permettent pas.

Des ouvrages ou des articles présentent des exemples de *dispositifs saturés* dans lesquels il n'existe plus aucun degré de liberté pour la variabilité résiduelle : il y a autant de paramètres à estimer que d'unités expérimentales : il n'y a donc plus de variation résiduelle pour estimer la variance de l'aléa. Il s'agit plus d'une analyse algébrique de la variation que d'une véritable analyse statistique. L'inconvénient des modèles associés à ces dispositifs provient de ce qu'ils s'ajustent parfaitement aux données (il y a autant de paramètres que d'observations !), les résidus sont donc nuls, et aucune validation n'est possible avec les méthodes classiques. Un tel exemple est celui d'un plan factoriel à quatre facteurs sans répétition  $2^4$  ; les facteurs  $A, B, C$  et  $D$  sont à deux niveaux chacun et l'on a  $n = 16$  unités expérimentales. Les données proviennent de Daniel (1976) et elles ont été examinées par Torres (1993) ; elles sont fournies au tableau 1. Il est possible d'estimer les 16 paramètres du modèle complet :

- la moyenne générale  $\mu$ ,
- les quatre effets principaux  $A, B, C$  et  $D$
- les six interactions du premier ordre  $AB, AC, AD, BC, BD$  et  $CD$ ,

DISCUSSION ET COMMENTAIRES

- les quatre interactions du second ordre  $ABC$ ,  $ABD$ ,  $ACD$  et  $BCD$ ,
- l'interaction du troisième ordre  $ABCD$ .

S'il est possible d'estimer les 16 effets, il n'est pas possible d'estimer leur variance. Dans la décomposition de la variabilité totale, il apparaît que seuls les termes  $B, C, D, BC$  et  $CD$  représentent les parts les plus importantes des effets du modèle global. On peut essayer de n'introduire que les termes précédents ( $B, C, D, BC, CD$ ) et de refaire une analyse statistique plus conforme au schéma classique pour retrouver une variance résiduelle et pour estimer la signification des effets. Ici, une analyse fine des résidus réduits (possible puisqu'alors on sait estimer une variabilité résiduelle) permet même de se rendre compte que les interactions  $BC$  et  $CD$  peuvent disparaître grâce à une simple transformation logarithmique.

TABLEAU 1. - Données d'après Daniel (1976) reprises dans Torres (1993)..

-1 : niveau bas; +1 : niveau haut

A	B	C	D	Y
-1	-1	-1	-1	1,68
1	-1	-1	-1	1,98
-1	1	-1	-1	3,28
1	1	-1	-1	3,44
-1	-1	1	-1	4,98
1	-1	1	-1	5,70
-1	1	1	-1	9,97
1	1	1	-1	9,07
-1	-1	-1	1	2,07
1	-1	-1	1	2,44
-1	1	-1	1	4,09
1	1	-1	1	4,53
-1	-1	1	1	7,77
1	-1	1	1	9,43
-1	1	1	1	11,75
1	1	1	1	16,30

Tout ceci revient, dans un premier temps, à ne considérer l'analyse de variance que comme une simple technique d'analyse descriptive de données, en ne conservant dans la décomposition de la somme des carrés totale que les sources de variation les plus importantes. Encore faut-il le dire en mesurant tous les avantages et les inconvénients d'une telle pratique (Duby, 1989). Il nous paraît que, si les « méthodes Taguchi » ont joué un rôle significatif dans la réussite industrielle du Japon, elles sont d'une certaine

manière dangereuses quand elles sont employées par des utilisateurs peu avertis ou trop confiants (Taguchi et Wu, 1979; Vigier, 1988; Ealey, 1990). Elles négligent trop souvent la part aléatoire de toute modélisation statistique.

## Domaine expérimental de prédiction

Le problème de la prédiction et de son domaine de validité est aussi bien souvent ignoré, au moins partiellement. On sait que dans un modèle de régression linéaire simple, la précision maximale est obtenue pour une valeur du régresseur  $x$  égale à la moyenne des valeurs choisies du régresseur. Là aussi le calcul de la variance des estimations est indispensable; c'est même le seul révélateur pour mettre en évidence des estimations dénuées d'intérêt. En particulier dès que l'on fait une régression à plusieurs variables seul un calcul permet de se protéger contre des erreurs importantes. Nous avons présenté par ailleurs (Tomassone *et al.*, 1992, 2000) un exemple dans lequel il ressort que, dans des situations courantes, même si les régresseurs ne sont que moyennement corrélés, la précision est illusoire. Dans la pratique il faut passer par une analyse en composantes principales des régresseurs; en effet la variance des estimations est faible dans la direction de la première composante alors qu'elle peut croître démesurément dans la direction de la seconde. On s'aperçoit qu'une planification est indispensable, elle consiste à ajouter d'autres observations dans la direction et rétablir ainsi un bon équilibre. Là encore l'oubli des principes de base peut conduire à des expériences partiellement inutilisables.

## Aspect dynamique de l'analyse statistique

Le problème des **surfaces de réponse** et du faible nombre d'observations qui sont associées aux expériences faites dans ce contexte mérite aussi que l'on mette en avant un élément important de toute analyse statistique : son aspect dynamique. Considérons le dispositif composite central présenté par Pierre Dagnelie formé, dans le plan des deux facteurs, des huit sommets d'un octogone régulier et de six observations en un point central. Ce plan n'est vraisemblablement que l'aboutissement de toute une procédure expérimentale formée de plusieurs dispositifs successifs dont celui-ci n'est que le dernier chaînon. Cette ultime expérience n'est vraisemblablement utilisée que lorsqu'il s'agit de localiser avec précision l'optimum d'une fonction de deux variables; de précédentes analyses ayant permis de localiser une combinaison des niveaux des deux facteurs fournissant un domaine possible où obtenir un optimum, dont il s'agit uniquement d'affiner la position. Il est certain que si celui qui présente ce plan ne le remplace pas dans un contexte plus général, il risque de ne donner qu'une partie de l'information indispensable à de futurs utilisateurs. Or l'enseignement de ce domaine ne se prête pas à un exposé classique, et un enseignant uniquement statisticien y est sûrement mal préparé. Ceci signifie

que ces types d'outils sont difficiles à mettre entre les mains d'utilisateurs sans un véritable mode d'emploi qui va bien au-delà de la simple recette. Ceux qui les enseignent doivent, en plus de connaissances théoriques, posséder une pratique sérieuse des applications et être capables de faire passer leur savoir autrement qu'en formules. A notre connaissance, il ne semble pas que ce soit le cas dans le contexte de l'enseignement supérieur.

## La pratique de la statistique appliquée

Si nous prenons un peu de recul par rapport aux aspects techniques que nous venons d'évoquer, nous sommes confrontés à quelques problèmes que nous pouvons énumérer :

- L'intrusion de la planification expérimentale dans le monde industriel a fait évoluer les techniques statistiques de la construction de plans et de leur analyse. Mais défendre l'intérêt d'une planification mérite que l'on évoque tous les problèmes qui lui sont associés. Il est trompeur de ne pas dire que l'effort expérimental est un tout qui peut aller à l'encontre d'une pratique industrielle qui n'a pas l'habitude de considérer la randomisation, en particulier, comme une nécessité absolue. Qu'un nombre important de répétitions soit souvent nécessaire s'oppose au coût de l'expérience. Pour obtenir un résultat probant il faut y mettre le prix !
- L'utilisation de la statistique demande une osmose profonde entre la théorie et la pratique. Un bon statisticien ne peut pas limiter son action au seul aspect statistique du problème. Un bon utilisateur doit comprendre les fondements du modèle théorique sous-jacent à son analyse.
- L'absence de conclusions faute de moyens suffisants fait partie des risques d'une expérimentation : mieux vaut ne pas conclure que donner des conclusions ambiguës. L'analyse des conditions qui ont conduit à l'impossibilité de conclure doit apporter une meilleure explication des défaillances, c'est-à-dire de l'absence de résultats probants.
- Si planification et analyse de la variance sont deux domaines indissociables, ils sont trop souvent confondus aussi bien dans l'enseignement que dans la pratique. Si une expérience, comme celle exposée à l'occasion du modèle de surface de réponse, peut être améliorée (deux observations pour un point sur deux de l'octogone et seulement deux observations au centre) c'est bien parce que l'on a exploré correctement les diverses possibilités de la matrice du plan d'expérience avant d'effectuer une seule mesure ! Ainsi, si on calcule le critère de  $D$ -optimalité pour ces deux plans, il vaut 6.5 pour le premier (le plus communément recommandé) et 18.0 pour le second, soit un rapport de 2.77 en faveur du second et, par conséquent, un gain notable de précision.
- Toutes les questions évoquées par Pierre Dagnelie sont plus des questions « d'ingénierie statistique » que de méthodologie statistique. Il paraît assez évident, d'après notre pratique de la consultation statistique, qu'elles n'intéressent pas les statisticiens dans leur travail de recherche et qu'il serait difficile, mais non impossible, de faire travailler une personne sur un

sujet de ce type. Ceci nous permet de souligner une fois encore le fossé qui existe entre théorie et pratique : le théoricien pense que ce n'est pas de son ressort, le praticien n'a pas la culture statistique suffisante pour s'apercevoir des risques qu'il court !

En conclusion, nous pensons que l'article de Pierre Dagnelie est un jalon supplémentaire dans ce qu'est la bonne pratique de la statistique et il est opportun que le *Journal de la Société Française de Statistique* le publie et permette une large diffusion des idées qu'il contient.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- DANIEL, C. [1976] *Applications of Statistics to Industrial Experimentation*. Wiley, New York.
- DUBY, C. [1989] La méthodologie Taguchi, valeur et limites. *Revue de Statistiques Appliquées*, XXXVII(2), 7-15.
- EALEY, L.A. [1990] *Les méthodes Taguchi dans l'industrie occidentale : accroître la qualité en diminuant les coûts*. Les éditions d'organisation, Paris.
- LEGAY, J-M [1973] La méthode des modèles, état actuel de la méthode expérimentale. *Informatique et Biosphère*, 5-73.
- LEGAY, J-M [1993] Une expérience est-elle possible? *In Biométrie et Environnement*, J-D. Lebreton et B. Asselain, éd., Masson, Paris, pp.1-14.
- LEGAY, J-M [1997] *L'expérience et le modèle : un discours sur la méthode*. INRA éditions, Paris.
- TAGUCHI, G., WU, Y. [1979] *Introduction to Off-Line Quality Control*. Central Japan Quality Control Association, Nagoya.
- TOMASSONE, R., AUDRAIN, S., LESQUOY-DETURCKHEIM, E., MILLIER, C. [1992] *La Régression : nouveaux regards sur une ancienne méthode statistique*. Masson, Paris, 2ème édition.
- TOMASSONE, R., CHARLES-BAJARD, S., BELLANGER, L. [2000] *Introduction à la planification expérimentale*. Cours photocopié, Université Claude-Bernard-LyonI, 69622 Villeurbanne Cedex.
- TORRES, V.A. [1993] Analysis of Unreplicated Factorials with Possible Abnormalities. *Journal of Quality Technology*, 25(3), 183-187.
- VIGIER, M.G. [1988] *Pratique des plans d'expériences : méthodologie Taguchi*. Les éditions d'organisation, Paris.