

ALAIN MINCZELES

Mesures du risque

Journal de la société statistique de Paris, tome 138, n° 4 (1997),
p. 33-42

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1997__138_4_33_0

© Société de statistique de Paris, 1997, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MESURES DU RISQUE

Alain MINCZELES

CDC – GESTION

Département études économiques, recherche et développement

Le calcul d'une performance, d'une rentabilité, ne souffre pas d'ambiguïté : par exemple, entre deux dates, si le taux d'intérêt passe d'une valeur à une autre, il est aisé de calculer le gain ou la perte d'un placement sur ce taux. On peut énoncer un discours, plus ou moins convaincant, autour de ce mouvement. Il en est de même pour les prévisions de rendement : on peut s'appuyer sur l'économie, sur l'analyse technique, sur les flux de liquidité, sur les prochaines élections, pour affirmer que tel indice devrait s'établir à tel niveau.

Le discours sur le risque, souvent mesuré par la variance, est beaucoup moins clair. Comment dire que la variance de la distribution d'un rendement est infinie ? Chacun a sa mesure du risque, selon ses objectifs, selon les instruments utilisés, sa mesure n'est pas normalisée, comme peut l'être celle de la rentabilité.

1. Volatilité et risque

En s'intéressant à la volatilité, on cherche à cerner le risque et à tenter de mesurer, *ex ante* le risque de ne pas atteindre l'objectif qu'on s'était assigné. La définition du risque n'est sans aucun doute pas la même pour tout le monde. Pour le prévisionniste, le risque est de ne pas en faire de bonnes et de perdre sa crédibilité, voire plus. Pour une entreprise qui gère des capitaux, les risques sont multiples : faire des erreurs de comptabilisation qui entraînent des débits, le fameux risque de contrepartie et, évidemment, réaliser une mauvaise gestion qui entraînera la perte du client. Pour le client, le risque en général mais pas toujours, est de réaliser une mauvaise performance sur ses actifs. Parfois son objectif est d'obtenir des performances lissées et de dégager des produits financiers chaque année.

En fait le risque est très souvent le risque de se tromper. Certes il est très largement dépendant de la volatilité. Mais les notions sont-elles semblables ? La volatilité peut prendre toutes les valeurs possibles. *Ex post* on a eu raison ou tort. On passe ainsi d'une notion continue à une notion quantitative.

En fait, pour tout investisseur, la volatilité exprime le risque de ne pas atteindre l'objectif qu'on s'est fixé. Encore faut-il s'être fixé un objectif. L'objectif d'un gérant de SICAV est, en général, de bien figurer dans les classements Micropal ou Europerformance de sa catégorie : SICAV de trésorerie court terme, dynamique, obligations, actions, etc. En fait, son objectif est sans doute double : d'une part, il doit faire au moins aussi bien que l'indice de référence, d'autre part, il doit, par exemple, faire partie du premier quartile des SICAV figurant dans la même catégorie.

Dans ces conditions, la volatilité de sa valeur liquidative n'a rien à voir avec sa valeur empirique. Elle se mesure soit relativement à la volatilité de l'indice de référence, soit en termes de variabilité de rang dans le classement. Dans le premier cas, il est risqué de détenir une SICAV obligataire uniquement composée de titres monétaires. Dans le second, le gérant préférera être 25^e sur 100 chaque année pendant dix ans que 45^e cinq fois et 5^e cinq fois. D'ailleurs, des consultants ou même des distributeurs d'OPCVM publient des tableaux allant dans ce sens.

A l'inverse, l'assureur-vie pourra conserver l'actif jusqu'au remboursement du capital, par exemple parce qu'il a des contraintes strictes d'adossement. Sur cet investissement, il n'y a littéralement parlant aucune volatilité due au marché puisque l'assureur n'est pas contraint à valoriser ses actifs de taux d'intérêt au prix du marché s'il les conserve jusqu'à leur échéance. Bien entendu, il subsiste des risques de réinvestissement des coupons et du capital, des risques de non remboursement, mais il ne s'agit plus de risques liés à la volatilité à proprement parler.

2. La volatilité dans l'allocation d'actifs

Les techniques d'allocations d'actifs se diffusent de plus en plus largement, non seulement au sein des sociétés de gestion de portefeuilles dans le cadre de leur processus d'investissement, mais également dans les relations qu'elles peuvent avoir avec leurs clients. Il n'est pas besoin d'insister sur l'origine de ces mouvements : influence anglo-saxonne, possibilité de calculs de performance accrue, diffusion de la théorie moderne du portefeuille. Ce mouvement permet un réel dialogue avec son interlocuteur : détermination d'un portefeuille de référence (le *benchmark*) qu'il s'agit de surperformer ; utilisation d'une méthode (par exemple la frontière efficiente) qui fait intervenir les prévisions de rendements et le risque.

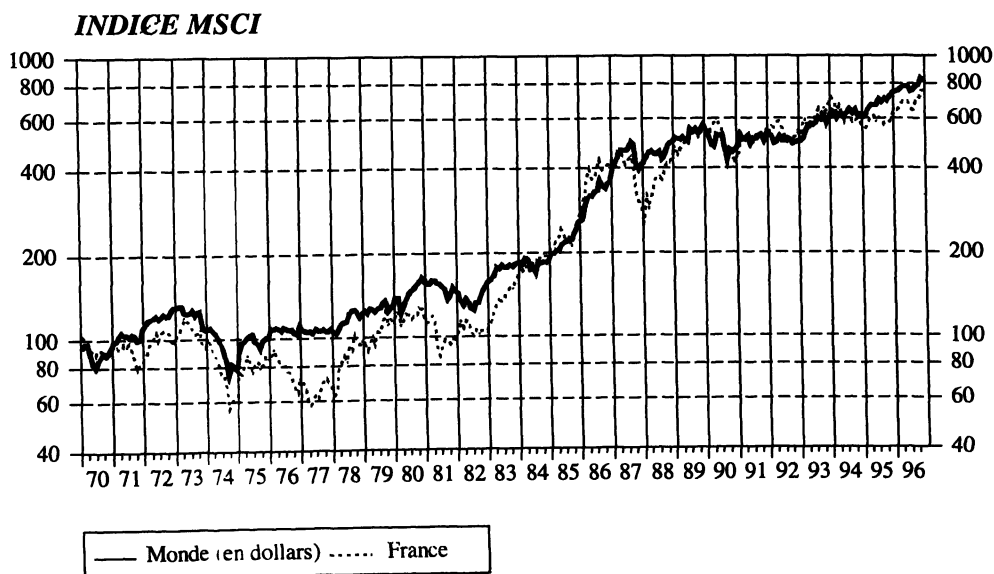
L'introduction des prévisions de rendements ne pose pas trop de problèmes conceptuels ou de calculs, même si l'exercice en pratique est difficile. Mais l'utilisation de la matrice de variance-covariance, sensée représenter le risque, est plus malaisée. Certes la plupart des travaux indiquent que l'erreur commise sur l'estimation de cette matrice est sans doute moins importante que celle commise sur les espérances de rendements. Cependant, on suppose la normalité des processus alors que à peu près toutes les études insistent sur les queues épaisses des distributions, sur l'asymétrie des lois, etc.

MESURES DU RISQUE

En général, la matrice est calculée à partir des données historiques. Mais l'instabilité des variances (et des corrélations) est patente. Par exemple, si on considère les indices des marchés actions de la France et du monde depuis 1970 (graphique 1), on observe *grosso modo* un manque de performance avec de la volatilité de 1972 à 1982, une franche hausse des indices de 1982 à 1986 et une hausse plus modérée depuis. Le calcul des volatilités annualisées sur différentes périodes (tableau 1) indique bien la rupture introduite par la période 1982-1986 : la volatilité annualisée augmente lorsqu'on remonte dans le passé. En outre, la volatilité calculée de manière glissante sur les trente-six derniers mois, n'est pas très stable (graphique 2).

Il paraît raisonnable, en première approche, de faire coïncider l'horizon de la prévision avec la périodicité des données sur lesquelles se base le calcul de la matrice. Autrement dit, si on effectue des prévisions à horizon trois mois, il vaut mieux prendre des rentabilités trimestrielles pour le calcul des variances et des corrélations. A propos de la longueur de l'échantillon, il vaut mieux éviter de remonter trop dans le passé en raison de l'instabilité des corrélations. Une manière de traiter ce problème est de surpondérer les observations récentes au détriment des observations plus lointaines. Certains vont même plus loin puisque, même pour une allocation à un mois, ils modifient la matrice en fonction de la volatilité et des corrélations calculées sur données quotidiennes durant le dernier mois.

Graphique 1 – Indice MSCI



MESURES DU RISQUE

Graphique 2 – Volatilités glissantes annualisées sur 3 ans

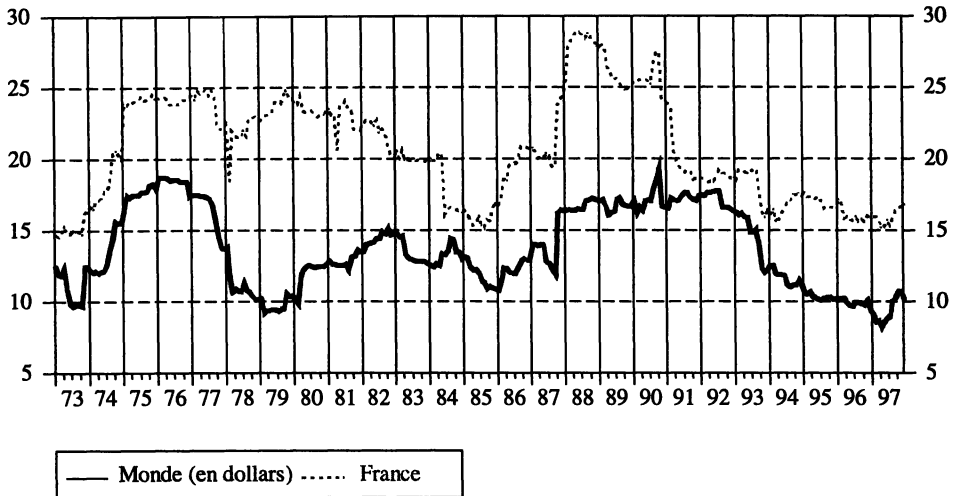


Tableau 1 – Volatilités annualisées des performances
MSCI France et Monde

Calculs sur performances mensuelles

	France	Monde
1996	14,8	8,2
1993-1996	16,5	9,9
1991-1996	16,1	11,0
1986-1996	20,8	14,7
1981-1996	20,5	14,1
1976-1996	20,8	13,6
1972-1996	21,1	14,1

MESURES DU RISQUE

D'autres pistes, plus en accord avec le fait que les données historiques ne sont pas les meilleurs prédicteurs de la volatilité future, surtout si celle-ci est volatile, sont possibles, quoique plus difficiles à mettre en œuvre. Citons :

- calculer la variance à l'aide des prévisions réalisées par un panel de prévisionnistes. On recueille leurs prévisions (en interne ou ceux de la place) et on calcule la variance de leurs prévisions ;
- si un modèle quantitatif qui tente de prévoir le prix des actifs financiers a été construit, il est aisé de calculer la variance des erreurs commises dans le passé. Ce point est important car il met bien en relation la volatilité avec le risque de se tromper. Dans l'allocation qui sera tirée de la minimisation de la variance du portefeuille optimal, on pénalise les actifs risqués, ceux pour lesquels l'expertise est la plus pauvre, c'est-à-dire les actifs sur lesquels les erreurs les plus importantes ont été commises. Le cas le plus courant est cependant que les actifs à haute volatilité sont ceux qui sont le plus mal estimés ;
- les modèles ARCH et leurs dérivés sont des outils de prévision de la volatilité. Leurs avantages sont de lier rendements anticipés et volatilité, de faire dépendre celle-ci de l'évolution des prix passés, d'introduire des non linéarités. Le problème rencontré dans la pratique est la longueur des données nécessaires à l'estimation de tels modèles. Ici, on retombe sur le problème de l'objectif visé : s'il s'agit de faire des prévisions à très court terme, l'estimation sur données quotidiennes ou infra-journalières est nécessaire et les modèles ARCH s'avèrent utiles. Leur utilisation sur données mensuelles est plus problématique car la période d'estimation recouvre facilement des périodes très hétérogènes. On peut bien sûr introduire des changements de régime, éventuellement endogènes ;
- on peut également calculer la variance de la variance qui viendrait modifier la matrice de variance proprement dite ;
- dernier exemple, on dispose de la volatilité anticipée directement par les marchés : il s'agit de la volatilité implicite dans le prix des options. Il y a suffisamment de marchés d'options pour pouvoir faire des allocations d'actifs. Certes, cette anticipation de volatilité n'est pas un très bon prédicteur, mais il est possible d'utiliser les informations incluses dans les prix des options en vue de modifier la matrice obtenue à partir de données historiques.

Un autre aspect important de la volatilité dans l'allocation d'actifs est la fonction de coût qu'elle implique pour l'investisseur. En général, pour déterminer la frontière efficiente, on minimise la variance du portefeuille sous contrainte de rendement. Deux des inconvénients majeurs de cette technique sont l'extrême sensibilité des parts optimales aux espérances de rendements et le fait que les portefeuilles optimaux peuvent être très éloignés d'un *benchmark*, puisque celui-ci n'est pas inclus dans la fonction objectif.

Par exemple, si mon portefeuille de référence est le CAC40 et que mon univers est un ensemble de marchés actions européens, le point à la verticale du CAC40 dans le plan rendement-risque, qui a donc théoriquement le même risque que le

MESURES DU RISQUE

CAC40, peut être composé de 30 % d'actions britanniques, de 50 % d'actions italiennes et de 20 % d'actions finlandaises ce qui, en général, paraît trop risqué à un investisseur.

C'est pour cette raison que la *tracking error* est bien mieux perçue et comprise par l'investisseur. Si le *benchmark* est le CAC40, cela signifie qu'investir dans cet actif à 100 % est sans risque (et sans rendement). Introduire des produits monétaires dans l'allocation est risqué et pourra peut-être procurer un peu de rendement supplémentaire si on anticipe une baisse du marché des actions. Peu importe que la volatilité, *stricto sensu*, soit plus faible qu'un portefeuille composé uniquement d'actions. La volatilité n'est en aucun cas une notion absolue pour un investisseur.

Notons enfin que la variance pénalise aussi bien les bonnes nouvelles que les mauvaises. Pour un investisseur, le risque est de faire moins bien que l'objectif, pas mieux (encore que l'on puisse trouver des organismes pour lesquels il n'est pas bon d'afficher d'excellents résultats financiers, mais c'est plutôt l'exception). Pour résoudre ce problème, on peut utiliser des fonctions de coûts fortement asymétriques : coût nul si l'objectif est atteint ou dépassé et linéarité par morceaux dans le cas contraire avec une pente forte lorsque la rentabilité est négative, c'est-à-dire lorsqu'on risque une perte en capital. Evidemment, les résultats en termes d'allocation sont alors différents si les distributions sont asymétriques.

Ce type de fonction implique des calculs de semi-variances ou des techniques des moments partiels inférieurs qui ne prennent en compte que les écarts négatifs par rapport à une rentabilité-cible pour la détermination des portefeuilles optimaux et qui permettent de contourner quelques restrictions des techniques de moyenne-variance (normalité des rendements, fonction d'utilité quadratique).

3. Volatilité et durée de détention

La durée de détention du portefeuille doit toujours être prise en compte : elle est un guide dans le choix des investissements et du portefeuille de référence. Ce choix reflète évidemment les contraintes d'adossement. Mais, au-delà de cet aspect, que signifie la volatilité d'une action détenue pendant deux ans, pendant cinq ans, dix ans ? Une action est-elle plus risquée qu'un placement monétaire détenu sur les mêmes durées ? La forme de la distribution des rendements est-elle identique selon la durée de détention de l'actif ? Les deux exemples qui suivent permettent d'apporter des éléments de réponses à ces questions. Les données se rapportent aux actifs français.

Le premier exemple porte sur la période décembre 1985-décembre 1993. Sur ces huit années, le placement sur le taux 1 mois capitalisé a rapporté 9,5 % par an, l'indice obligataire (source : JP Morgan 7/10 ans coupons réinvestis) 11,7 % et l'indice actions (source : MSCI dividendes réinvestis) 14,4 %.

MESURES DU RISQUE

Sur chacun de ces marchés, on calcule la performance annualisée d'un placement pendant un mois, quatre mois, un, deux et trois ans en faisant glisser à chaque fois d'un mois la date de début d'investissement. On compte alors le nombre de fois où la performance obtenue dépasse une valeur donnée. Le tableau 2 indique la distribution ainsi obtenue pour les trois actifs.

Tableau 2 – Fréquences de rendement annualisés
décembre 1985-décembre 1993

	1 mois			4 mois			1 an			2 ans			3 ans		
	M	O	A	M	O	A	M	O	A	M	O	A	M	O	A
>20 %	0	34	54	0	19	49	0	7	38	0	0	14	0	0	5
>15 %	3	41	55	0	34	56	0	22	47	0	1	21	0	8	23
>12,5 %	7	47	55	1	47	60	0	35	51	0	26	27	0	18	38
>10 %	41	52	57	40	57	61	46	54	54	52	49	38	41	30	57
>7,5 %	92	58	57	97	62	65	100	66	59	100	75	42	100	85	70
>5 %	100	61	58	100	73	68	100	79	54	100	97	53	100	100	79
>0 %	100	73	62	100	85	74	100	95	65	100	100	82	100	100	97
Moyenne	9,7	13,6	51,3	9,6	11,8	20,1	9,6	10,3	12,4	9,6	10,0	9,5	9,6	9,9	10,3
Ecart-type	2,0	20,9	137,1	1,4	11,8	43,6	1,1	6,0	24,7	0,9	3,1	12,0	0,7	2,6	6,0

Source : F. Jubin in *Marchés financiers* (janvier 1994)

M = monétaire ; O = obligataire ; A = actions

A un mois, évidemment, le placement le plus sûr, c'est-à-dire celui qui ne fait courir aucun risque au capital initial, est le placement monétaire. Si le placement dure un an, la probabilité d'obtenir une rentabilité négative pour un placement obligataire n'est plus que de 5 % et la rentabilité moyenne est de 10,3 % contre 9,6 % pour un placement monétaire. Le risque de perte en capital est encore de 35 % pour les actions, mais le mode est une rentabilité supérieure à 20 % (dans 38 % des cas).

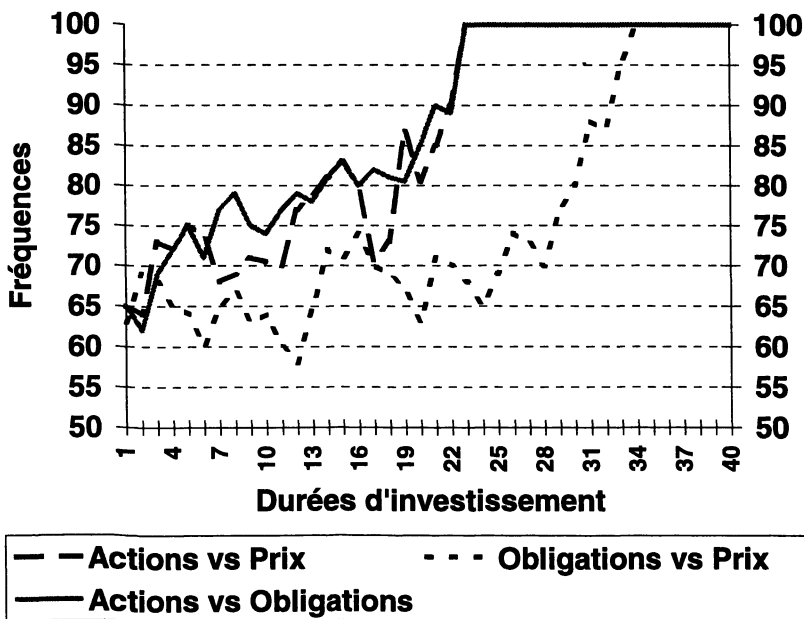
Dans le cas d'une détention de trois ans, la moyenne de la rentabilité d'un placement monétaire a été proche de 10 % comme celle d'un placement obligataire (sur la période de calculs, la courbe des taux a été longtemps inversée), celle des actions légèrement supérieure à 10 % par an. Sur trois ans et sur cette période, la probabilité de survenance d'un accident boursier est importante. C'est pour cette raison que la fréquence de rentabilité négative n'est pas nulle.

MESURES DU RISQUE

On réduit le risque en allongeant la durée de placement. La réduction est massive pour les obligations et les actions si on la mesure par l'écart-type des rendements par durée de détention. Inversement, les fortes rentabilités ne perdurent pas lorsque la durée s'accroît.

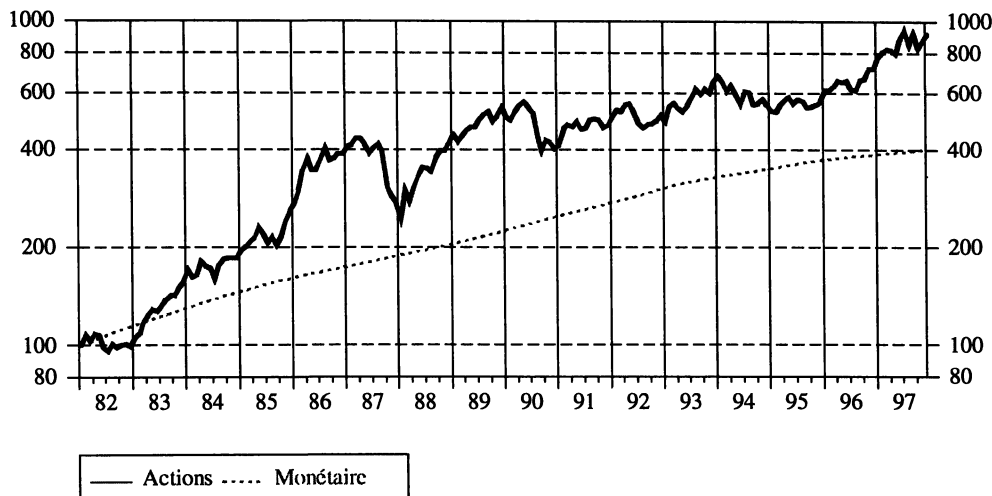
Le deuxième exemple porte sur une période plus longue, de 1949 à 1989. On compare les actions, les obligations et les prix. Les résultats sont similaires. Le graphique 3 indique, selon la durée d'investissement sur chaque marché, le pourcentage de cas dans lesquels les actions ont un rendement réel positif, les obligations un rendement réel positif et les actions surperforment les obligations. Il existe une durée au-delà de laquelle les actions ont une meilleure performance que les autres actifs. Ainsi, il n'aurait pas été risqué de détenir des actions si on souhaitait obtenir une performance supérieure à l'inflation à la condition que ces actions fussent détenues plus de... vingt ans ! Notons cependant que le nombre d'observations se réduit au fur et à mesure de l'allongement de la durée de détention, ce qui amoindrit la portée des conclusions.

Graphique 3



Le risque, ainsi, ne peut se réduire à la volatilité mais doit inclure une norme désirée et l'horizon de placement est un élément essentiel dans la gestion du risque. Des deux indices représentés sur le graphique 4, lequel est le plus risqué ?

Graphique 4 – Indices français



4. Volatilité et non linéarité

Le caractère trop symétrique de la variance a déjà été évoqué. Evoquons un autre exemple du caractère très non linéaire des conséquences des décisions de gestion.

Supposons que le taux d'intérêt à long terme soient aujourd'hui de 6 %. S'ils sont anticipés à 5 % dans un an, ce qui correspond à mon horizon, la sensibilité de mes portefeuilles sera augmentée, disons à 8. Si le taux dans un an est en fait de 3 %, les gains en capital seront substantiels. Si, au contraire, les taux augmentent à 7 %, on ne retrouve pas, au bout d'un an, le capital initial. Pourtant, l'erreur commise, de deux points de taux, est identique. Mais dans un des deux cas, une borne a été franchie. Ici, une rentabilité négative. Ce pourrait être une autre valeur, le rendement monétaire ou l'inflation.

La perte n'est pas équivalente au manque à gagner. Si les taux ont davantage baissé que ce qui était anticipé, il y a un manque à gagner, mais celui-ci n'a pas une désutilité aussi importante que la perte absolue qui est enregistrée dans l'autre cas. Et les conséquences sont très non linéaires : dans un cas, le client est conservé, dans l'autre, il est perdu. Deux enseignements peuvent être tirés de cet exemple.

Le premier a trait à l'équivalent monétaire. Toute mesure, qu'elle concerne l'espérance ou la variance, devrait avoir, dans son application au domaine de la finance, une traduction monétaire en liaison avec l'objectif. Toute méthode doit être menée au bout, c'est-à-dire faire l'objet, par exemple, de *backtest*, afin

MESURES DU RISQUE

de déterminer si elle permet de gagner de l'argent ou de ne pas en perdre. C'est aussi l'objet des méthodes de *Value at Risk* ou bien des scénarios catastrophes. Il ne sert à rien de minimiser l'erreur quadratique moyenne dans les modèles si, dans un deuxième temps, on ne traduit pas les prévisions en décisions d'investissements et si on ne contrôle pas les résultats de ces investissements. On peut même imaginer que cette minimisation n'est pas le bon critère. Le bon critère, c'est d'atteindre un objectif de rentabilité avec un minimum de risque.

La deuxième observation est qu'il convient de porter davantage son attention sur les erreurs de sens. Encore une fois, minimiser la somme des carrés des erreurs ne paraît pas un bon objectif. Les gérants, les investisseurs veulent d'abord pouvoir répondre à la question : le prix de tel actif va-t-il monter ou baisser ? Dans ce cadre, la définition usuelle de la volatilité est trompeuse. Il faudrait plutôt utiliser une volatilité des sens, une volatilité des retournements et, peut-être, faire des prévisions avec un faible nombre de modalités (hausse, baisse, stabilité). Ensuite, mais seulement ensuite, le gérant ou l'investisseur s'interroge sur l'ampleur des mouvements. Enfin, selon son horizon d'investissement, il se demandera quand.

Il semble que la plupart des efforts se concentrent sur les réponses à apporter aux deux dernières questions, un peu moins sur la première.