Journal de la société statistique de Paris

JSFS

Jeux

Journal de la société statistique de Paris, tome 136, nº 1 (1995), p. 117-121

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1995__136_1_117_0>

VI

SSF JEUX

Le JOURNAL est heureux de proposer à ses lecteurs de tester leur sagacité en trouvant la solution de petits problèmes mathématiques de logico-probabilités. Cette chronique est proposée et réalisée par un de nos membres qui souhaite garder l'anonymat.

Le JOURNAL étant trimestriel, EURÊKA nous propose trois problèmes.

À la grande plage de Biarritz

Quand Mirentxu arrive à la grande plage de Biarritz, en robe d'été à fleurs, elle porte dans son sac un chapeau, des lunettes noires, un maillot de bain deux pièces et un très joli collier de coquillages. Elle observe les tenues des baigneuses avant de se changer, afin de faire, autant que possible, comme tout le monde. Elle remarque en effet que la moitié des femmes ayant des lunettes noires portent un chapeau, qu'aucune de celles qui ont les seins nus ne porte de lunettes noires, que d'ailleurs 56 % des femmes ne protègent pas leurs yeux du soleil, qu'il y a 11 % d'Espagnoles avec de grands maillots à jupette, que toutes les femmes qui portent un collier n'ont rien sur la tête, que parmi celles qui ont des chapeaux, la moitié ont des lunettes noires, tout comme la totalité de celles qui portent un collier, et que toutes les femmes aux seins nus portent des chapeaux tandis que les Espagnoles en maillot à jupette ont la tête et les yeux au soleil.

Dans quelle tenue doit se mettre Mirentxu afin de se joindre au groupe vestimentaire le plus répandu sur cette plage et de faire autant que possible "comme tout le monde" ?

Démographie française

Voici la répartition, du moins nous le supposons ici, des femmes françaises selon le nombre de leurs enfants.

Sans enfant	15 %
2 enfants	25 %
3 enfants	40 %
4 enfants	10 %
5 enfants	5 %
6 enfants	1 %
7 enfants	1 %

Si l'on faisait une enquête parmi 1 000 élèves des classes terminales choisies au hasard, en demandant à chacun combien de frères et sœurs ils ont*, à quel nombre moyen arriverait-on ?

* On convient de considérer ici comme frère ou sœur tout enfant ayant la même mère que soi-même.

Cours de grec au lycée Molière

Je suis Professeur de grec au lycée Molière. A la fin de chaque cours, je veille à ce que les élèves, tous toujours présents, sortent calmement un par un (l'ordre choisi ne dépend que du hasard). Si je vous dis qu'une fois sur deux, les cinq premiers élèves qui sortent sont ainsi exclusivement des jeunes filles, saurez-vous en déduire, cher et sage lecteur, le nombre total d'élèves, garçons et filles, présents à chacun de mes cours de grec ?

SOLUTIONS DES PROBLÈMES PRÉSENTÉS DANS LE N° 4 DE 1994

Fin de l'aventure des marsupilamis

Dans le désert australien, il ne reste que 3 couples de marsupilamis. Chacun des 6 animaux s'y promène au hasard indépendamment des autres (ils ne se retrouvent que par intermittence). Une autoroute est construite au milieu de ce désert, le coupant en 2 moitiés égale. Les marsupilamis ne savent pas la traverser. Quelle est donc la probabilité pour que les 3 mâles se trouvent séparés des 3 femelles et que la construction de l'autoroute ait ainsi marqué la fin de l'aventure des marsupilamis ?

Réponse :

Appelons M_1 et M_2 les 2 moitiés du désert ainsi découpé. Probabilité pour que les 3 mâles se trouvent sur M_1 : $(1/2)^3$.

Probabilité pour que les 3 femelles se trouvent sur M_2 : $(1/2)^3$.

Probabilité de l'événement tragique : 3 mâles sur M_1 et 3 femelles sur M_2 : $(1/2)^{3+3} = (1/2)^6 = 1/64$.

De même, probabilité de l'événement : 3 mâles sur M_2 et 3 femelles sur M_1 : 1/64.

Additionnons : il y a une chance sur 32 pour que se soit la fin de l'aventure des marsupilamis.

Devinette

Appelez a votre âge (en nombre entier d'années). Calculez alors l'expression :

$$E(a) = 5^a + 2 \cdot 3^{a-1}$$

Divisez-la par 8. Quel est le résultat de cette division ?

Réponse :

Si vous avez un an, $E(a) = 5^1 + 2.3^0 = 7$.
Le reste de la division par 8 est 7.

Supposons alors que ce reste soit encore 7 si vous avez l'âge b.
Cela s'écrit : $E(b) = 8\,k + 7$, k étant le quotient entier.

Nous avons alors :

$E(b + 1) = 5^{b+1} + 2.3^b$
$= (5^{b+1} - 5^b) + 2\,(3^b - 3^{b-1}) + (5^b + 2.3^{b-1})$
$= 5^b\,(5 - 1) + 2.3^{b-1}\,(3 - 1) + 8\,k + 7$
$= 4\,(5^b + 3^{b-1}) + 8\,k + 7.$

Or $5^b + 3^{b-1}$ étant une somme de deux nombres impairs, le résultat est pair.

Que va manger Grand-Père ?

Comme tous les mercredis à midi, Grand-Père et Grand-Mère reçoivent leurs petits-enfants, François et Marie pour le déjeuner. Pour le dessert, il y a quatre gâteaux différents : chacun des convives en choisira un. Si l'on vous dit que les enfants n'aiment pas le baba, que Grand Mère ne supporte pas le chou à la crème, que François ne mange un éclair que si Grand-Père a pris un chou à la crème, que Grand-Mère ne prend un baba que si François a pris un mille-feuille, que Marie n'aime pas les choux à la crème et que les éclairs ne lui réussissent pas, que va manger Grand-Père ?

Réponse :

Nous remplissons petit à petit le tableau suivant, avec des 0 s'il n'y a pas de correspondance et des 1 quand il y en a une. (Nous indiquons en indices l'ordre dans lequel nous avons procédé à nos déductions successives.)

	Grand-père	Grand-mère	François	Marie
Baba	1_8	0_7	0_1	0_1
Chou	0_9	0_2	1_{10}	0_3
Eclair	0_9	1_8	0_9	0_4
Mille-feuilles	0_6	0_6	0_6	1_5

Un de nos membres propose cette solution à la devinette mathématique présentée dans les numéros 2 et 3 de 1994.

L'équation donnée est :

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}-\sqrt{x+8-\sqrt{x-1}}=3$$

Afin de tenir compte du fait qu'une expression mathématique positive a deux racines carrés de valeur absolue égales et de signe contraire, et pour être un peu plus complet, il y a lieu de récrire l'équation proposée comme suit :

$$\pm\left(\left|\sqrt{x+3\pm 4\left|\sqrt{x-1}\right|}\right|\right)\pm\left(\left|\sqrt{x+8\pm k\left|\sqrt{x-1}\right|}\right|\right)=3$$

(avec $k=1$ dans l'équation proposée dans le n° 1).

En posant $a^2=x-1$, soit $x=a^2+1$, on a :

$$\pm(a\pm 2)\pm\left|\sqrt{(a^2+9\pm k|a|)}\right|=3$$

soit $\left|\sqrt{(a^2+9\pm k|a|)}\right|=\pm 3\pm a\pm 2$

soit $(a^2+9\pm k|a|)|=(\pm 3\pm a\pm 2)^2$

d'où les huit équations suivantes :

$$
\begin{array}{lll}
a^2+9+k\,|a|=25+a^2+10a, & \text{soit} & a=16/(k-10)\\
a^2+9-k\,|a|=25+a^2+10a, & \text{soit} & a=16/(-k-10)\\
a^2+9+k\,|a|=25+a^2-10a, & \text{soit} & a=16/(k+10)\\
a^2+9-k\,|a|=25+a^2-10a, & \text{soit} & a=16/(-k+10)\\
a^2+9+k\,|a|=1+a^2+2a, & \text{soit} & a=-8/(k-2)\\
a^2+9-k\,|a|=1+a^2+2a, & \text{soit} & a=-8/(-k-2)\\
a^2+9+k\,|a|=1+a^2-2a, & \text{soit} & a=-8/(k+2)\\
a^2+9+k\,|a|=1+a^2-2a, & \text{soit} & a=-8/(-k-2)
\end{array}
$$

Avec $x=a^2+1$, les solutions de ces équations sont :

$$
\begin{aligned}
x&=(356+k^2-20k)\,/\,(k^2+100-20k)\\
x&=(356+k^2+20k)\,/\,(k^2+100+20k)\\
x&=(68+k^2-4k)\,/\,(k^2+4-4k)\\
x&=(68+k^2-4k)\,/\,(k^2+4-4k)
\end{aligned}
$$

et, pour $k=1$ (équation proposée), $x=377/121$, $337/81$, 65 ou $73/9$
ou, pour $k=6$, $x=17$, 2, 5 ou 5.

On peut facilement imaginer une généralisation de cette équation en prenant par exemple comme premier terme la racine carrée d'une expression au carré, etc., et une amélioration sensible de la présentation en utilisant le langage des mathématiques moderne.

Henri P. LACROIX
(Genève)