

JSFS

Jeux

Journal de la société statistique de Paris, tome 134, n° 3 (1993),
p. 73-76

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1993__134_3_73_0

© Société de statistique de Paris, 1993, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

IV

SSF JEUX

Le JOURNAL est heureux de proposer à ses lecteurs de tester leur sagacité en trouvant la solution de petits problèmes mathématiques logico-probabilités. Cette chronique est proposée et réalisée par un de nos membres qui souhaite garder l'anonymat.

Le JOURNAL étant trimestriels, nous proposons trois problèmes

1 Amitié chérie

« Au club, l'été dernier, c'était super. On formait une bande de 7. Au début, on ne se connaissait pas du tout les uns les autres. N'empêche que c'était très sympa. Bien sûr, il y en avait certains dans la bande entre lesquels ça collait pas très bien. Mais quand même, chacun pouvait dire en rentrant qu'il s'était fait comme ça 5 nouveaux vrais amis. Et ça, c'est déjà vachement chouette. »

Sauriez-vous démontrer, d'après la lecture de ce texte, que l'amitié n'est pas toujours un sentiment réciproque ?

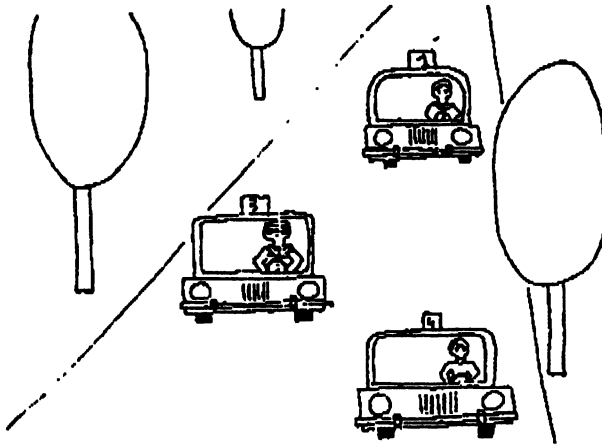
2 L'émir et son pétrole

Mon émirat comporte un vaste désert, au milieu duquel j'ai construit mon palais, et une zone territoriale en mer à laquelle je tiens beaucoup. Elle est en effet très étendue (autant que le tiers de mon désert), et recouvre une partie de ma nappe de pétrole. Sachant que j'ai trois fois plus de kilomètres carrés de désert à pétrole que de mer sans pétrole et que le septième de mon territoire sans pétrole se trouve en mer, sauriez-vous me dire précisément quelle est la proportion de ma nappe de pétrole qui se trouve sous la mer ?

...

3 Course automobile

Cinq voitures portant des numéros de 1 à 5 prennent le départ. A l'arrivée, on constate que la voiture n° 1 n'est pas arrivée première, la n° 2 n'est pas arrivée deuxième et ainsi de suite, que la n° 5 n'est pas arrivée dernière. Quelle était la probabilité *a priori* d'une telle divergence entre les numéros attribués au départ et les ordres d'arrivée ?



EURÉKA

La solution sera donnée dans le numéro 4 de 1993.

SOLUTIONS DES PROBLÈMES PRÉSENTÉS DANS LE N° 2 DE 1993

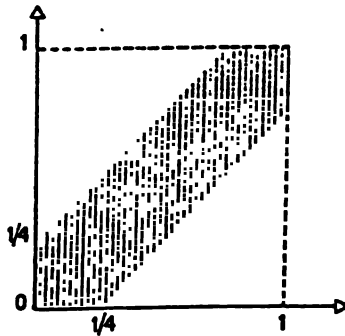
1. PAUL ET CAROLINE

Paul et Caroline ont rendez-vous sous l'Arc de Triomphe entre onze heures et midi (sans précision). Chacun d'eux y arrivera à un instant quelconque, pendant cette heure ; puis, un quart d'heure plus tard, s'il ne voit pas l'autre, il quittera les lieux.

Quelle est la probabilité pour que Paul et Caroline se rencontrent effectivement ?

Considérons deux axes orthonormés. L'heure d'arrivée de Paul est indiquée par l'abscisse, celle de Caroline par l'ordonnée. L'origine correspond à 11 heures pour chaque axe. Chacun des points du carré $(0 - 1) \times (0 - 1)$ correspond à une éventualité équiprobable.

Sachant que Paul est arrivé à une heure donnée, il rencontrera Caroline à condition que cette dernière soit arrivée dans le quart d'heure précédent, ou bien qu'elle se dispose à arriver dans le quart d'heure suivant. La probabilité recherchée correspond donc à l'aire hachurée, c'est-à-dire à la surface d'un carré de côté 1 diminuée de celle d'un carré de côté $3/4$, soit : $1 - 9/16 = 7/16$. Il y a 7 chances sur 16 pour que Paul et Caroline se rencontrent effectivement sous l'Arc de Triomphe.



2. « SENSIBLE » OU « SENSITIVE » ?

Lors d'une composition de thème anglais, je m'arrête devant la difficile traduction de la phrase suivante : « Nancy a du bon sens ». Dois-je utiliser l'adjectif *sensible* ou l'adjectif *sensitive* ? Si je répons au hasard, j'ai une chance sur deux de me tromper. Je pourrais à la rigueur copier sur mon voisin, mais je sais par expérience qu'il se trompe une fois sur cinq dans ce genre de traduction. De plus, il y aurait une chance sur dix que le professeur me prenne en flagrant délit, et je serais alors dans une situation trois fois plus ennuyeuse que si j'avais seulement donné une réponse fausse.

Que me conseilleriez-vous alors, en faisant abstraction de toute règle de morale : copier sur mon voisin, ou bien répondre au hasard sensible ou sensitive ?

Appelons i l'inconvénient d'avoir donné une réponse fausse. Sans copier, je risque i une fois sur deux, ce qui fait en moyenne $i/2$. En copiant, je risque $3i$ une fois sur dix (lorsque je suis pris en flagrant délit). Mais je risque également i lorsque mon voisin se trompe et que je ne suis pas pris en train de copier, ce qui arrivera avec une probabilité :

$$1/5 \times 9/10 = 9/50.$$

Le risque moyen est donc alors :

$$3i/10 + 9i/50 = 24i/50.$$

Ce qui est légèrement inférieur au risque précédent ($i/2 = 25i/50$).

En considérant le risque moyen, j'ai donc avantage à copier.

3. EN JOUANT AUX CARTES

« Prenez une carte au hasard dans mon jeu et remettez-la. Faites ceci 3 fois. Vous avez 19 chances sur 27 d'obtenir ainsi au moins une figure (roi, dame ou valet). Car la proportion de figures dans mon jeu est de ... »

Complétez, s'il vous plaît, la dernière de ces phrases.

Soit p cette proportion inconnue.

La probabilité de ne pas tirer de figure en un coup est de : $1 - p$. La probabilité de ne pas tirer de figure en trois coups est de : $(1 - p)^3$. Celle d'en tirer ainsi au moins une est de : $1 - (1 - p)^3$, ou $19/27$.

Il en résulte : $(1 - p)^3 = 8/27$ ou $1 - p = 2/3$.

Ce qui donne : $p = 1/3$.

La proportion de figures dans mon jeu est de $1/3$.