JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

MICHEL BOUTILLIER

Critique des processus de diffusion en finance : le cas des taux de change

Journal de la société statistique de Paris, tome 133, nº 4 (1992), p. 113-122

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1992__133_4_113_0

© Société de statistique de Paris, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.



Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques http://www.numdam.org/

CRITIQUE DES PROCESSUS DE DIFFUSION EN FINANCE : LE CAS DES TAUX DE CHANGE

Michel BOUTILLIER Banque de France*

L'hypothèse de processus de diffusion appliquée aux prix financiers, et particulièrement aux taux de change, est cruciale pour les modèles d'évaluation d'actifs financiers nationaux (CAPM) ou internationaux (IAPM) et elle a permis leur développement durant les trois dernières décennies (voir par exemple Merton [1990]). Toutefois, elle est devenue positivement « discutable » au début des années quatrevingt-dix. Nous disposons en effet de nombreuses références pour examiner l'adéquation de cette hypothèse à la réalité et de quelques solutions pour améliorer cette adéquation**.

La discussion est centrée sur l'excès de kurtosis repéré sur les séries empiriques financières car cet excès est l'écart le plus significatif par rapport à l'hypothèse de normalité. Les sections 1 et 2 se limitent au seul recensement des tests sur les distributions empiriques des variations de taux de change. On examine alors quelques distributions alternatives à la loi normale : distributions parétiennes stables, distributions de Student, mélanges de distributions normales (section 1), distributions de Poisson et enfin distributions mixtes normales et poissoniennes (section 2). Ce faisant, nous restons dans l'optique de processus invariants dans le temps (inconditionnels). On peut au contraire supposer que les processus, demeurant éventuellement des processus de Wiener, soient conditionnels et soient donc des processus de Itô. On observerait donc des effets ARCH (section 3). On verra que les distributions poissoniennes et les modèles ARCH ne s'excluent pas car l'effet ARCH n'épuise pas l'excès de kurtosis des séries et nécessite d'être couplé avec la non-normalité. Pour les modèles d'évaluation d'actifs, il y a donc un problème et la dernière section (section 4) expose brièvement quelques solutions théoriques qui reviennent à amender le CAPM ou l'IAPM en modifiant l'hypothèse de processus de Wiener par un processus Mixte Diffusion-Saut, que ce processus soit conditionné ou non.

^{*} Adresse postale : SEMEF/DGE, Banque de France, BP 140-01, 75049 Paris Cedex 01. Tél.: 42-92-27-93.

^{**}Ces réflexions sont largement issues du troisième chapitre de ma thèse auquel je renvoie les lecteurs intéressés par plus de détails. A cette occasion, je tiens à remercier vivement mon directeur de thèse, William Marois (Université d'Orléans), pour son aide et ses critiques. Toutefois, les erreurs qui subsisteraient restent miennes; de plus, les opinions exprimées ici ne sont pas nécessairement celles de la Banque de France.

1. Processus non-normaux

Bachelier (1900) a suggéré le premier que les prix financiers sont distribués selon une loi normale et il est à l'origine des hypothèses de mouvement brownien (ou de processus de Wiener général) dans les modèles d'évaluation d'actifs financiers. Toutefois, Samuelson (1965) a postulé que c'est la variation du prix, et non le prix, qui suit une loi normale; le prix serait donc distribué selon une loi log-normale ou encore suivrait un mouvement brownien géométrique ou un processus de Wiener géométrique, hypothèses devenues depuis communes en finance. A cause du développement des modèles d'évaluation d'actifs et de l'importance de ces hypothèses, de nombreux tests ont porté sur les distributions empiriques des prix et ont généralement abouti au rejet des propositions de Bachelier et de Samuelson. La plupart des tests ont examiné le moment du quatrième ordre des distributions empiriques; c'est le coefficient d'aplatissement ou « kurtosis » qui est égal à 3 pour la loi normale et dont l'écart par rapport à 3 indique une distribution plus aplatie que la loi normale (platykurtique) ou plus pointue mais avec des queues plus épaisses (leptokurtique).

En général, Mandelbrot (1963) est crédité de la première observation du caractère non-normal des distributions des variations des prix des titres et des marchandises. Avec Fama (1965), il plaide en faveur des distributions parétiennes stables. La propriété de stabilité mise en avant par leur dénomination est la constance de leur exposant caractéristique lors de l'agrégation temporelle. Leur désavantage est l'inexistence des moments d'ordre supérieur ou égal à deux. La variance infinie notamment pose quelques problèmes en finance vu l'importance des schémas « moyenne-variance » et en économétrie vu le recours fréquent à des méthodes basées sur des moments finis (par exemple les « moindres carrés »). C'est la critique de Cootner (1964) réitérée par Merton (1990). A l'inverse, si les variations de court terme sont des tirages indépendants à partir de distributions quelconques mais de variance finie, alors le théorème central-limite assure que l'agrégation temporelle de ces distributions converge vers la distribution normale pour les variations de long terme (voir Clark [1973]), ce qui est cohérent avec les résultats des nombreux tests qui suivent.

La première analyse empirique des variations absolues des logarithmes des taux de change avec des hautes fréquences d'échantillonnage est celle de Westerfield (1977) qui suggère que les variations hebdomadaires sont tirées d'une distribution parétienne stable. Avec les mêmes données, Rogalski & Vinso (1978) concluent en faveur de la distribution de Student qui est dotée d'une variance finie. Cornell & Dietrich (1978), McFarland, Pettit & Sung (1982) et Friedmann & Vandersteel (1982) utilisent des données quotidiennes sur lesquelles les distributions parétiennes stables paraissent admissibles. Cornell & Dietrich remarquent une inertie de la volatilité tandis que, pour les données hebdomadaires dérivées de leurs données quotidiennes, McFarland, Pettit & Sung de même que Friedmann & Vandersteel observent qu'on se rapproche d'une loi normale, ce qui va à l'encontre des distributions stables. Friedmann & Vandersteel rejettent aussi ces dernières en testant les séries permutées

aléatoirement; pour eux, la distribution pertinente est en fait normale avec des paramètres variables.

Boothe & Glassman (1987) ainsi que Hsieh (1988) sont les premiers à pouvoir envisager au moins 10 ans de changes flottants. De ce fait, Boothe & Glassman examinent systématiquement le passage d'une base de temps quotidienne à des bases hebdomadaire, mensuelle et trimestrielle, passage où la leptokurtosis des séries quotidiennes s'estompe et devient négligeable en données trimestrielles. Boothe & Glassman penchent en faveur des distributions de Student ou des combinaisons de lois normales. Toutefois, leur conclusion insiste sur l'hypothèse de paramètres variables avec le temps sur laquelle Hsieh (1988) se concentre. Pour celui-ci, l'alternative est la suivante : les données sont tirées indépendamment de distributions constantes à travers le temps et dotées de queues épaisses ou bien elles proviennent de distributions normales qui dépendent du temps (effets ARCH). Ses résultats tranchent en faveur de la seconde hypothèse mais sa conclusion est nuancée car son modèle lui fournit des erreurs dont la leptokurtosis est amoindrie mais toujours significative : la distribution conditionnelle serait donc aussi leptokurtique.

Tous ces résultats portent toujours sur des taux de change contre dollar mais ils peuvent être généralisés à des taux contre franc. Parallèlement, certains auteurs ont prêté leur attention à l'examen de données intra-quotidiennes. Généralement, ils confirment la non-normalité, et particulièrement la leptokurtosis, ainsi que la liaison inverse entre périodicité et leptokurtosis. Les sections suivantes vont nous permettre d'aller plus loin que ce constat qui était déjà celui de Adler & Dumas (1983).

2. Processus mixtes

Récemment, des études ont envisagé des processus impliquant des discontinuités (ou des sauts) dans la cotation des taux de change. Les processus stochastiques proposés y sont simples et découlent de l'observation suivante : certains événements sont réguliers (annonce du solde du commerce extérieur...) mais la plupart interviennent à des moments aléatoires et avec des ampleurs imprévisibles (guerre, catastrophe écologique...). Si les marchés sont efficaces, ces nouvelles sont immédiatement répercutées dans les cours mais entre les nouvelles, par contre, les cours peuvent rester fixes. Ceci s'interprète en énonçant que le nombre d'événements par unité d'intervalle de temps est un tirage indépendant à partir d'une distribution de Poisson. Par ailleurs, lors de chaque événement, on peut supposer que les sauts effectués par les prix sont tirés d'une distribution normale.

Le processus composite ainsi obtenu s'appelle processus Composé Poissonien-Normal (CPN) et il est un exemple très simple de processus subordonné (voir Clark [1973]); en effet, il n'est décrit que par trois paramètres (le nombre moyen d'événements par unité de temps, la moyenne et la variance de la loi normale). Les propriétés d'un processus CPN sont discutées par Feinstone (1987). En particulier, elle montre qu'un tel processus est leptokurtique et que sa leptokurtosis diminue

lorsque la périodicité augmente, ce qui est conforme aux faits. Comme le processus de Wiener, le processus CPN est une marche aléatoire en temps continu et un processus markovien à incréments indépendants. Mais, à la différence du processus de Wiener où les prix évoluent de façon continue grâce à de petites variations en grand nombre, les prix soumis à un processus CPN sont affectés par des discontinuités qui peuvent être de grande amplitude et qui traduisent des sauts en petit nombre.

Le travail de Feinstone (1987) comporte le test de la validité de l'hypothèse CPN pour le processus suivi par le prix des options de change USD/DEM; ses séries sont intra-quotidiennes avec des intervalles variables ou constants. Ses résultats plaident en faveur du processus CPN mais de manière biaisée car ce processus n'est comparé qu'au processus normal pur. La démonstration perd donc une partie de sa portée puisqu'il est évident que tout processus permettant la leptokurtosis surclasse le processus normal qui ne le permet pas.

Tel n'est pas le cas des études menées par Akgiray & Booth (1988) ou par Tucker & Pond (1988) qui ne disposent cependant que de données quotidiennes de taux de change. Ces auteurs proposent une nouvelle alternative pour représenter les variations du taux de change : le processus Mixte Diffusion-Saut (MDS) qui est simplement la superposition d'un processus de Wiener et d'un processus CPN. Tous les moments existent pour ce processus qui peut être leptokurtique et asymétrique selon les valeurs de ses paramètres. Une plus longue discussion de ce processus se trouve chez Clark (1973) ou chez Merton (1990). Les taux de change subissent alors simultanément un grand nombre de variations de petite amplitude causées par des informations marginales et n'entravant pas la continuité du chemin suivi par le processus et un petit nombre de sauts de grande amplitude causés par des chocs informationnels et aboutissant à des discontinuités dans le cheminement. Ces propriétés sont économiquement intéressantes, en particulier la capacité à décrire l'arrivée des nouvelles sur le marché (à cause du processus CPN pur) et également la cohérence avec l'hypothèse de marchés efficients (à cause du processus brownien pur).

A la différence de Feinstone, Tucker & Pond et Akgiray & Booth font des comparaisons systématiques avec les autres processus qui ont eu les faveurs de la littérature antérieure (parétiennes stables, Student, lois normales combinées). Elles débouchent dans tous les cas en faveur des processus mixtes diffusion-saut. Toute-fois, selon Akgiray & Booth, les paramètres des processus MDS doivent certainement varier avec le temps.

3. Effets ARCH

Ainsi, les processus MDS apparaissent des solutions convaincantes. Toutefois, une discussion des modèles ARCH se justifie ici pour deux raisons. D'une part, les processus à variance variable (ARCH) impliquent aussi des propriétés qui sont celles des séries temporelles empiriques de taux de change, propriétés que certains quali-

fient d'effets ARCH. D'autre part, ces modèles ont pour sous-produits des séries temporelles de variances; or ces dernières sont importantes en finance au sein des modèles d'évaluation des actifs, nationaux (CAPM) comme internationaux (IAPM).

Comme l'a noté Mandelbrot (1963) dans son analyse des prix financiers, « ...de grandes variations tendent à être suivies par de grandes variations – quel qu'en soit le signe – et de petites variations tendent à être suivies par de petites variations... » Or cette propriété de concentration de la volatilité des prix des actifs financiers sur certaines périodes est élégamment captée par les modèles ARCH; leur principe revient à poser la variance conditionnelle d'un processus comme une moyenne des carrés des résidus passés. Pour une description exhaustive de ces modèles, nous renvoyons à Bollerslev, Chou, Jayaraman & Kroner (1991). Nous nous bornons ici à analyser si la modélisation ARCH est pertinente du point de vue des propriétés statistiques des séries empiriques de change et si les effets ARCH parviennent à rendre compte de toute la leptokurtosis de ces séries.

Milhoj (1985) et Bollerslev (1986) démontrent que, lorsque la distribution conditionnelle des erreurs d'un modèle GARCH est normale, la distribution inconditionnelle des résidus est leptokurtique. Avec un raisonnement similaire à celui qui conduit au théorème central-limite, Diebold (1988) montre également que l'agrégation temporelle fait tendre la distribution inconditionnelle vers la loi normale et donc que la leptokurtosis induite par l'effet ARCH s'estompe par agrégation temporelle. Toutes ces propriétés sont conformes aux résultats de la section 1.

Si on n'utilise que des taux de change, les modèles ARCH peuvent être mis en œuvre en périodicité hebdomadaire et quotidienne, c'est-à-dire là où la leptokurtosis est importante. Le premier, Diebold (1988) a étudié la conditionalité de la variance d'un taux de change avec des données hebdomadaires; il a vérifié que la kurtosis des séries brutes se réduit lors des agrégations mensuelles en conformité avec son théorème « central-limite ». Lastrapes (1989) et Tamisier & Lemery (1990) introduisent des variables muettes qui rendent le modèle un peu interprétatif mais ces variables indicatrices, bien que significatives, sont loin d'annihiler les effets ARCH. Enfin, Bollerslev (1987) applique un modèle GARCH à des séries quotidiennes; il remarque que, même si une diminution de la kurtosis est à mettre à l'actif du modèle, celle-ci demeure importante et nécessite la mise en place d'une distribution conditionnelle avec excès de kurtosis sur la loi normale. Bollerslev, Chou, Jayaraman & Kroner (1991) étendent la portée de cette remarque à tous les actifs financiers.

Les trois études restantes envisagent effectivement des distributions non-normales, hormis les lois stables parétiennes puisque ces lois ne tendent pas vers la loi normale lorsqu'on allonge la base temporelle. Les deux premières études traitent des données quotidiennes de taux de change. Hsieh (1989) teste avec un EARCH des distributions de Student, exponentielle-puissance, normale-poissonienne et normale-log-normale tandis que Baillie & Bollerslev (1989) étudient seulement les distributions de Student et exponentielle-puissance avec un GARCH. Pour les seconds, la distribution de Student semble meilleure tandis que, pour le premier, il y a un petit avantage pour la distribution normale-poissonienne. Avec des données hebdoma-

daires et mensuelles, Jorion (1988) met en balance des distributions normales et normales-poissoniennes, conditionnelles ou inconditionnelles. Les résultats mensuels sont ambigus mais c'est sans conteste les distributions hebdomadaires avec sauts qui sont les plus significatives, la distribution inconditionnelle avec sauts étant même meilleure que la conditionnelle sans sauts.

Ainsi, nous approuvons en partie Baillie & Bollerslev (1989) selon lesquels les mouvements quotidiens ou hebdomadaires des taux de change sont correctement décrits par une marche aléatoire affectée par une kurtosis excessive et une hétéroscédasticité variable, donc par des distributions leptokurtiques et conditionnelles. Sur les périodicités mensuelles ou trimestrielles par contre, la normalité conditionnelle est admissible et les modèles ARCH apparaissent suffisants. De cela, il ressort que la propriété de leptokurticité est au moins aussi importante que celle de conditionalité.

4. Processus mixtes et modèles d'évaluation d'actifs

Puisqu'on a réfuté l'hypothèse de normalité inconditionnelle pour caractériser les variations du taux de change et si on veut préserver la généralité des modèles d'évaluation d'actifs (CAPM, IAPM), il faut songer à un remaniement analytique de ces modèles. Nous voulons esquisser ici les voies de ce remaniement en privilégiant l'amendement de l'hypothèse de normalité par l'introduction d'une composante poissoniennne. Au passage, nous envisagerons le cas où la distribution non-normale soit seulement conditionnelle, ce qui ira dans le sens d'un processus à variance variable (ARCH).

Selon l'examen par Merton (1990) des modèles en temps continu compatibles avec la programmation dynamique, la pertinence de ces modèles pour décrire un marché financier réel, avec un intervalle temporel variable, petit mais non nul entre deux événements est avérée si l'amplitude des événements est d'autant plus petite que ceux-ci sont fréquents. Les deux cas extrêmes sont les événements fréquents conduisant à une trajectoire continue (processus de Wiener) et les événements rares conduisant à une trajectoire discontinue (processus de Poisson). La réalité perçue par cette approche en temps continu plaide donc en faveur de l'hypothèse la plus générale des processus markoviens à accroissements aléatoires indépendants et à variance finie, donc des processus mixtes diffusion-saut (MDS). Dans la lignée de Cootner (1964) et en opposition avec Mandelbrot (1963) et Fama (1965), l'analyse de Merton (1990) conduit également à rejeter les processus à incréments indépendants mais à variance infinie, c'est-à-dire les distributions stables de Pareto-Levy.

En dépit de cela, pour l'évaluation d'actifs « classiques », l'hypothèse la plus répandue est celle de processus de Wiener. Au contraire, pour l'évaluation des options, l'adoption de processus mixtes, voire purement poissoniens, est commune (voir par exemple Merton [1990]) car les discontinuités sont la raison d'être des options. En finance, il n'y a pas d'obstacle analytique car on dispose d'un lemme de Itô et d'un principe du maximum généralisés à des processus MDS (voir Malliaris

& Brock [1982]). En économétrie, la normalité est l'hypothèse « standard » mais la modélisation économétrique en temps continu de Bergstrom (1990) est bâtie sur l'hypothèse générale de bruits blancs, incluant aussi bien les processus de Wiener que ceux de Poisson ou encore un mélange des deux.

Maintenant, nous recensons les rares travaux qui, à notre connaissance, se situent dans le champ des modèles d'évaluation d'actifs « classiques » tout en envisageant des processus mixtes. Jarrow & Rosenfeld (1984) reprennent le problème de l'évaluation d'actifs avec ensemble d'opportunités d'investissement constant (CAPM statique, voir Merton [1990]), Ahn & Thompson (1988) celui avec ensemble stochastique (CAPM intertemporel, voir Merton [1990]) et Svensson (1991) reprend le problème sous son angle international (IAPM, voir Adler & Dumas [1983]).

Avec une hypothèse MDS sur les rentabilités des actifs, Jarrow & Rosenfeld (1984) démontrent une condition suffisante pour un CAPM instantané selon laquelle la composante de saut représente un risque non-systématique diversifié dans le portefeuille de marché. Jarrow & Rosenfeld analysent la validité de cette condition en examinant la présence de sauts dans la cotation d'un portefeuille de marché et donc d'un indice boursier. Leurs tests sur l'indice américain montrent que le risque de saut n'est pas diversifiable au jour le jour, plus à l'horizon de la semaine et surtout du mois ; leur CAPM instantané n'est donc pas vérifié. Les tests de Jorion (1988) sont encore plus nets. Menés avec le même indice boursier, ils ne rejettent pas une distribution normale mensuelle mais lui préfèrent une distribution normale-poissonienne hebdomadaire.

Ahn & Thompson (1988) étendent la portée des résultats de Jarrow & Rosenfeld au cas d'ensembles stochastiques d'opportunités d'investissement et de consommation; ils démontrent que le CAPM multi-bêtas de Merton comme le CAPM à un seul bêta de Breeden ne sont généralement pas valides lorsque des processus MDS sont postulés pour les variables d'état car les mouvements discontinus des opportunités d'investissement impliquent des bêtas additionnels. Par exemple, alors que, face à des processus de Wiener, le consommateur logarithmique ne se couvre pas contre les mouvements des opportunités d'investissement, en revanche, face à des processus mixtes diffusion-saut, ce consommateur est amené à se couvrir contre les sauts des opportunités d'investissement.

Une généralisation effectuée par Svensson (1990) permet d'inclure le risque d'une dévaluation dans un IAPM; cette dévaluation s'interprète conme le réaménagement d'une zone cible (le S.M.E. par exemple) ou comme l'évolution brusque d'un taux de change flottant. Cette généralisation implique un processus MDS pour le taux de change qui est aussi le seul « état de la nature » influençant les autres processus. L'originalité de Svensson par rapport à Kouri (1976) est d'ailleurs la considération d'un état et donc le conditionnement de la distribution MDS. Toutefois, Svensson (1990) suppose que le processus directeur du processus poissonien est non aléatoire : les sauts ont une amplitude constante. Bertola & Svensson (1991) retienment aussi des processus MDS mais ils introduisent des sauts d'ampleur aléatoire. Un cas intermédiaire est envisagé par Oldfield, Rogalski & Jarrow (1977) où l'amplitude

des sauts est distribuée identiquement mais autocorrélée. Au total, un réalisme complet exigerait simultanément le postulat d'une distribution de probabilité affectant l'amplitude et le conditionnement de cette distribution à certains états de la nature.

Enfin, alors que les résultats cités pour les CAPM ne portaient que sur l'évaluation d'actifs et donc que sur l'existence de « bêtas », l'approche plus macroéconomique de Svensson privilégie les fonctions de demande d'actifs et les formules de prime de risque. Dans le portefeuille optimal, outre les deux portefeuilles obtenus par Adler & Dumas (1983) avec des processus de diffusion et un troisième dû à la couverture de la variable d'état (le taux de change), il y a un quatrième portefeuille qui couvre le risque de saut du taux de change. Ce risque reçoit donc une évaluation qui modifie la prime de risque et l'écart par rapport à la parité non couverte des taux d'intérêt. Ainsi, le pessimisme qui résulterait de l'inadéquation des CAPM traditionnels en présence de sauts est tempéré par le fait que cette inadéquation ne concerne pas les demandes d'actifs ou les primes de risque.

Conclusion

La critique de l'hypothèse de processus de diffusion en finance conduit ainsi à trois messages que nous pouvons rappeler en conclusion. Tout d'abord, cette hypothèse s'avère mal fondée au regard de la réalité qui intéresse le développeur de méthodes quantitatives en finance; nous l'avons clairement établi pour les taux de change mais ceci se généralise sans peine à toutes les variables financières. Par ailleurs, malgré ses avantages et l'engouement qu'elle suscite, la modélisation ARCH n'épuise pas le problème et il est nécessaire de compléter celle-ci par une hypothèse de processus mixtes diffusion-saut (MDS). Enfin, pour permettre de faire évoluer la finance dans le sens d'une prise en compte de cette hypothèse de processus mixtes, des outils analytiques simples existent déjà. Ces développements nous paraissent donc à la fois nécessaires, aisés et prometteurs.

RÉFÉRENCES

- ADLER M., DUMAS B. (1983) "International Portfolio Choice and Corporation Finance: a Synthesis." J. of Finance, 925-84.
- AHN C.M., THOMPSON H.E. (1988) "Jump-diffusion Processes and the Term Structure of Interest Rates." J. of Finance, 155-74.
- AKGIRAY V., BOOTH G.G. (1988) "Mixed Diffusion-jump Process Modeling of Exchange Rate Movements." R. of Economics and Statistics, 631-7.
- BACHELIER L. (1900) *Théorie de la spéculation*. Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure, Gauthier-Villars, Paris.
- BAILLIE R.T., BOLLERSLEV T. (1989) "The Message in Daily Exchange Rates: a Conditional Variance Tale." J. of Business and Economic Statistics, 297-305.

- BERGSTROM A.R. (1990) Continuous Time Econometric Modeling. Oxford University Press, Oxford.
- BERTOLA G., SVENSSON L.E.O. (1991) "Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target Zone Models." Document de travail NBER nº 3576.
- BOLLERSLEV T. (1986) "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity." J. of Econometrics, 307-27.
- BOLLERSLEV T. (1987) "A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return." R. of Economics and Statistics, 542-7.
- BOLLERSLEV T., CHOU R. Y., JAYARAMAN N., KRONER K.F. (1991) "Les modèles ARCH en finance: un point sur la théorie et les résultats empiriques." *Annales de l'INSEE*, 1-59.
- BOOTHE P., GLASSMAN D. (1987) "The Statistical Distribution of Exchange Rates: Empirical Evidence and Economic Implications." J. of International Economics, 297-319.
- CLARK P.K. (1973) "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices." *Econometrica*, 135-55.
- COOTNER P.H. ed. (1964) The Random Character of Stock Market Prices. M.I.T. Press, Cambridge (Mass.).
- CORNELL W.B., DIETRICH J.K. (1978) "The Efficiency of the Market for Foreign Exchange under Floating Exchange Rates." R. of Economics and Statistics, 111-20.
- DIEBOLD F.S. (1988) Empirical Modeling of Exchange Rate Dynamics. Lecture Notes in Economics and Mathematical Science no 303, Springer Verlag, New-York, Heidelberg & Tokyo.
- FAMA E.F. (1965) "The Behavior of Stock Market Prices." J. of Business, 34-105.
- FEINSTONE L.J. (1987) "Minute by Minute: Efficiency, Normality and Randomness in Intra-daily Asset Prices." J. of Applied Econometrics, 193-214.
- FRIEDMAN D., VANDERSTEEL S. (1982) "Short-run Fluctuations in Foreign Exchange Rates: Evidence from the Data, 1973-79." J. of International Economics, 171-86.
- GIOVANNINI A., JORION P. (1987) "Interest Rates and Risk Premia in the Stock Market and in the Foreign Exchange Market." J. of International Money and Finance, 107-24.
- GIOVANNINI A., JORION P. (1989) "The Time Variation of Risk and Return in the Foreign Exchange and Stock Markets." J. of Finance, 307-25.
- HSIEH D.A. (1988) "The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates: 1974-83." J. of International Economics, 129-45.
- HSIEH D.A. (1989) "Modeling Heteroskedasticity in Daily Foreign Exchange Rates." J. of Business and Economic Statistics, 307-17.
- JARROW R.A., ROSENFELD E.R. (1984) "Jump Risks and the Intertemporal Capital Asset Pricing Model." J. of Business, 337-51.
- JORION P. (1988) "On Jump Processes in the Foreign Exchange and Stock Markets."
 R. of Financial Studies, 427-45.
- KON S.J. (1984) "Models of Stock Returns: a Comparison." J. of Finance, 147-65.
- KOURI P.J.K. (1976) The Determinants of the Forward Premium. Document de travail de l'IIES, Université de Stockholm, nº 62.
- LASTRAPES W.D. (1989) "Exchange Rate Volatility and U.S. Monetary Policy: an ARCH Application." J. of Money, Credit and Banking, 66-77.

- MACFARLAND J.W., PETTIT R.R., SUNG S.K. (1982) "The Distribution of Foreign Exchange Price Changes: Trading Day Effects and Risk Measurement." J. of Finance, 693-715.
- MALLIARIS A.G., BROCK W.A. (1982) Stochastic Methods in Economics and Finance. North-Holland, Amsterdam.
- MANDELBROT B. (1963) "The Variation of Certain Speculative Prices." J. of Business. 147-65.
- MERTON R.C. (1990) Continuous-Time Finance. Basil Blackwell, Oxford.
- MILHOJ A. (1985) "The Moment Structure of ARCH Processes." Scandinavian J. of Statistics, 281-92.
- OLDFIELD G.S., ROGALSKI R.J., JARROW R.A. (1977) "An Autoregressive Jump Process for Common Stock Returns." J. of Financial Economics, 389-418.
- ROGALSKI R.J., VINSO J.D. (1978) "Empirical Properties of Foreign Exchange Rates." J. of International Business Studies, 69-79.
- SAMUELSON P.A. (1965) "Rational Theory of Warrant Pricing." *Industrial Management R.*, 13-31.
- SVENSSON L.E.O. (1990) The Foreign Exchange Risk Premium in a Target Zone with Devaluation Risk. Document de travail NBER n°3466.
- TAMISIER S., LEMERY C. (1990) Dynamique des taux de change: estimation par un modèle ARCH. Document de travail de la Caisse des Dépôts et Consignations, nº 1990-25T.
- TUCKER A.L., POND L. (1988) "The Probability Distribution of Foreign Exchange Price Changes: Tests of Candidate Processes." R. of Economics and Statistics, 638-47.
- WESTERFIELD J.M. (1977) "An Examination of Foreign Exchange Risk under Fixed and Floating Exchange Rate Regimes." J. of International Economics, 181-200.