

JEAN-PIERRE CHATEAU

**Choix rationnel en incertitude : un modèle dynamique de sélection
du portefeuille d'actifs des sociétés de crédit populaire**

Journal de la société statistique de Paris, tome 120, n° 3 (1979), p. 159-177

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1979__120_3_159_0

© Société de statistique de Paris, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CHOIX RATIONNEL EN INCERTITUDE : UN MODÈLE DYNAMIQUE DE SÉLECTION DU PORTEFEUILLE D'ACTIFS DES SOCIÉTÉS DE CRÉDIT POPULAIRE (*)

Jean-Pierre CHATEAU

*Professeur agrégé d'économie et de finance
Université Mc Gill, Canada*

Au-delà de l'application présentée, l'article met l'accent sur des considérations méthodologiques. Par exemple, du point de vue spécification, il s'agit d'un modèle micro-économique du portefeuille d'un intermédiaire financier donné, et non, un modèle sectoriel ou macro-économique, comme pour les études antérieures. Il en résulte dès lors une spécificité plus grande des hypothèses relatives à la fonction objectif, aux variables de décision et aux contraintes ainsi qu'aux structures statique et dynamique du modèle. Enfin, du point de vue estimation, le recours aux triples moindres carrés permet d'estimer le système dans son ensemble en tenant à la fois compte des contraintes a priori et de l'existence de covariances contemporaines non nulles.

Beyond the specific case presented the article stresses methodological considerations. For instance, we specify a portfolio micro-model (for a given financial institution) rather than a sectoral or macro-model, as previously advocated. This, thus, implies more specific assumptions about the objective function, the choice variables and relevant constraints as well as about the typology of financial markets and the model static and dynamic structure. Also, since we estimate the reduced-form system as a whole, three stage least squares were used, so as to take into account a priori restrictions and non null contemporaneous covariances.

Ausser der Beschreibung der Anwendung der vorstehende Artikel beschreibt die praktischen Anwendungen anhand eines konkreten Beispiels. Es handelt sich um ein « mikro-ökonomisches » Modell; die Verwaltung eines Vermögens, das aus Wertpapieren besteht und von einem Börsenmakler verwaltet wird und nicht um ein Modell, das den ganzen Sektor umfasst, d.h. makro-ökonomisch ist, wie bei den vorhergehenden Studien. Die Folge davon ist eine grössere Spezifität der Hypothesen hinsichtlich seiner objektiven Funktion, der verschiedenen Möglichkeiten der Entscheidungen und der daraus folgenden erzwungenen Entschlüsse, wie auch der statischen Struktur und der Dynamik des Modells. Endlich hinsichtlich der Abschätzungen, die Verwendung der dreifachen geringsten Quadrate gestattet das System in seiner Gesamtheit abzuschätzen in dem man zu gleicher Zeit dem Zwang a priori Rechnung trägt und der Existenz der zu gleicher Zeit bestehenden Kovarianten, die nicht gleich Null sind.

* La présente recherche a été financée par le Conseil des Arts du Canada, M. A. DESCOTEAUX agissant à titre de chargé de recherche. Le prix de recherche (1976-77) de la Faculty of Management, McGill University, nous a également permis de nous consacrer entièrement à cette recherche. Au fil de diverses versions, nous avons bénéficié des avis et critiques constructives de MM. MORIN et ROY des Caisses populaires, de nos collègues MM. ERRUNZA et WHITMORE ainsi que de ceux du séminaire interdisciplinaire de recherche de la Faculté. La présente version a également bénéficié des critiques pertinentes de participants aux conférences de l'F. S. S. E. C. (Paris 1977) et de l'E. F. A. (Bad Homburg 1977). Il va de soi que la responsabilité des opinions émises, ainsi que celle des erreurs éventuelles, nous incombe.

INTRODUCTION

Le présent article vise à expliquer, en termes d'un modèle fortement spécifié, le comportement de portefeuille de la plus importante société canadienne de crédit populaire — un secteur financier en elle-même —, les Caisses populaires Desjardins de Québec. Ou plus précisément, encore, son but principal est d'élaborer un modèle expliquant comment l'institution procède à la sélection de son portefeuille d'actifs en incertitude et sous contraintes, notamment de bilan, ainsi que comment elle réagit aux variations des variables de marchés financiers ou déterminées de façon exogène à ceux-ci.

Notons aussi que la littérature scientifique sur le sujet est rare et entièrement descriptive, l'étude la plus pertinente, à notre connaissance, étant celle de Julien (1975). A l'exception de ce dernier, il semble également ne pas exister de travaux traitant en termes quantitatifs du comportement de portefeuille, voire d'intermédiation, des Caisses. Dès lors, l'objectif de la présente étude est d'offrir une telle connaissance quantitative. Aussi, afin de progresser dans cette voie, avons-nous dû faire abstraction des détails institutionnels périphériques au comportement de portefeuille, pour nous concentrer sur une spécification dynamique et robuste s'inspirant à la fois des procédures d'optimisation et de la théorie de choix rationnel de portefeuille.

Quant à l'argumentation des trois prochaines sections, elle s'agencera comme suit : en section première est tissée la toile de fond institutionnelle, le bilan des Caisses. A partir de celui-ci, est élaboré le modèle de sélection de portefeuille d'actifs en incertitude, l'objet de la deuxième section, modèle dont la quantification est traitée lors de la troisième section. Enfin, un bilan prospectif des implications de gestion financière et de liquidité du modèle tient lieu de conclusion.

SECTION I — LA TOILE DE FOND INSTITUTIONNELLE : LE BILAN DES CAISSES

Sans procéder à une description institutionnelle détaillée du système des Caisses Populaires Desjardins de Québec (à cet effet, on consultera Chateau, 1977), il s'avère utile, à titre introductif, de procéder à certaines remarques liminaires afférentes à la structure financière de l'institution et propres à éclairer la théorie économique subséquente.

Tout d'abord, les Caisses locales, elles-mêmes regroupées en Unions régionales, et, ces dernières, consolidées en une Fédération provinciale, n'offrent leurs services de dépôts et prêts qu'aux membres, ceux-ci étant à la fois actionnaires (propriétaires) ainsi que déposants et/ou emprunteurs (clients). Il s'agit dès lors de coopératives financières concentrant leurs activités bancaires dans le secteur des ménages, s'abstenant dès lors d'offrir des crédits aux institutions commerciales et industrielles non coopératives.

Comme le tableau I l'indique, la nomenclature des bilans des Caisses et Unions est similaire; quant à la définition détaillée des postes, elle est présentée dans Chateau (1977) ou Julien (1975). Toutefois, avant d'examiner la structure du bilan consolidé et son évolution chronologique, mettons en exergue la nature des activités d'intermédiation pratiquées par Caisses et Unions.

Au vu des colonnes (1) et (2), il semble qu'à l'actif, l'activité de base des Caisses soit celle de prêt, personnel (L) et hypothécaire (M), alors que celle des Unions est surtout d'invest-

TABLEAU I

Bilan du système des Caisses populaires, en millions de dollars courants

	(1) des Caisses locales 1974.II	(2) des Unions régionales 1974.II	(3) consolidé		(4) Structure (en %)		(5) Croissance** (en %)
			1974.II	1962.I	1962.I	1974.II	
<i>Actif</i>							
Encaisse monétaire et effets en transit (<i>F</i>)	C \$ 81	27	243	28	3,45	5,93	3,51
Réserves (<i>R</i>)	956*	146	121	50	6,16	2,95	3,27
Investissements mobiliers (<i>B</i>)			1 080	302	37,19	26,34	2,94
Parts des Unions régionales	12	0	0	—	—	—	—
Obligations et autres titres	512	598	1 080	—	—	—	—
Prêts personnels (et autres) (<i>L</i>)	824	116	918	75	9,24	22,38	4,73
Hypothèques (<i>M</i>)	1 555	15	1 570	327	40,27	38,28	2,84
Actifs divers (<i>ML</i>)	144	24	169	29	3,57	4,12	3,59
ACTIF TOTAL	C \$ 4 807	926	4 101	812	≈ 100,00	100,00	3,35
<i>Passif</i>							
Engagement vis-à-vis du public (<i>TD</i>)			3 835	764	94,09	93,51	3,25
Dépôt (<i>D</i>)	3 502	886	3 509	—	—	—	—
Parts sociales (<i>OS</i>)	326	12	326	—	—	—	—
Patrimoine (<i>K</i>)	189	20	209	47	5,79	5,10	3,18
Passifs divers (<i>ML</i>)	70	8	57	1	0,01	1,39	7,26
PASSIF TOTAL	C \$ 4 087	926	4 101	812	≈ 100,00	100,00	3,35

Truisme comptable : $(F + R + B + L + M + MA) = TD + K + ML$ (t), $\Delta(t)$.

* Y compris dépôts à vue et investissements en portefeuille commun auprès des Unions régionales.

** Taux trimestriel moyen (semi-logarithmique) pour la période 1962.I-1974.II, exprimé en pourcentage.

Source : Fédération de Québec des Caisses populaires Desjardins (Lévis).

tissement mobilier (*R* et *B*) ⁽¹⁾. Cette dernière est alors financée principalement par une contribution des Caisses locales, dont le montant s'élève de 25 à 35 % environ de leurs dépôts trimestriels, *TD*, à un portefeuille commun géré par les Unions ⁽²⁾. Notons que ces dernières requièrent également des Caisses une contribution équivalente à 8 à 10 % de leur engagement vis-à-vis du public, ce, afin d'assurer leur liquidité (encaisse). Dans les deux cas, cependant, les Unions paient aux Caisses un faible intérêt sur leurs contributions. Enfin, l'activité de *passif* primordiale des Caisses locales est celle d'acceptation de dépôts du public.

Les colonnes (1) et (2) nous permettent également de déceler que certains actifs des Caisses, témoin leurs réserves, constituent en partie les passifs des Unions, témoin leurs dépôts. Aussi, afin d'obvier aux doubles emplois, nous utiliserons les bilans consolidés (colonne 3) lors de l'étude analytique. A titre indicatif, faisons simplement observer que la valeur des actifs du système dans son ensemble oscille entre celle des actifs agrégés des Caisses et celle de la somme des actifs globaux des Caisses et Unions.

Ensuite, la structure de l'actif consolidé du système permet, d'une part, un regroupement de postes pertinent au point de vue théorie financière, d'autre part, un examen de sa dynamique chronologique. Premièrement, au point de vue théorique, deux regroupements de postes méritent d'être rappelés : le premier classe les postes de l'actif en activités internes

1. Une ventilation plus fine des postes du bilan ainsi qu'une information statistique plus étendue permettraient de mieux appréhender et segmenter, notamment par maturités et/ou types de titres, les investissements mobiliers, voire les autres postes du bilan des Caisses.

2. Avant 1970, portefeuilles mobiliers des Caisses et Unions étaient distincts, quoique leur gestion fût déjà l'apanage de ces dernières. Depuis lors, les diverses contributions des Caisses aux Unions sont reprises sous la rubrique réserves (colonne 1, actif) pour les Caisses, et transférées au poste dépôts (colonne 2, passif) des Unions. Elles permettent alors de financer, en autres, leurs investissements mobiliers (colonne 2, actif).

de prêt (L et M) et externes d'investissement mobilier (R et B), qui correspondent d'ailleurs aux fonctions respectives des Caisses et Unions. Quant à la seconde classification, elle regroupe les postes correspondant aux liquidités primaire (CF) et secondaire (R) généralement soumises aux coefficients de réserve du système bancaire, auxquels, soit dit en passant, les Caisses ne sont point soumises.

Secondement, au point de vue dynamique chronologique (les colonnes 4 et 5), il semble que si les liquidités du système sont demeurées de l'ordre de 9 % environ de l'actif consolidé ⁽¹⁾, leur structure s'est modifiée puisqu'elle présente une réduction importante des réserves secondaires R , au profit des liquidités primaires, CF . D'autre part, les Caisses ont également accru de façon substantielle (de 9 à 22 % environ) leur activité de prêt personnel, L — celle de prêt hypothécaire M , se maintenant aux environs de 40 % de l'actif consolidé — et ce, au détriment de leur portefeuille mobilier, B . Enfin, dans la mesure où nous considérons les divers actifs comme allocations d'un portefeuille en incertitude, on peut considérer, au point de vue décisionnel, que CF et MA constituent des variables prédéterminées c'est-à-dire déterminées antérieurement à la ventilation du portefeuille d'actifs (R , B , L et M) du système. (C. f. « prior claims » de Parkin, 1970).

Identiquement, au passif, l'activité principale des Caisses est celle d'acceptation de dépôts du public (environ 94 % de leur passif), les postes K et ML constituant des variables prédéterminées dont l'importance est mineure. Faisons, toutefois, remarquer que nous avons groupé les deux types de dépôts existants ⁽²⁾, ordinaires et stables (correspondant grosso modo à la notion de dépôts à vue et à terme), et les parts sociales, étant donné qu'avant 1967, ces dernières constituaient l'unique médium d'épargne stable ou à terme. Enfin, il convient de mettre l'accent sur la croissance rapide du système des Caisses, leurs actifs ou passifs augmentant de 1962 à 1974 au rythme respectable de 3,25 % environ par *trimestre*.

SECTION II — MODÈLE DYNAMIQUE DE CHOIX EN INCERTITUDE DU PORTEFEUILLE DES CAISSES POPULAIRES

2.1. Fonction objectif

Postulons dès l'abord que l'analyse de rendement risque du portefeuille d'équilibre du système des Caisses populaires (ci-après les Caisses) consiste en la maximisation d'une fonction objectif dont l'espérance mathématique et la variance du revenu réel sur la richesse nette non prédéterminée en constituent les arguments, et ce, sous certaines contraintes à définir.

Soit alors la fonction d'utilité des gestionnaires des Caisses ⁽³⁾ :

$$U(\pi) = 1 - e^{-b\pi}$$

où U désigne l'utilité par période de décision (trimestrielle, ici) du revenu réel (π) sur la richesse

1. Toutefois, lorsque la liquidité est mesurée en termes de passif-dépôts (TD), on constate l'évolution structurelle suivante : la liquidité primaire a crû de 3,66 à 6,34 % alors que celle secondaire décroissait simultanément de 6,54 à 3,16 %. Il en résulte également une légère diminution (de 10,20 à 9,50 %) de la liquidité globale.

2. Seule est disponible une série statistique des dépôts agrégés. Ici aussi une information statistique plus étendue autoriserait une ventilation plus fine des postes du bilan, d'où une meilleure segmentation de certains marchés sur lesquels les Caisses sont actives.

3. Puisque $U' > 0$ et $U'' < 0$, cette fonction exponentielle négative est caractérisée par une utilité marginale décroissante mais positive des rendements financiers. Sa distribution asymétrique convient d'ailleurs bien aux valeurs uniquement positives des variables financières des Caisses.

nette, et, où $b > 0$ mesure leur aversion au risque, laquelle est, par hypothèse, constante. Étant donné l'incertitude liée à la fois aux rendements attendus sur actifs financiers et aux taux sur prêts, nous supposons que π est distribué $\approx N(\mu_\pi, \sigma_\pi^2)$.

Aussi, comme les Caisses sont supposées maximiser leur utilité attendue, on a, au vu de l'hypothèse de normalité de π :

$$E[U(\pi)] = 1 - \exp\left(-\frac{b}{2}\mu_\pi + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \sigma_\pi^2\right)$$

d'où

$$\max E[U(\pi)] \iff \max(\mu_\pi - \frac{b}{2}\sigma_\pi^2)$$

L'équivalent certain qu'elles sont dès lors supposées maximiser s'écrit

$$W = \mu_\pi - \frac{b}{2}\sigma_\pi^2$$

Définissons ensuite les variables μ_π et σ_π^2 . Puisque le vecteur $(p \times 1)$ m des taux observés sur actifs et prêts financiers se définit comme $m = \hat{m} + \xi_m$ où \hat{m} désigne le vecteur $(p \times 1)$ des rendements et taux attendus et ξ_m celui $(p \times 1)$ des erreurs de prévision, le revenu observé sur la richesse nette se définit alors comme $\pi = m'g$ où g représente le vecteur $(p \times 1)$ des montants d'actifs détenus en portefeuille.

Comme

$$\pi = (\hat{m} + \xi_m)'g$$

et que $\mu_\pi \equiv E(\pi)$, il en résulte que

$$\begin{aligned} \mu_\pi &= \hat{m}'g + E(\xi_m'g) \\ &= \hat{m}'g \end{aligned}$$

puisque, par hypothèse, $E(\xi_m) = 0$.

Quant à la variance du revenu, elle se définit comme

$$\begin{aligned} \sigma_\pi^2 &= E\{[\pi - E(\pi)]^2\} \\ &= g'E(\xi_m'\xi_m)g \\ &= g'Sg \end{aligned}$$

où $E(\xi_m'\xi_m) \equiv S$ désigne la matrice des variances-covariances de ξ_m . Dès lors, au vu des arguments de π , l'équivalent certain à maximiser se récrit :

$$W = \hat{m}'g - \frac{b}{2}g'Sg \tag{1}$$

2.2. Ensemble de décision et variables prédéterminées

Afin de définir nos variables de décision, nous reformulons le truisme comptable du bilan sous forme de contrainte de bilan. Soit

$$CF + R + B + L + M + MA - TD - K - ML = 0; \sum_{i=1}^{n+m} x_i = 0; t, \Delta(t) \quad (2)$$

où les six premiers termes ($x_i : 1 \dots 6$ ou n) désignent les montants d'actifs et les trois derniers ($x_i : n + 1 \dots m$ ou 9) ceux de passifs, ces derniers constituant des actifs négatifs, au vu de (2). Comme, au point de vue décisionnel, nous procédons à l'allocation simultanée de fonds non prédéterminés en un portefeuille d'actifs uniquement, les restrictions suivantes prévalent : par hypothèse, les passifs sont exogènes au problème et, dès lors, prédéterminés. Parmi les actifs, il en va de même pour l'encaisse monétaire (CF) et les actifs divers (MA) puisque, logiquement, ces postes sont déterminés antérieurement à la décision d'allocation du portefeuille.

Au vu de, nous introduisons alors les définitions et notations suivantes :

$$v' = (R, B, L, M) \quad \{v_i\} = x_i : 2 \dots 5 \quad (3)$$

désigne le vecteur (1×4) de décision des montants d'actifs et

$$\hat{m}' = \{\mu_i\} \text{ et } S = \{\sigma(v_i, v_k)\} \quad i \neq k \quad (4)$$

le vecteur des espérances mathématiques ⁽¹⁾ et la matrice des variances-covariances, respectivement des rendements attendus (c'est-à-dire revenus d'intérêt et gains ou pertes sur valeur nominale) sur actifs financiers liquides (R, B) ainsi que les taux (c'est-à-dire revenus nominaux et bonus comptables coopératifs sur prêts) sur prêts hypothécaires et à la consommation (L, M), les indices désignant l'actif auquel μ ou σ se réfère.

Dans le cas d'espèce, l'expression (4) suppose que les Caisses se comportent comme si elles étaient « *price takers* » sur les « marchés » d'actifs auxquelles elles participent. Hypothèse qui, à première vue, semble raisonnable puisque les taux sur actifs liquides sont déterminés par arbitrage entre offres et demandes agrégées sur ces marchés financiers secondaires où les Caisses ne sont qu'un des nombreux participants. Quant aux taux sur prêts, personnels ou hypothécaires, ils sont déterminés par les Caisses elles-mêmes (*rate setting operations*). Toutefois, cette expérience propre ne fait que refléter celle de marchés primaires sur lesquels les taux sont déterminés par le « *price leadership* », exercé par d'autres institutions d'intermédiation telles que sociétés hypothécaires, de fiducie ou d'assurance, voire les banques à charte. De plus, les autorités fédérales influent également sur le taux hypothécaire par l'entremise de la Société Centrale d'Hypothèques et de Logement, et, sur celui du crédit à la consommation, par la « *moral suasion* » de la Banque du Canada et du Ministère des Finances. Il semble dès lors peu probable que les Caisses dictent, même localement, leurs taux sur ces marchés.

2.3. Contraintes

Au vu des expressions (2) et (3), il s'avère que l'allocation de fonds en actifs du portefeuille ($v_i \geq 0$ excluant les ventes à terme) est contrainte par le montant de richesse nette

1. L'incertitude afférente aux taux de rendement sur actifs liquides se rationalise à partir des fluctuations de prix observées sur les marchés secondaires de réserves et d'obligations. Quant à celle relative aux taux sur prêts (L, M), elle est fonction, d'une part, de bonus coopératifs sur prêts octroyés en fin de période de décision ou ultérieurement, d'autre part, du « *price leadership* » exercé sur ces marchés primaires par d'autres institutions financières. Et ce, nonobstant, le fait que les Caisses déterminent elles-mêmes leurs taux sur prêts.

non prédéterminée (V), ce dernier étant égal à celui d'un agrégat (f) de variables considérées par les Caisses comme prédéterminées. Notre allocation est dès lors contrainte par l'expression

$$\underline{\dot{z}}' \varrho = V = f \tag{5}$$

où, dans le cas d'espèce,

$$\begin{aligned} f &= TD - [K + ML - CF - MA] \\ &= TD \pm C \\ &\simeq TD \end{aligned} \tag{6}$$

l'ultime approximation étant basée sur la nullité approximative ou une valeur faible, C , de l'expression entre crochets (c'est-à-dire *de facto* que $K + ML \simeq CF + MA$).

Afin d'être exhaustif, mentionnons également deux contraintes additionnelles. Premièrement, en vue d'obtenir un portefeuille dont l'espérance mathématique soit positive, nous postulons que, pour certains $j : n + 1 \dots m$,

$$(1 - \rho_j) \max_{i: 1 \dots n} \mu_i + \rho_j \mu_1 > \mu_j$$

où ρ_j ($0 \leq \rho_j \leq 1$) désigne le coefficient de réserve moyen sur le j -ème passif et μ_j son espérance mathématique. Dans le cas des Caisses, en l'absence de coefficients de réserve légaux sur leurs divers passifs, l'expression précédente devient

$$\max_{i: 1 \dots n} \mu_i > \min_{j: n + 1 \dots m} \mu_j$$

Secondement, en vue d'obvier à l'existence d'un portefeuille non nul et non risqué (le cas d'« easy money » de Hakansson, 1969), nous avons supposé que la matrice S est positive définie.

2.4. Formulation statique du modèle de portefeuille, sa solution et ses propriétés

Au vu des points liminaires 2.1. à 2.3., le modèle de sélection simultanée des actifs du portefeuille s'écrit alors : étant donné \widehat{m} , S et f , les Caisses déterminent ϱ de façon à maximiser

$$W = \widehat{m}' \varrho - \frac{b}{2} \varrho' S \varrho \tag{1}$$

sous la contrainte

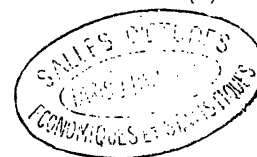
$$V - \underline{\dot{z}}' \varrho = 0 \tag{5}$$

Pour résoudre ce système, formons le Lagrangien

$$W^* = \widehat{m}' \varrho - \frac{b}{2} \varrho' S \varrho + \lambda (V - \underline{\dot{z}}' \varrho) \tag{7}$$

où λ désigne un multiplicateur de Lagrange à déterminer. W^* présentera un maximum lorsque

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta W^*}{\delta \varrho} \\ \frac{\delta W^*}{\delta \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{m} \\ V \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} bS \underline{\dot{z}} \\ \underline{\dot{z}}' 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varrho \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$



et lorsque les mineurs principaux du Hessian

$$\begin{bmatrix} -bS & -\underline{i} \\ -\underline{i}' & 0 \end{bmatrix}$$

alternent de signe, le premier étant positif. La forme réduite solution de l'expression (8) s'écrit alors

$$\begin{bmatrix} \underline{g} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bS\underline{i} \\ \underline{i}'0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \widehat{m} \\ V \end{bmatrix}$$

dont on dérive, par inversion par blocs, la solution de \underline{g} :

$$\underline{g} = \frac{1}{b} \left[S^{-1} - \frac{S^{-1}\underline{i}\underline{i}'S^{-1}}{\underline{i}'S^{-1}\underline{i}} \right] \widehat{m} + \left[\frac{S^{-1}\underline{i}}{\underline{i}'S^{-1}\underline{i}} \right] V \quad (9)$$

ou encore

$$\underline{g} = \frac{1}{b} G\widehat{m} + \underline{h}V$$

où

$$G = [S^{-1} - S^{-1}\underline{i}(\underline{i}'S^{-1}\underline{i})^{-1}\underline{i}'S^{-1}] \quad \text{et} \quad \underline{h} = S^{-1}\underline{i}(\underline{i}'S^{-1}\underline{i})^{-1}$$

L'expression (9) exprime que le montant de chaque actif détenu en portefeuille est fonction des taux financiers propre et compétitifs et de la richesse nette, leurs coefficients dépendant de la matrice des variances — covariances des taux de rendements financiers. De plus, matrice G et vecteur \underline{h} des équations (9) de demandes d'actifs des Caisses présentent diverses caractéristiques qui méritent d'être détaillées. Celles-ci sont regroupées en trois points.

a) *Il y a symétrie de la matrice G des coefficients des taux financiers*

La démonstration est similaire à celle de Parkin (1970) : S étant symétrique, S^{-1} l'est aussi, et, $(\underline{i}'S^{-1}\underline{i})$ est alors un scalaire. Puisque S^{-1} est symétrique, $S^{-1}\underline{i}$ est la transposée de $\underline{i}'S^{-1}$, d'où la symétrie de $S^{-1}\underline{i}\underline{i}'S^{-1}$. Dès lors, la différence entre deux matrices symétriques, S^{-1} et $S^{-1}\underline{i}\underline{i}'S^{-1}(\underline{i}'S^{-1}\underline{i})^{-1}$, constitue aussi une matrice symétrique, témoin G . Rappelons que ces conditions sont analogues à celles développées en théorie du choix du consommateur, à l'exception des effets de revenu qui sont omis jusqu'ici puisque le modèle ignore l'aspect dynamique de la relation entre taux financiers et variation de la richesse nette non prédéterminée (ΔV). Ceci, en autres choses, fait l'objet du point 2.5.

b) *Les ajustements d'actifs dus aux variations des taux financiers doivent satisfaire la contrainte du bilan*

Par post-multiplication de G par \underline{i} , on observe que

$$G\underline{i} = S^{-1}\underline{i} - \frac{S^{-1}\underline{i}\underline{i}'S^{-1}}{\underline{i}'S^{-1}\underline{i}} = S^{-1}\underline{i} - S^{-1}\underline{i} = 0$$

G étant symétrique, la somme sur ses lignes (pré-multiplication), comme pour ses colonnes, est aussi identiquement nulle. La seule propriété afférente au vecteur \underline{h} est aussi impliquée par la contrainte de bilan : la somme de ses éléments est égale à l'unité témoin la pré-multiplication

$$\underline{i}' \underline{h} = \underline{i}' S^{-1} \underline{i} (\underline{i}' S^{-1} \underline{i})^{-1} = 1$$

c) *L'effet global de substitution domine celui de complémentarité*

Les conditions suffisantes de maximisation de W^* impliquent que les éléments de la diagonale principale de

$$\begin{bmatrix} bS & \underline{i} \\ \underline{i}' & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

sont non négatifs. Comme, de plus, les sommes sur les colonnes et les lignes de G sont nulles, il en résulte que la somme de leurs éléments non diagonaux est négative. Dès lors, termes diagonaux positifs et non diagonaux en majorité négatifs caractérisent l'effet de substitution brute, ce, sans toutefois exclure a priori la complémentarité de risque pour certaines paires d'actifs (termes non diagonaux positifs) (1).

2.5. Spécification dynamique du modèle d'allocation de portefeuille

Les ajustements observés des montants d'actifs vers leur volume d'équilibre n'étant point instantanés ou effectués au cours de la période de décision, il convient de tenir compte de leur profil temporel c'est-à-dire de dynamiser la formulation statique développée au point précédent. Parmi les divers profils plausibles, nous avons retenu celui d'ajustements de stocks partiels et généralisés prôné récemment, en autres, par Clinton, 1971; Ladenson, 1971 et 1973; ou encore White, 1975. Selon celui-ci, la forme finale du système statique d'équations structurelles

$$\underline{g}_t^D = A \widehat{m}_t + \underline{h} V_t \tag{9}$$

est combinée aux systèmes

$$\Delta \underline{g}_t = L (\underline{g}_t^D - \underline{g}_{t-1}) + \underline{d} \Delta V_t \tag{10}$$

$$\underline{i}' \underline{g}_t^D = \underline{i}' \underline{g}_t = V_t \tag{11}$$

de façon à obtenir la spécification dynamique quasi réduite

$$\underline{g}_t = (LA) \widehat{m}_t + (L\underline{h}) V_t + \underline{d} \Delta V_t + (I - L) \underline{g}_{t-1} \tag{12}$$

où \underline{g}_t^D et \underline{g}_t désignent les vecteurs (4×1) de montants d'actifs désirés et actuellement détenus, \widehat{m}_t celui (4×1) des rendements financiers attendus sur actifs du portefeuille au cours de la période de décision et V la valeur du portefeuille ou richesse nette non prédéterminée. A (ou $b^{-1} G$) et L représentent les matrices (4×4) des coefficients de réponse des

1. Les termes non diagonaux ne seront tous négatifs que si l'ensemble des covariances entre taux financiers est contraint ou par hypothèse égal à zéro. Nous ne pouvons toutefois point rejeter a priori la complémentarité entre certains actifs comme l'analyse empirique nous l'indiquera : en effet, les réserves constituent une allocation temporaire des ressources avant leur transfert et investissement subséquent en d'autres actifs du portefeuille.

rendements financiers et d'ajustements partiels déphasés des flux d'actifs respectivement, et \underline{h} et \underline{d} des vecteurs (4×1) de paramètres financiers. Enfin, t se réfère aux périodes chronologiques discrètes, ici trimestrielles.

Le système (9) postule maintenant que le montant désiré de chacun des actifs du portefeuille au temps t , et actuellement détenu à l'équilibre, témoin l'expression (11), est fonction des rendements attendus sur l'ensemble des actifs ainsi que de la valeur du portefeuille. Quant au système (10), il postule que l'ajustement partiel de chaque actif est contraint par ceux désirés, au cours d'une période de décision, pour tous les autres actifs. De plus, l'allocation des accroissements de richesse nette constitue une seconde contrainte d'ajustement, cette dernière reconnaissant explicitement l'impact distinct de tels flux sur les demandes d'actifs, et ce, indépendamment de leur contribution aux montants de richesse.

En outre, dans notre spécification dynamique, les contraintes inter-équations imposées sur les paramètres structurels — en statique, nos matrice G et vecteur h — des systèmes (9) et (10), le sont par la contrainte de bilan (11). Soit

$$\underline{\tilde{z}}' \underline{h} = 1 \quad \underline{\tilde{z}}' L = \lambda \underline{\tilde{z}}' \quad (13)$$

$$\underline{\tilde{z}}' A = \underline{0}' \quad \underline{\tilde{z}}' \underline{d} = 1 - \lambda \quad (14)$$

où λ désigne un nombre quelconque, les autres paramètres ayant été définis antérieurement. Les expressions (13) et (14) expriment respectivement que tout flux de ressources nouvelles (ΔV) est complètement ventilé en actifs et que, pour un portefeuille donné, tout accroissement du taux de rendement attendu sur un actif, dans la mesure où il provoque un accroissement de son volume, induit des flux compensatoires dans ceux des autres actifs détenus.

De plus, au point de vue signes, nos contraintes théoriques se lisent maintenant comme suit : l'hypothèse de substitution globale entre actifs du portefeuille implique que les termes diagonaux de la matrice A sont positifs et ceux non-diagonaux, en général, négatifs. A priori, une situation identique est prévisible pour la matrice L : les termes positifs de la diagonale principale correspondent à l'ajustement partiel sur équations (actifs) individuelles et ceux non diagonaux négatifs indiquent que tout ajustement partiel vers un volume d'actif désiré contraint les ressources disponibles en vue d'ajustements similaires des autres actifs. Enfin, on s'attend à ce que les composantes du vecteur \underline{h} soient de signe positif, puisqu'il s'agit d'un portefeuille d'actifs uniquement, et, inférieures à l'unité. Il en va de même pour \underline{d} , sauf en cas d'actifs inférieurs. Quant aux matrices (LA) et (Lh) de la forme réduite, le fait qu'elles constituent des produits linéaires d'éléments positifs et négatifs de L , A et h , introduit une certaine indétermination du signe de leurs coefficients.

En pratique toutefois, puisqu'il existe une dépendance linéaire entre V_t et ΔV_{t-1} , $V_t \equiv \underline{\tilde{z}}' \underline{v}_{t-1} + \Delta V_t$, les paramètres des systèmes d'équations structurelles (9) et (10) ne peuvent être estimés directement et de façon unique à partir des coefficients estimés du système d'équations quasi réduites (12). Aussi, en vue de maintenir la consistance du système d'équations structurelles sous contraintes, nous nous proposons d'éliminer, par approximation de V_t par TD_t , au moins une variable indépendante du membre de droite de l'expression (12).

Pour notre modèle, cette procédure a deux implications. Premièrement, l'expression (11) devient par approximation et substitution de V_t par TD_t

$$\underline{\tilde{z}}' \underline{v}_t^p = \underline{\tilde{z}}' \underline{v}_t \simeq TD_t \quad (15)$$

Secondement, en (9) et (10), et, dès lors en (12), V_t et ΔV_t sont remplacés par TD_t et ΔTD_t au vu de (5) et (6); ceci implique l'omission de C_t et ΔC_t respectivement tant dans les

formes structurelles que réduites et constitue l'une des solutions au problème de singularité de la matrice des variables prédéterminées. Solution qui réduit aussi la multicollinéarité probable existant entre les variables de la spécification opératoire finale à estimer.

2.6. Préliminaires à l'estimation économétrique

La spécification (12) n'est toutefois pas estimable directement pour les deux raisons suivantes :

- le vecteur \widehat{m}_t désigne les espérances mathématiques — dès lors non observables — des rendements financiers par période de décision,
- les équations sont déterministes.

Aussi retiendrons-nous, lors de l'estimation économétrique, la spécification opératoire

$$z_t = (LA) \bar{m}_t + (Lh)TD_t + \underline{d} \Delta TD_t + (I - L)z_{t-1} + Jz_t + u_t \quad (16)$$

où \bar{m}_t désigne le vecteur (4×1) des taux d'intérêt et de prêt observés, z_t celui (4×1) des variables saisonnières y compris la constante, u_t un vecteur (4×1) d'erreurs stochastiques et J la matrice (4×4) des coefficients de z_t , les autres termes ayant été définis antérieurement. Pour la spécification (16), nous faisons deux hypothèses, dont la première postule que

$$\widehat{m}_t = \bar{m}_t + e_t \quad (17)$$

où \widehat{m}_t et \bar{m}_t ont déjà été définis et où e_t désigne un vecteur (4×1) de variables aléatoires de moyennes nulles et variances constantes. Le choix de \bar{m}_t comme variable surrogative (1) des taux attendus est basé sur la qualité de sa corrélation statistique avec ceux-ci ainsi que sur le fait qu'il respecte les restrictions a priori imposées sur les équations structurelles du modèle. Toutefois, l'expression (17) introduit, avec la variable surrogative \bar{m}_t , un vecteur e_t d'erreurs stochastiques structurelles qui impliquent alors des erreurs de mesure sur les variables indépendantes correspondantes. D'où alors, pour la forme réduite, l'erreur aléatoire composite

$$u_t = (LA) e_t + \varepsilon_t$$

Aussi, suggérons-nous dans ce cas, pour obvier à la liaison entre l'erreur stochastique et les variables indépendantes concernées, de recourir à l'utilisation de variables instrumentales pour celles-ci : comme les demandes d'actifs ne constituent qu'un des blocs du modèle économétrique des Caisses, nous retiendrons comme variables instrumentales l'ensemble des variables prédéterminées de celui-ci, voire un sous-ensemble ad hoc (Chateau, 1976 et 1977).

D'autre part, l'inspection des séries chronologiques (1962.I-1974.II) des données afférentes aux postes du bilan révèle l'existence de fluctuations saisonnières dans nos variables : aussi, afin d'en tenir compte, incluons-nous dans la spécification opératoire (16) un vecteur z_t de variables trimestrielles, le premier trimestre ayant été exclu afin de conserver la constante. Au vu de la contrainte de bilan, il s'avère aussi que $\underline{z}'_t J = 0$.

Enfin, le choix de la méthode d'estimation mérite un dernier mot d'explication. Quoique le système (16) soit diagonal par blocs, ce qui nous permettrait d'utiliser les doubles moindres carrés sur chacune de ses équations (c.f. Zellner, 1962), l'existence, en pratique, de covariances contemporaines implique le recours aux triples moindres carrés de Zellner et

1. Les autres variables surrogatives qui furent également considérées, sont i) un schème prévisionnel autorégressif, ii) d'attentes adaptatives et iii) un retard distribué (sur un horizon donné) des taux observés.

Theil (1962). L'application de cette méthode de moindres carrés généralisés sur le système réduit se fera d'ailleurs en tenant compte des diverses restrictions a priori sur les matrices (LA) , $(I - L)$ et J de \bar{m}_t , z_{t-1} et z_t , respectivement ainsi que de celle sur le vecteur $(L\bar{h})$ de TD_t .

SECTION III — QUANTIFICATION DU COMPORTEMENT DE PORTEFEUILLE DES CAISSES

Les estimations finales du système d'équations (16) sous contraintes — le modèle I — ainsi que les coefficients implicites qui en dérivent, sont présentés au tableau II; dans l'ordre, nous examinerons ses matrices d'estimation et de coefficients implicites qui en dérivent, c'est-à-dire celles d'ajustements généralisés, d'intermédiation financière, d'allocation de richesse et de variables saisonnières, respectivement. Une ultime sous section traitera des restrictions a priori du modèle.

3.1. Matrice d'ajustements partiels généralisés

Conformément aux considérations théoriques antérieures, les coefficients (soulignés) de la diagonale principale de la matrice V , dérivée de la matrice I , corroborent l'existence d'ajustements partiels (de l'ordre de 85,76 et 15 % environ pour les 3 premiers actifs) relativement rapides (surtout pour les actifs liquides, R et B) des montants réels à ceux désirés au cours du trimestre courant. Le coefficient légèrement négatif de M_{-1} ($-,0004$) implique un sous-ajustement conjoncturel qui entraîne, à long terme, une réduction modeste mais progressive de l'importance relative des hypothèques dans le portefeuille des Caisses. Quant aux termes non diagonaux, ils indiquent que, dans certains cas, les déviations des niveaux réels de ceux désirés de chacun des actifs semblent avoir un effet (négatif) substantiel sur l'acquisition des autres actifs. Les coefficients non diagonaux négatifs (positifs) de L^* indiquent dès lors qu'il y a compétition (complémentarité) entre actifs lors de l'allocation des ressources nouvelles. Enfin, les 4 racines caractéristiques de L^* étant inférieures à l'unité, le système dynamique estimé est stable et les ajustements monotones.

3.2. Matrice d'intermédiation financière

Multiplicateurs d'impact ($C.T.$) et d'équilibre ($L.T.$) des rendements financiers sont présentés aux matrices II et VI, respectivement; ceux-ci permettent à la fois de déterminer l'ampleur des réponses dynamiques des montants d'actifs aux variations des taux financiers ainsi que de juger des effets de complémentarité et de substitution inter-instruments.

Tout d'abord, multiplicateurs d'impact et d'équilibre définissent les profils temporels des ajustements des montants d'actifs lors de variations relatives des taux financiers ($\delta v_i | \delta m_j$): à titre illustratif, un accroissement d'un pour cent (100 points de base) du rendement financier sur réserves entraîne, au cours du trimestre courant, une réduction de leur volume d'environ C \$53 000 (matrice II). Cette diminution instantanée se transforme toutefois, à l'équilibre, en une réponse (flux) positive de l'ordre de C \$100 000 ⁽¹⁾ (matrice VI). Quoique l'on s'attende généralement à des réponses positives, tant à court qu'à long terme, lors d'accroissements

1. Une fuite de réserves à court terme reflète des attentes extrapolatives et substitutions vers d'autres actifs; à long terme toutefois, les attentes régressives ainsi qu'un rendement financier plus élevé expliquent le léger accroissement de réserves à l'équilibre. Une telle explication est cohérente avec la théorie de la structure des taux d'intérêt exposée depuis MODIGLIANI et SUTCH, 1966.

TABLEAU II

Estimation par triples moindres carrés du système (16) sous contraintes a priori; modèle I

	Réserves (R)	Titres (B)	Prêts personnels (L)	Hypothèques (M)	Sommation Σ	
<i>Matrice I (I — L), d'ajustements partiels généralisés exprimés en pourcentage</i>						
φ_{t-1}	R_{-1}	0,1496* (1,85)	-0,2505* (-1,44)	0,1991 (2,08)	-0,0982* (-1,13)	0
	B_{-1}	-0,2806 (-2,87)	0,2392* (1,80)	0,0221* (0,26)	-0,0007* (-0,01)	0
	L_{-1}	0,2997 (2,74)	-0,8646 (-4,99)	0,8457 (9,10)	-0,2808 (-2,98)	0
	M_{-1}	-0,1164* (-1,19)	-0,7696 (-4,26)	-0,1144* (-1,14)	1,0004 (11,87)	0
<i>Matrice II (LA), d'intermédiation financière instantanée (C.T.): $\delta v_t/\delta m_t = \delta v_t/\delta m_t$ exprimé en millions de C\$ courants par 100 points (1 %) de rendement financier</i>						
\bar{m}_t	m_R	-0,0530 (-2,42)	-0,0459 (-1,18)	0,116 (5,95)	-0,0127 (-0,74)	0
	m_B	-0,0459* (-1,20)	0,0489* (0,42)	-0,0584* (-1,00)	0,0554* (1,15)	0
	m_L	0,1116 (8,08)	-0,0584* (-1,00)	-0,0546* (-1,31)	0,0014* (0,06)	0
	m_M	-0,0127* (-0,74)	0,0554* (1,14)	0,0014* (0,05)	-0,0441* (-1,56)	0
<i>Matrice III [(Lh), d], d'allocation de richesse exprimée en pourcentage</i>						
	TD	0,0632* (0,70)	0,7384 (4,84)	0,0779* (0,92)	0,1205* (1,56)	1,0
	ΔTD	-0,0478* (-0,41)	-0,3864 (-2,14)	0,1354* (1,26)	-0,3607 (-3,41)	-0,680
<i>Matrice IV (J), de variables saisonnières exprimées en millions de C\$ courants</i>						
\bar{y}_t	S_s	-6,38* (-1,74)	-11,52 (-1,97)	4,73* (1,42)	13,17 (4,42)	0
	Cate	60,38 (12,72)	—	—	-50,38 (-12,72)	0
<i>Matrice V (L), d'ajustements généralisés dynamiques implicites à la matrice I, exprimés en pourcentage $\dot{L}'L = \dot{L}'$</i>						
φ_{-1}	R_{-1}	0,8054	0,2505	-0,1991	0,0982	1
	B_{-1}	0,2606	0,7608	-0,0221	0,0007	1
	L_{-1}	-0,2997	0,8646	0,1543	0,2808	1
	M_{-1}	0,1164	0,7696	0,1144	-0,0004	1
<i>Matrice VI (A, h), de multiplicateurs d'équilibre (L.T.) implicites aux matrices II et III, exprimés en millions de C\$ courants</i>						
$\dot{L}'A = Q', \dot{L}'h = 1$						
\bar{m}_t	m_R	0,099	-1,099	-0,077	1,077	0
	m_B	-0,065	0,611	0,217	-0,793	0
	m_L	0,109	0,139	-0,035	-0,213	0
	m_M	-0,132	0,260	-0,112	-0,016	0
	TD	0,129	0,084	0,384	0,403	1
<i>Matrice VII d'élasticités moyennes (̄) d'équilibre (L.T.) des taux financiers $n_{ij} = (\delta v_i/\delta m_j) (\bar{m}_j/\bar{v}_i)$, $j \neq i: 1 \dots 3$, Calculées à partir de la matrice VI</i>						
$n_{\bar{m}}$	m_R, j	0,673	-1,004	-0,112	0,874	
	m_B, j	-0,594	0,789	0,431	-0,865	
	m_L, j	1,217	0,211	-0,085	-0,284	
	m_M, j	-1,346	0,357	-0,248	-0,019	
<i>Matrice VIII de corrélations inter-équations</i>						
ρ	R	1,000	-0,201	-0,126	-0,116	
	B		1,000	-0,647	-0,662	
	L			1,000	0,480	
	M				1,000	
<i>Statistiques</i>						
	R^{-1}	0,747	0,996	0,985	0,909	
	σ_u	17,19	15,45	8,60	5,24	
	D.W.	1,61	2,08	1,83	1,88	

Note: Entre parenthèses t de Student. Un astérisque (*) indique que ce coefficient est statistiquement non significatif à 5%.



(1 %) des taux propres (diagonale principale) de chacun des actifs, les coefficients négatifs des hypothèques, et, à un moindre degré, des prêts personnels reflètent, pour ces instruments financiers, les retards d'ajustement bien connus entre acceptations des demandes et dépenses effectives des fonds (c.f. récemment, dans le contexte canadien, Sparks, 1973; et White, 1975).

Quant aux flux croisés instantanés et d'équilibre ⁽¹⁾ définis par les termes non diagonaux, leurs valeurs monétaires rarement supérieures à C \$1 000 000 indiquent que les Caisses n'altèrent point de façon drastique la ventilation de leur portefeuille d'actifs en réponse aux mouvements relatifs des rendements financiers. De plus, la faible significativité statistique des effets tant propres que croisés, témoin la matrice II, est, sans doute, liée à une certaine multicolinéarité entre ceux-ci.

Cette faible sensibilité, surtout croisée, des actifs aux variations des taux financiers est d'ailleurs corroborée par les élasticités moyennes calculées à partir des coefficients d'équilibre, et présentées à la matrice VII : trois élasticités croisées seulement sont légèrement supérieures à l'unité, et, deux d'entre elles sont de l'ordre de 0,8 (inélasticité relative faible). Évidemment, les élasticités d'impact, non reprises au tableau II, sont en valeur inférieures à celles d'équilibre.

Ensuite, les mêmes termes non diagonaux (matrice II), par leur symétrie, nous permettent d'appréhender les effets de substitution et de complémentarité observés entre paires d'actifs ⁽²⁾ : au vu des 6 paires de coefficients non diagonaux symétriques, il semble qu'il y ait des effets de substitution faibles entre réserves et titres ainsi qu'entre titres et prêts personnels. Par contre, réserves et prêts personnels sont fortement complémentaires. Quant aux trois dernières paires (hypothèques et réserves, et titres et prêts personnels, respectivement), elles vacillent entre une complémentarité/substitution très faible et une indépendance plus ou moins marquée. Par contre, ces effets inter-instruments ne semblent pas toujours se perpétuer à plus long terme, témoin la matrice VI.

3.3. Matrices d'allocation de richesse et de variables saisonnières

Volume du portefeuille (TD) et flux de ressources nouvelles (ΔTD) présentés en matrice III et en dernière ligne de la matrice VI, complètent la dynamique d'allocation des dépôts des Caisses. Par ajustements généralisés, la structure du portefeuille des Caisses semble évoluer de la façon suivante : par C \$1,00 de portefeuille, les montants de réserves et titres passent de 6 c et 74c environ à 13c et 8c respectivement alors que ceux des prêts personnels et hypothèques croissent de 8c et 12c approximativement à 38c et 40c respectivement. Si, certes, la réallocation du portefeuille se fait par intermédiation, faible avons-nous décelé, sur rendements financiers, témoin la sous-section précédente, la ventilation des dépôts nouveaux (ΔTD) y contribue aussi puissamment : au cours de chaque trimestre, tout flux de C \$1,00 de dépôt additionnel est ventilé au taux de 5c et 39c environ aux réserves et titres et au taux de -13c et 36c approximativement aux prêts personnels et hypothèques respectivement.

Réconcilions alors allocation conjoncturelle de ressources nouvelles et ventilation

1. A l'encontre de la matrice II, la matrice VI est non symétrique : ceci est dû à sa pré-multiplication par la matrice non symétrique L^{-1} implicite à $(I - L)$ sur laquelle seules des contraintes sur colonnes sont imposées.

2. Il s'agit de paires formées des dérivées partielles symétriques à court (LA) et long terme (A) de chaque actif par rapport à l'autre taux, i. e. $\delta R/\delta m_B$ et $\delta B/\delta m_R$. Empiriquement, nous considérerons que les effets croisés sont corroborés, faiblement ou fortement, lorsque les coefficients de $(\delta v_{ij}/\delta m_{j(i)}) \geq 0$ présentent des t de STUDENT supérieurs à 1 et 2, respectivement. Lorsque les t sont inférieurs à l'unité et/ou les coefficients voisins de zéro, nous parlerons d'indépendance des actifs de la paire.

d'équilibre du portefeuille par un schème chronologique dynamique : il semble qu'au cours de la période de décision courante, les Caisses procèdent à une allocation d'attente des ressources nouvelles en actifs liquides et ce, avant de décider, au cours de périodes subséquentes, de leur ventilation définitive en besoins internes (L et M), voire en portefeuille de titres (B), au vu, notamment, des rendements financiers prévalents. On peut dès lors avancer qu'une réallocation structurelle du portefeuille procède plus d'un changement de la politique de ventilation du flux de dépôts que d'une intermédiation sur taux financiers pour le portefeuille existant. Généralement, cette dynamique implique un renversement des signes des coefficients de TD et ΔTD de la matrice III, la restructuration majeure consistant en une réallocation des fonds investis en titres vers ceux alloués aux prêts personnels. Cette dynamique est aussi cohérente avec les vitesses d'ajustement (diagonale principale) obtenues antérieurement à la matrice V .

Enfin, les fluctuations saisonnières ne sont significatives qu'au cours du second trimestre et les constantes que pour les équations des réserves et hypothèques, témoin la matrice IV. A l'encontre des résultats de Courakis (1975), il semble que l'omission des variables saisonnières non significatives des troisième et quatrième trimestres (dont les sommes interéquations sont contraintes à zéro) n'altère point les estimations des coefficients des autres matrices. Comme dans son cas, toutefois, les estimations sous contraintes des constantes significatives sont retenues puisqu'elles affectent les estimations des autres paramètres.

3.4. Restrictions a priori

En vue de tester la validité des restrictions a priori imposées en (16), nous examinons l'estimation non contrainte du même système d'équations (modèle II), présentée à l'annexe statistique, et déterminons dans quelle mesure les contraintes sont satisfaites (1). Une inspection casuelle du modèle II indique que :

a) les constantes des équations R et M ne sont pas significativement différentes en valeur au niveau de confiance de 5 %, et la somme des variables trimestrielles est approximativement nulle;

b) la somme (1,23) des coefficients du vecteur ($L\tilde{h}$) n'est pas significativement différente de l'unité au niveau de confiance de 5 %, et la somme (0,87) des éléments du vecteur \tilde{h} est réconciliable avec la restriction $\tilde{z}'\tilde{h} = 1$.

c) la somme des éléments du vecteur \tilde{d} est égale à $-0,2014$ et, dès lors, approximativement égale, aux sommes des colonnes de $(I - L)$, c'est-à-dire $\tilde{z}'(I - L) \simeq (1 - \lambda)\tilde{z}'$. Comme, au vu de l'expression (14), on a $\tilde{z}'\tilde{d} \simeq 1 - \lambda = -0,2014$, λ est égal à $1,2014$, valeur qui est cohérente avec celle des sommes des colonnes de L ($\tilde{z}'L \simeq \lambda\tilde{z}'$). Cette restriction est équivalente à celle de somme nulle des colonnes de $(I - L)$, ou de somme unitaire des colonnes de L , dans notre modèle I sous contraintes a priori;

1. Il est pratique courante d'éliminer les variables de signes contraires aux hypothèses a priori ou celles dont les t de STUDENT sont statistiquement non significatifs à un seuil donné, et ce, jusqu'à l'obtention de résultats « plausibles ». Les chercheurs doivent toutefois se garder de recourir à cette approche bayésienne ex-post pour les trois raisons suivantes. Tout d'abord, les divers tests statistiques généralement utilisés perdent alors leur signification. Ensuite, contraindre à zéro deux coefficients de « signe contraire à ceux attendus », loin d'améliorer la situation peut la dégrader, et ce, même si les signes des deux coefficients sont peu plausibles. Enfin, cette procédure ad hoc d'ajustement paramètre par paramètre rend illusoire les hypothèses a priori sur lesquelles sont fondées les restrictions sur coefficients (c'est comme passer d'une information complète à son absence totale). Pour toutes ces raisons, si le praticien souhaite déterminer la significativité des coefficients et la validité des restrictions, il se doit de comparer les matrices d'estimation de systèmes complets, contraints et non contraints.

d) les sommes sur les colonnes et lignes de la matrice II (LA) des coefficients financiers ne sont que très approximativement nulles, et, il en va de même pour celles des colonnes de la matrice VI (A). Pour cette dernière matrice, les sommes non nulles sur les colonnes et les termes non diagonaux asymétriques impliquent que les Caisses réagissent de facto *aux variations absolues plutôt que relatives* des taux de rendements financiers;

e) les coefficients non diagonaux de la même matrice (LA) des taux financiers présentent certaines asymétries : d'une part, l'examen des 6 paires de coefficients non diagonaux correspondants (matrice II, modèle II) révèle que, pour trois d'entre elles seulement, l'estimation de chaque paramètre est comprise dans l'intervalle de confiance (2σ) de l'autre. D'autre part, la comparaison des 6 mêmes paires des modèles I et II suggère que trois effets croisés sont corroborés statistiquement, deux de substitution (R et B , et, B et L) et un de complémentarité (R et L). Ce ne sont que les 3 paires présentant des effets de substitution/complémentarité très faibles, voire d'indépendance, qui présentent, au modèle II, des coefficients de signes opposés.

Au vu des points a) à e), s'il appert que le modèle II n'est pas entièrement satisfaisant dans son ensemble, ses faiblesses semblent toutefois limitées à des points bien particuliers. Dans la plupart des cas, cependant, les restrictions a priori sont satisfaites et les coefficients des deux modèles sont en concordance; on peut donc avancer qu'il s'agit de contraintes réelles et relativement effectives.

CONCLUSION

Le thème central de l'article était d'expliquer le comportement de portefeuille des Caisses à partir d'un modèle simple mais robuste de choix rationnel en incertitude basé sur les prémisses suivantes :

- a) l'existence de fonctions d'utilité et de revenu réel des Caisses;
- b) la compétitivité des marchés d'actifs (ensemble de décision) sur lesquels les Caisses sont « price takers »;
- c) la constance des variances-covariances subjectives des taux financiers et de prêt;
- d) la dynamique d'ajustements de stocks partiels et généralisés.

Et l'estimation économétrique de celui-ci semble corroborer, en grande partie, les hypothèses et restrictions a priori incorporées dans le modèle. Aussi, à titre de conclusion, synthétiserons-nous, en un certain nombre de propositions, les principales implications du modèle afférentes aux politiques de gestion financière et de liquidité.

Tout d'abord, la politique générale de gestion des Caisses vise à satisfaire les besoins d'hypothèques et, à un degré moindre quoique croissant, de crédit à la consommation des membres; la présence de ces besoins internes sur leurs activités externes (réserves et obligations) influe sur la structure et, dès lors, la rentabilité de leur portefeuille. De plus, la politique de liquidité des Caisses est subordonnée à cette politique générale.

Comptant, au passif, sur un flux continu de dépôts-liquidités, les Caisses en canalisent une grande partie en une allocation temporaire (réserves) avant son transfert dynamique en besoins internes, ces derniers étant gouvernés par un mécanisme d'appropriation-allocation de fonds. Quant au reliquat de liquidité, il fait l'objet d'une intermédiation secondaire à moyen terme entre actifs externes, les obligations étant aux yeux des Caisses une quasi liquidité à rendement financier supérieur. Nous sommes dès lors en présence d'une dynamique de sur-ajustement instantané et transitoire des réserves en vue d'un ajustement

ANNEXE STATISTIQUE

Modèle II :

estimation par triples moindres carrés du système (16) sans restrictions a priori.

		Réserves (R)	Titres (B)	Prêts personnels (L)	Hypothèques (M)	Sommatum Σ
<i>Matrice I (I - L), d'ajustement partiels généralisés exprimés en pourcentage</i>						
ϱ_{t-1}	R_{-1}	0,0198* (0,13)	-0,2350* (-1,21)	0,0927* (0,92)	-0,1468* (-1,52)	-0,2693
	B_{-1}	-0,2227* (-1,51)	0,4887 (2,56)	-0,2618 (-2,63)	-0,1861 (-2,02)	-0,1819
	L_{-1}	0,3506 (1,97)	-0,6329 (-2,96)	0,5352 (4,79)	-0,4714 (-4,34)	-0,2185
	M_{-1}	-0,2241* (-1,20)	-0,5578 (-2,58)	-0,3952 (-3,50)	0,7439 (6,60)	-0,4322
<i>Matrice II (LA), d'intermédiation financière instantanée (C.T.): $\delta v_i / \delta m_j = \delta r_j / \delta m_i$ exprimé en millions de C\$ courants par 100 points (1 %) de rendement financier</i>						
\bar{m}_t	m_R	-0,0593* (-1,35)	-0,0702* (-1,64)	0,1180 (5,26)	0,0261* (1,03)	0,0146
	m_B	-0,0417* (-0,27)	0,1049 (0,83)	-0,1653 (-2,50)	-0,1059* (-1,24)	-0,208
	m_L	0,1744 (2,07)	-0,2193 (-2,17)	0,0869* (1,64)	0,1691 (3,28)	0,2111
	m_M	-0,0741 (-1,33)	0,2167 (2,93)	-0,0755 (-1,95)	-0,1015 (-2,88)	-0,0344
	Σ	-0,001	0,0321	-0,0359	-0,0122	
<i>Matrice III ((Lh), d) d'allocation de richesse exprimée en pourcentage</i>						
	TD	0,0509* (0,35)	0,4970 (2,59)	0,3639 (3,63)	0,3207 (3,48)	1,2325
	ΔTD	0,5113 (2,37)	0,3744* (1,31)	-0,3906 (-2,62)	-0,6965 (-5,13)	-0,2014
<i>Matrice IV (J), de variables saisonnières exprimées en millions de C\$ courants</i>						
z_t	S_1	-16,27 (-3,04)	-24,80 (-3,50)	11,73 (3,16)	18,08 (5,36)	-11,26
	Cste	78,90* (1,93)	—	—	-56,96 (-2,72)	21,94
<i>Matrice V (L), d'ajustement généralisés dynamiques implicites à la matrice I, exprimés en pourcentage</i>						
ϱ_{t-1}	R_{-1}	0,3902	0,2350	-0,0927	0,1468	1,2693
	B_{-1}	0,2227	0,5113	0,2618	0,1861	1,1819
	L_{-1}	-0,3506	0,6329	0,4648	0,4714	1,2185
	M_{-1}	0,2241	0,5578	0,3952	0,2551	1,4322
<i>Matrice VI (A, h), de multiplicateurs d'équilibre (L.T.) implicites aux matrices II et III, exprimés en millions de C\$ courants</i>						
\bar{m}	m_R	-0,055	-1,541	-0,072	1,392	-0,276
	m_B	-0,188	2,861	-0,055	-2,293	0,325
	m_L	0,597	-3,898	0,329	2,556	-0,417
	m_M	-0,369	3,202	-0,183	-2,184	0,466
	Σ	-0,015	0,624	0,019	-0,529	
	TD	0,112	-0,341	0,400	0,703	0,873
<i>Matrice VII d'élasticités moyennes ($\bar{\epsilon}$) d'équilibre (L.T.) des taux financiers, $\pi_{ij} = (\delta v_i / \delta m_j) (\bar{m}_j / \bar{v}_i)$, $j \neq i : 1 \dots 3$, calculées à partir de la matrice VI</i>						
\bar{m}	$\pi_{R,j}$	0,374	-1,410	-0,106	1,129	
	$\pi_{B,j}$	-1,718	3,520	-0,109	-2,502	
	$\pi_{L,j}$	6,666	-5,862	0,799	3,400	
	$\pi_{M,j}$	-3,762	4,397	-0,406	-2,660	
<i>Statistiques</i>						
	R^2	0,905	0,997	0,999	0,999	
	δ_a	10,54	12,27	7,35	4,15	
	D.W.	1,85	2,52	2,02	1,87	

Note: entre parenthèses, t de Student. Un astérisque (*) indique que ce coefficient est statistiquement peu significatif à 5 %.

chronologiquement progressif des besoins internes, voire du portefeuille d'obligations. Si les ajustements partiels des montants d'actifs par ventilation de fonds nouveaux se font bien de façon compétitive et altèrent de façon dynamique la structure du portefeuille, les Caisses la modifient également en réponse aux mouvements relatifs des rendements financiers. Cette sensibilité aux variations relatives des taux financiers semble toutefois faible et les effets de substitution limités aux paires réserves et titres ainsi que titres et prêts personnels.

Ensuite, au point de vue profitabilité et structure (optimale) du portefeuille, la structure décisionnelle décentralisée (les Unions s'arrogeant la fonction d'investissement mobilier et les Caisses celle de prêt) et la préséance des besoins internes sur les investissements externes ne sont pas aussi dommageables qu'elles en ont l'air, surtout depuis la réforme bancaire de 1967 : une hausse sensible des rendements sur prêts et hypothèques par rapport aux instruments financiers liquides a incité les Caisses, par intermédiation sur taux et/ou ventilation de dépôt nouveaux, à modifier, dans le sens d'une certaine optimisation, la structure de leur actif (réduction des obligations au profit d'une expansion des prêts) — d'où profitabilité accrue —, et ce, tout en promouvant leur philosophie de disponibilité du crédit à certains segments sociaux donnés.

Il en résulte aussi que, dans la mesure où les Caisses souhaitent améliorer leur profitabilité, cette option est à leur portée puisqu'elles contrôlent à la fois la rentabilité et la structure de leur portefeuille du côté revenu, ainsi que la détermination du taux sur dépôts du côté coût. Ce, évidemment sous la contrainte philosophique de satisfaction des membres, tout à la fois clients et propriétaires d'une institution coopérative de crédit populaire.

BIBLIOGRAPHIE

- CHATEAU J. P. (1976) — « *Portfolio Behaviour of Mutual Savings Banks : An Econometric Analysis* » Working Paper 76-40, Brussels, The European Institute for Advanced Studies in Management, 53 p.
- CHATEAU J. P. (1977) — « Une analyse économétrique du comportement d'intermédiation financière des sociétés de crédit populaire : le cas des Caisses populaires », *L'Actualité Economique*, 53 (3).
- CLINTON K. J. (1973) — « Pitfalls in Financial Model Building : Comment », *American Economic Review*, 63 (5), 1003-4.
- COURAKIS A. S. (1975) — « Testing Theories of Discount House Portfolio Selection », *Review of Economic Studies*, 42 (4), 643-48.
- HAKANSSON N. H. (1969) — « Risk Disposition and the Separation Property in Portfolio Selection », *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4 (5).
- JULIEN Y. (1975) — *An Econometric Model of the Financial Behavior of the Caisses Populaires*, Unpublished doctoral dissertation, Graduate Faculty, Rensselaer Polytechnic Institute, 176 p.
- LADENSON M. L. (1971) — « Pitfalls in Financial Model Building : Some Extensions », Papers and Proceedings, *American Economic Review*, 61 (2), 179-186.
- LADENSON M. L. (1973) — « Pitfalls in Financial Model Buildings : Reply and Some Further Extensions », *American Economic Review*, 63 (5), 1005-8.
- MODIGLIANI F. and SUTCH R. C. (1966) — « Innovations in Interest Rate Policy » Papers and Proceedings, *American Economic Review*, 56 (2), 178-97.
- PARKIN M. (1970) — « Discount House Portfolio and Debt Selection », *Review of Economic Studies*, 37 (4), 469-97.

- SMITH L. B. and SPARKS G. R. (1973) — *Institutional Mortgage Lending in Canada 1954-1968 : An Econometric Analysis*, Ottawa, Bank of Canada, 103 p. (Bank of Canada Staff Research Studies, n° 9).
- WHITE W. R. (1975) — *Management by the Canadian Banks of their Domestic Portfolios 1956-1971 : An Econometric Study*, Ottawa, Bank of Canada 261 p. (Bank of Canada Staff Research Studies, n° 11).
- ZELLNER A. (1962) — « An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias ». *Journal of the American Statistical Association*, 57, 348-68.
- ZELLNER A. and THEIL H. (1962) — « Three-stage Least Squares : Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations », *Econometrica*, 30, 54-78.