

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

OLEG ARKHIPOFF

## **Taxonomie et sémantique : un projet de recherches**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 117 (1976), p. 295-310

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1976\\_\\_117\\_\\_295\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1976__117__295_0)

© Société de statistique de Paris, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# TAXONOMIE ET SÉMANTIQUE : UN PROJET DE RECHERCHES

Deuxième partie : Étude sémantique des nomenclatures (1)

---

Oleg ARKHIPOFF

Administrateur de l'I. N. S. E. E.

---

*Cette seconde partie de l'article est essentiellement heuristique. Elle part du principe que la signification est essentiellement construite, c'est-à-dire fonction du signifiant. Sur un ensemble de signifiants donnés, on définit de façon naturelle une relation d'équivalence — la synonymie — et un certain préordre, compatible avec cette dernière — généralisation/particularisation du sens. D'où l'idée de représenter un système de signification comme une famille de nomenclatures structurée de façon authentiquement sémantique. Le second point est que l'analyse d'un lexique implique une rationalité qu'on doit surimposer au domaine sémantique étudié et qui doit être compatible avec la représentation dont il vient d'être question; d'où le projet d'une science de l'analyse conceptuelle utile au statisticien soucieux de cohérence. Enfin, troisième et dernier point, la signification étant construite, donc fonction de la langue qui la véhicule, le problème de l'agrégation se ramène à celui de la recherche de la langue commune à plusieurs autres, selon des normes qu'il convient de mettre en évidence.*

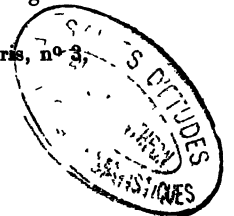
*The second part of this article is mainly heuristic. It is based on the principle that the meaning is essentially constructed, that is to say function of the designator. From a set of given designators, in a natural way we define the synonymy — and a certain preordering consistent with it — generalization/particularization of the meaning—Hence the idea to represent a system of meaning as a family of nomenclatures structured in an authentically semantic way.*

*The second point is that the analysis of a lexicon implies a rationality that must be surimposed to the semantic field under study and that must be consistent with the representation just under matter, hence the planning of a science of the meaning analysis useful to the statistician fond of coherence.*

*Third and last point, the meaning being constructed, herefore a function of the language, that carries it, the aggregation problem boils down to that of research of the language common to many others, according to standards that are to be put in evidence.*

*Der zweite Teil der Arbeit geht von dem Grundsatz aus, dass die Signification im Wesentlichen eine Konstruktion ist, das heisst eine Funktion des zu Bezeichneten. Von einer Gesamtheit von Significationen ausgehend, definiert man auf eine natürliche Art eine Beziehung des*

1. La première partie de cet article a paru dans le Journal de la Société de statistique de Paris, n° 3, 1976.



*Gleichwertigen — die Synonymie — und eine gewisse Anordnung, die mit der letzteren « verträglich » ist — Verallgemeinerung/Spezifikation.*

*Daraus entwickelt sich die Idee ein System von Signifikationen als eine Familie von organisierten Nomenklaturen im Sinne einer Semantik darzustellen. Der zweite Punkt ist, dass die Analyse eines Lexikon eine Rationalisierung verlangt, der man die zu studierende Semantik unterwerfen muss und die im Einklang stehen muss mit der schon oben erwähnten Darstellung. Daher das Projekt einer Wissenschaft der Analyse, die nützlich sein wird für den Statistiker, der Wert auf logische Zusammenhänge legt. Nun der dritte und letzte Punkt : Die Signifikation ist construiert, das heisst eine Funktion der Sprache, die sie benützt; das Problem der Zusammensetzung der Sprache führt zum Studium der Sprache, die « gemeinsam » ist mehreren anderen entsprechend den « Normen », die man festsetzen muss.*

#### SOMMAIRE

##### Deuxième partie : *Étude sémantique des nomenclatures*

1. Pourquoi des nomenclatures? . . . . .	296
2. Nomenclature et signification . . . . .	297
3. Une première tentative . . . . .	299
4. L'antonymie . . . . .	301
5. Considérations lexicales . . . . .	302
6. Significations individuelles et signification . . . . .	305
<i>Conclusion</i> . . . . .	306
<i>Démonstrations des théorèmes</i> . . . . .	306
<i>Références bibliographiques</i> . . . . .	309

« Hegel, grand définisseur, eut la prétention de reconstruire l'univers avec des définitions, comme ce maréchal des logis d'artillerie qui disait qu'on construit un canon en prenant un trou et en mettant du fer autour. »

Miguel de UNAMUNO

#### 1. *Pourquoi des nomenclatures?*

L'histoire de la taxonomie montre que la première préoccupation des spécialistes a été, et demeure encore, l'aide au classement et à l'identification. Le revirement tardif de Linné, revirement timidement manifesté il est vrai, est une parfaite illustration de cette première remarque : on sait que, sur le tard, Linné se mit à douter de son principe de fixité des espèces qui était pourtant le clé de voûte de son *Systema naturae* et le dit discrètement quoique fort courageusement, ce qui est tout à son honneur : on sait aussi que ces restrictions furent résolument ignorées des contemporains satisfaits amplement de disposer enfin d'un outil si commode.

Mais quand John Ray définissait l'espèce, Tournefort le genre ou Magnol la famille, quand Michel Adanson soutenait que les espèces n'existaient que dans la tête des botanistes, quand Buffon, au nom du mouvement général des choses et des êtres, contestait ouvertement

la pertinence de toute nomenclature, au moment où Linné posait le principe de la fixité des espèces, il devenait manifeste qu'une nomenclature était ou se voulait être bien autre chose qu'un simple memento.

Il devient donc patent qu'une nomenclature possède, malgré elle quelquefois, une signification qui est un reflet de la réalité qu'elle soit changeante ou non, qu'elle soit connaissable *en se* ou bien seulement comme une représentation intellectuelle. Nous aimerions par conséquent, dans cette seconde partie, montrer comment la nomenclature véhicule le sens et comment elle pourrait être une composante de la signification. Ce qui nous contraindra à prendre, bien malgré nous, position sur plus d'un point pourtant litigieux et redoutable.

Pour ce qui est de l'utilité, il est incontestable que les problèmes de sens ne sont pas étrangers à l'économiste et au statisticien, en particulier. L'*analyse conceptuelle* intéresse évidemment ce dernier, quand il s'interroge sur la signification de ses statistiques, quand il en cherche la cohérence globale, qui n'est autre qu'une rationalité, c'est-à-dire une signification supérieure, quand il cherche à répondre à une demande d'information présentée sous forme d'une idée générale, c'est-à-dire quelque chose qu'on aurait aimé identifier à une entrée lexicale.

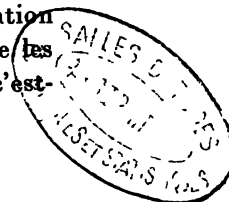
## 2. Nomenclature et signification.

Il convient tout d'abord d'exorciser une affirmation saussurienne, selon laquelle la langue n'est pas une nomenclature, « c'est-à-dire une liste de termes correspondant à autant de choses... Cette conception... suppose des idées toutes faites préexistant aux mots » [6]. Si de Saussure a pu écrire cela, c'est évidemment pour d'excellentes raisons, mais qui ne nous concernent pas, du moins nous le pensons. Tout d'abord, il s'agissait de démythifier le nom et de montrer son caractère arbitraire et contingent. Ensuite, à notre sentiment, Saussure avait une vision des nomenclatures étonnamment simple, pourrait-on dire, comme l'atteste cette assertion qui est sienne : « Dans la plupart des domaines... la question des unités ne se pose même pas : elles sont données d'emblée. Ainsi, en Zoologie, c'est l'animal qui s'offre dès le premier instant. » Et il est facile de se convaincre qu'en linguistique et en sémantique le problème de la nomenclature fondamentale est des plus épineux. Enfin, la langue est autre chose qu'une collection de mots non structurée : la syntaxe, la grammaire ordonnent ces mots en séquences bien déterminées.

Mais tout ceci n'empêche pas que les nomenclatures contribuent au sens, si même elles ne couvrent pas toute la signification. Et nous distinguerons le *sens lexical* du mot, du sens qu'il acquiert de par sa place dans un syntagme ou dans un contexte.

La manière traditionnelle d'aborder les problèmes du sens est, depuis Saussure, de considérer le *signe linguistique*, défini comme l'union d'un *signifiant* (mettons le mot écrit) et d'un *signifié* (le sens de ce mot), le premier étant le véhicule matériel du second. Se pose aussitôt un redoutable problème d'unités à définir à la fois sur le plan du signifiant et sur celui du signifié (phénomène de la double articulation de André Martinet) : il apparaît que les délimitations qu'on est appelé à faire dans chacun des deux plans fondamentaux sont loin de se correspondre parfaitement, bien que la langue soit censée être là pour procéder « à des délimitations réciproques d'unités » [6].

Puisqu'il faut prendre position, notre première thèse sera la suivante : la signification étudiée par le sémanticien est nécessairement « agrégée » ; et notre thèse affirmera que les significations sont essentiellement fonction de la sémiotique ou de la langue utilisée, c'est-à-dire du système de signifiants employé.



Par conséquent, nous partirons d'un ensemble  $E$  de signifiants et nous introduirons la notion de *synonymie* : deux signifiants sont synonymes si, *par définition*, ils ont le même sens. La synonymie est, sera une relation d'équivalence définie sur  $E$ .

Pour couper court à toute discussion oiseuse, nous remarquerons que « synonymie » est définie dans le métalangage utilisé pour parler de la sémantique qui est ici la langue-objet (nous renvoyons ici aux toutes premières lignes de [12]); ensuite, nous soulignerons qu'il ne s'agit pas de savoir si la signification en acte est rationnelle mais d'en parler de façon qui, elle, le soit.

Ainsi, d'entrée, se trouve introduite en sémantique la notion de nomenclature. Nous remarquons encore qu'il serait peu sérieux de vouloir exclure la synonymie de la sémantique et que cette notion d'équivalence nécessite à la fois un ensemble de signifiants et à la fois une *abstraction*, c'est-à-dire une négation de certaines différences, c'est-à-dire encore un *certain point de vue*; et on peut avoir plusieurs points de vue...

Ceci étant admis, il devient naturel de considérer l'ensemble  $S$  des classes de synonymie sur  $E$  (c'est-à-dire l'ensemble-quotient de  $E$  par la relation d'équivalence considérée).  $S$  sera encore dit l'ensemble des *sèmes*  $s$  (relativement à la synonymie adoptée et à la base  $E$ ), ou encore un *plan de signification*. On peut encore écrire un sème  $s$  sous la forme plus parlante :  $s = (x, M)$ , et même si l'on veut éviter toute ambiguïté,  $s = (x, M, E)$ , où  $x$  est un sous-ensemble de  $E$  qui est rubrique de la nomenclature  $M$  définie sur  $E$ .

Ainsi tout sous-ensemble  $x$  de  $E$  prend une signification différente selon le plan de signification considéré (et possible). Nous avons donc défini tous les sèmes relatifs à un plan de significations  $S$  et nous introduirons maintenant l'ensemble  $S^*$  de tous les sèmes — qui seront dits *homobases* — quels que soient leurs plans de signification.

Généralisons encore en considérant plusieurs bases  $E, E', \dots$  et leur(s) produit(s) cartésien(s) : nous obtenons ainsi un ou plusieurs ensembles  $S^*$  de sèmes *hétérobases* : la multiplicité des définitions possibles et l'introduction d'un ordre dans lequel il faut prendre les différentes bases laisse présager une très grande souplesse de construction du sens. Nous remarquerons également que dans une construction générative, telle que Phrase  $\rightarrow$  Syntagme nominal + syntagme verbal, chacune des trois variables représente, en fait, un plan de signification différent, défini sur une base propre, soit, ici, celle des propositions, celle des noms, celle des verbes.

Revenons aux sèmes homobases. Nous pensons qu'en plus de la synonymie, la sémantique utilise tout naturellement une relation de généralisation de la signification (ou de la particularisation de celle-ci). Nous dirons donc que  $s = (x, M)$  *particularise* le sème  $s' = (x, M')$  — et nous écrirons  $s \geq s'$  si l'on a à la fois  $x \subset x'$  et  $M \supseteq M'$  (il sera dorénavant bien entendu que le sème  $s$  n'existe que si  $x$  est une rubrique de  $M$ ). Nous appellerons *généralisation* la relation inverse de la précédente :  $s \geq s'$  signifie aussi que  $s'$  généralise  $s$ . Énonçons :

*Théorème 15* : La particularisation est une relation d'ordre. De plus certains couples  $\{s, s'\}$  possèdent une borne inférieure notée  $\wedge \{s, s'\}$  et définie par

$$s'' = \wedge \{s, s'\} = (x \cup x', M + M').$$

De même, certains couples peuvent posséder une borne inférieure définie par

$$s'' = \vee \{s, s'\} = (x \cap x', M \times M').$$

Donc, si on se limite à certains plans de signification seulement, on aboutit soit à une structure de semi-treillis, soit même à une structure de treillis.

Ces quelques considérations et définitions permettent, entre autres, de mieux comprendre ce que Kuhn entendait, quand il affirmait, au rebours des idées reçues, que la théorie d'Einstein, par exemple, ne généralisait pas la mécanique newtonienne mais la *remplaçait* [13] ou bien le sens de cette citation tirée de [4] : « en physique on sait assez que... les lois les mieux établies changent de signification en changeant de situation dans l'ensemble du système ».

### 3. Une première tentative

Deux principes nous ont toujours guidés à chaque fois que nous avons essayé de comprendre la sémantique. Le premier découle directement de la démarche magistrale de Fréchet analysant la notion de « proximité » [14] : la signification ne peut être comprise que comme un ensemble de sèmes doté d'une structuration mathématique authentiquement sémique. Le second est plus classique, qui édicte la nécessaire distribution entre langue-objet et métalangage.

Aussi, avant de chercher la confluence entre taxonomie et sémantique, nous avons essayé d'attaquer le problème directement, en nous inspirant des analyses bien connues de Hjelmslev ou de Prieto et qui nous ont paru — et paraissent toujours — être authentiquement sémantiques. L'idée est simple et consiste à décomposer une unité de sens en unités plus petites, ainsi

$$\text{jument} = \text{cheval} + \text{femelle.}$$

La preuve de l'authenticité de ces méthodes est sa transposition facile à des systèmes non linguistiques, tel celui des panneaux routiers (J. Martinet). Ajoutons à cela une lecture critique d'un passage se trouvant *in* [15] : « Les opérateurs modaux en effet ne sont pas des foncteurs de vérité... le calcul des propositions se trouve donc pris dans ce *dilemme* [c'est nous qui soulignons] : ou bien intégrer expressément les notions modales mais sacrifier l'extensionnalité [analyse en vrai-faux], ou bien conserver celle-ci, mais renoncer à exprimer de façon directe les nuances de la pensée modale ». Il nous semblait évident qu'il n'y avait là nul dilemme, qu'une analyse en vrai-faux, caractérisée par une algèbre booléenne définie sur un ensemble à deux éléments était une analyse sémantique mais n'était pas *toute* l'analyse sémantique et qu'un ensemble de sèmes convenablement ordonné devait conduire à quelque chose de voisin d'une algèbre booléenne mais définie sur un ensemble quelconque et qu'enfin la logique dite modale était surtout une sémantique et non une logique, *cas particulier de la sémantique*.

Nous avons donc tenté de formaliser les vues de Hjelmslev. Considérons tout d'abord les « équations » :

$$\begin{aligned} \text{Homme (au sens de tout homme est mortel)} \\ &= \text{homme} + \text{femme,} \\ \text{femme} &= \text{Homme} + \text{féminité,} \\ \text{homme} &= \text{Homme} + \text{masculinité.} \end{aligned}$$

On note tout d'abord que le signe + n'a pas partout la même signification : dans le premier cas, il a le sens de « ou », et, dans les second et troisième, le sens de « et ». Il est donc naturel, non pas d'introduire la conjonction et la disjonction logique, comme on serait tenté

de le faire, mais une opération de *généralisation* (« ou »), que nous noterons • et une opération de *particularisation* que nous noterons +, en posant les axiomes suivants :

- P<sub>1</sub> L'addition est partout définie,
- P<sub>2</sub> Elle est associative,
- P<sub>3</sub> Elle est commutative,
- P<sub>4</sub> Elle est idempotente,

et nous définissons un ordre sémique de la façon très classique :

$$s \geq s' =_a s + s' = s.$$

- G<sub>1</sub> La multiplication est partout définie,
- G<sub>2</sub> Elle est associative,
- G<sub>3</sub> Elle est commutative,
- G<sub>4</sub> Elle est idempotente,
- G<sub>5</sub> On a  $s + (s \cdot s') = s \cdot (s + s') = s$  (absorption).

Le bien-fondé des postulats P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>4</sub>, G<sub>2</sub>, G<sub>3</sub> et G<sub>4</sub> ne nous paraît pas menacé. Le dernier postulat (G<sub>5</sub>) est absolument nécessaire pour que l'ordre

$s \geq s' =_a s + s' = s$  ( $s$  a au moins le sens de  $s'$ ) et l'ordre  $s > s' =_a s \cdot s' = s$  ( $s'$  est une signification partielle de celle de  $s$ ) soient identiques quant à la « signification ». Si l'on admet G<sub>5</sub>, on a alors en effet :

$s \geq s'$  équivaut à  $s + s' = s$  et à  $s \cdot s' = s'$ ; de plus, l'ordre inverse de  $>$  est  $\geq$ .

Les postulats P<sub>1</sub> et G<sub>1</sub> font problème, car il est clair, alors, que n'importe quel sème peut se combiner avec n'importe quel autre, donnant par là des combinaisons inattendues : c'est ce que note Jeanne Martinet pour les panneaux routiers où des combinaisons telles que :

- « Sens interdit aux animaux sauvages »,
- « Danger, église »,
- « Défense de déraper »,

lui paraissent, à juste titre, comiques, incongrues ou menant à une révision du Code de la route. De telles objections, dont la pertinence est indéniable, ne nous semblent pas dirimantes, puisque nous estimons que juger de la signification c'est passer de la langue sémantique dans la métalangue : une signification n'a pas à être raisonnable, judicieuse voire même rationnelle, et nous rejoignons ici R. Carnap pour qui la proposition A & non A, exemplairement contradictoire, a cependant un sens [16].

En définitive, nous retombons sur un treillis classique qui pourrait être aisément distributif si l'on admettait le postulat

$$G_6 \quad s \cdot (s + s') = s \cdot s' + s \cdot s''$$

ce qui entraînerait aussitôt

$$s + (s \cdot s') = (s + s') \cdot (s + s'').$$

On peut hésiter à adopter cet axiome, mais on ne peut semble-t-il guère aller plus loin pour parvenir à la complémentation, c'est-à-dire à l'algèbre booléenne.

Disons encore que l'exemple paradoxal qu'on trouve chez Mounin *in* [17] :

- (1) Un éléphant est un animal,
- (2) Un éléphant gris est un animal gris,

et la « conclusion » amusante :

(3) Un éléphant petit est un animal petit, ne nous paraît pas condamner cette sorte d'analyse : il faut considérer (1), (2) et (3) comme des sèmes complexes à prendre en bloc et (1) n'« implique » pas (2) ou (3) (ce serait plutôt l'inverse); ensuite (3) est hautement significatif et peut même ne pas être comique si l'on étudie seulement les très gros animaux. Ce qui ferait peut-être problème, à première vue, ce serait plutôt :

(4) Un petit éléphant est un grand animal, puisqu'il contient deux sèmes : petit et grand — généralement tenus pour contraires. Mais, on ne voit pas quelle règle invoquer pour décréter que (4) est « contradictoire », si on le considère dans ses sèmes simplement juxtaposés.

Nous avons finalement renoncé à cette première tentative pour différentes raisons, les principales étant la multiplicité des sèmes introduits et aussi la gêne qu'il y a à mettre sur un seul et même plan des sèmes que nous qualifierions maintenant d'hétérobases : l'analyse taxonomique s'apparente beaucoup, quand on définit  $s \geq s'$ , à l'analyse précédente mais elle est manifestement plus riche quoique, paradoxalement, elle nous éloigne encore davantage de l'algèbre booléenne à deux éléments (mais ce serait faire preuve de parti pris réductionniste que de vouloir rester près du calcul logique). Une autre raison à cet abandon a été la difficulté d'introduire la particularisation (et la généralisation) comme un sème venant aussitôt après les sèmes particularisés.

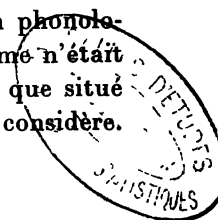
#### 4. L'antonymie

L'antonymie joue un rôle important dans l'analyse lexicale et beaucoup d'auteurs essaient de cerner la signification (nous dirons maintenant « structurer l'ensemble des sèmes ») à l'aide de cette seule relation, spécifiquement sémique elle aussi; dans cet ordre d'idée nous pouvons citer [18]. L'idée d'une telle démarche, outre qu'elle est banale dans l'analyse du sens des mots courants, se trouve une fois de plus dans Saussure, du moins croyons-nous. En effet, Saussure écrit :

« Les phonèmes sont avant tout des entités *oppositives* [c'est nous qui soulignons], relatives et négatives ».

Le terme d'opposition est mal défini dans la langue de tous les jours et comme la relation « différent de » il possède la propriété d'irréflexivité et de symétrie. L'idée supplémentaire qui caractérise l'opposition est que les deux sèmes opposés balaient tout le plan de signification; en d'autres termes, il y a une partition dichotomique de l'ensemble des signifiants. Et il est facile de voir qu'un ensemble ordonné de deux points est un treillis booléen, paradigme du plan de signification vrai/faux de la logique ordinaire. L'antonymie, donc, conduit à des analyses dichotomiques successives, car nous ne pensons pas que par antonymie on pense complémentation au sens de la théorie des treillis. Si cela néanmoins était, la tentative se heurterait gravement aux faits puisque ni l'analyse par les nomenclatures, ni celle inspirée par Hjelmslev ne semblent conduire à la complémentation; faut-il ajouter que cela est plus qu'évident sans mathématique, car on ne voit guère ce qui est le contraire d'une chaise (une non-chaise?)

Nous ne sommes pas qualifiés pour juger de l'opposition des phonèmes en phonologie, mais ce que de Saussure a voulu sûrement dire est qu'un phonème ou un sème n'était défini que si on savait le distinguer des autres (c'est une évidence) et ne l'était que situé dans un ensemble structuré plus large comprenant ce sème et les autres que l'on considère.





Ce chapitre et le précédent permettent de tirer une conclusion quant à la question de savoir si et comment la logique est une sémantique particulière : il semblerait maintenant que la logique ne puisse être considérée comme une certaine sous-algèbre d'une algèbre sémantique plus vaste, mais bien plutôt doive être conçue comme un certain plan de signification analysée en termes de nomenclatures devrait surtout être vue comme un diamant aux nombreuses facettes, ou si l'on est ennemi de la poésie, comme une « variété », au sens mathématique du terme.

### 5. *Considérations lexicales*

Notre seconde thèse est que le procès taxonomique constitue un outil précieux d'analyse et de délimitation des mots (des sèmes). Une telle analyse n'est certainement pas la seule possible et, non moins certainement, avec peut-être des adaptations supplémentaires, elle peut certainement aller au-delà des « mots ».

Que la taxonomie soit insuffisante à bien des égards cela est évident : l'abstraction qui se traduit par la synonymie, est, par définition pour ainsi dire, perte d'information sur la « vraie » (?) structure de  $E, E' \dots$  ; en fait, dans l'écriture  $s = (x, M)$ ,  $M$  pourrait être interprétée comme une certaine structure définie sur  $E$ , mais l'impossibilité humaine à dominer le complexe dans sa totalité et son infinie variété conduit inévitablement à l'abstraction et à la synonymie pour la sémantique. D'autre part, la langue n'est pas un simple « tas » de mots, comme le souligne Jakobson [19].

Considérons donc un *champ lexical*, c'est-à-dire un ensemble de sèmes (hétérobases) définis par un système de nomenclatures (hétérobases). Nous avons donc une signification lexicale *en se*, en quelque sorte, qui découle du choix des bases, des synonymies et des schémas de construction des nomenclatures. Néanmoins pour connaître *toute* la signification d'un mot, il nous faut un lexique, un dictionnaire :

- parce qu'il faut un minimum d'ordre et qu'il est nécessaire de rappeler pour chaque sème de quelle rubrique il est le représentant :
- parce qu'il y a eu appauvrissement de l'information au niveau de  $S^*$ , compte tenu des structures sur  $E, E', \dots$  et parce que, peut-être, il y a tout simplement un hiatus dû à une impossibilité d'agrèger convenablement les structures élémentaires (ainsi, comme nous l'avons montré, rien que pour agrèger de simples préordres en un préordre collectif, au scrutin habituel, il est nécessaire d'employer le scrutin à l'unanimité, si l'on veut éviter le paradoxe de Condorcet [5]); enfin, peut-être, parce qu'au niveau de  $S^*$  on pose une structure qu'on estime pertinente pour le discours (Jakobson écrit : « les langues diffèrent essentiellement par ce qu'elles *doivent* exprimer, et non par ce qu'elles peuvent exprimer » [19], sans trop d'égard pour les structures sous-jacentes — mais on ne peut évidemment délibérément ignorer celles-ci intégralement.

Bref, il faut raviver la signification lexicale *en se* en la doublant d'une signification relationnelle.

Comment se présente un *lexique*? Il faut naturellement d'abord le concrétiser par une sémiotique quelconque : langue naturelle le plus souvent et, aussi, une langue formalisée (c'est ce à quoi nous songeons surtout) et nous ne considérons que des lexiques « unilingues » (nous verrons ce qu'il faut en penser), car le cas des lexiques multilingues vient sous la rubrique de l'agrégation des langues (voir plus loin).

Ceci étant, le lexique se présente comme une suite de sèmes matérialisés par leur signifiant respectifs  $s_1, s_2, \dots, s_N$  :

$$\begin{aligned} s_1 &= f_1(s_1, \dots, s_N) \\ \dots & \\ s_k &= f(s_1, \dots, s_N) \\ s_{k+1} &= s_k && \text{(synonymie)} \\ \dots & \\ s_{k+p} &= K_1 \\ \dots & \\ s_N &= K_m \end{aligned}$$

où l'on élimine la polysémie par une indexation *ad hoc* des signifiants et où les  $f_1$  sont des fonctions lexicales, dont certaines sont identiques entre elles, et univoques et  $K_j$  des « constantes »

Ces fonctions lexicales ne sont pas des entités analogues aux prédicats, puisque ce sont des opérateurs dans  $S^*$ . Elles ne se confondent pas non plus avec les fonctions mises en œuvre par la lexicologie soviétique, comme, par exemple, « point culminant de .. » :  $f(\text{crise}) = \text{nœud, cœur}$ , puisque  $f$  n'est pas toujours univoque et, surtout, ne donne qu'un aspect de la définition ou de la signification lexicale. Bien entendu, ces fonctions sont transcrites dans la langue considérées, dont elles sont des expressions bien formées.

Les « constantes » sont ce que nous appellerons, avec Destouches [20], des *termes primitifs* et nous poserons, comme ce dernier, que ces termes existent nécessairement. Mais nous nous poserons, en sus, la question de savoir *comment* existent ces constantes, qui correspondent à ce qu'il est convenu d'appeler des notions intuitives, qu'il n'est pas nécessaire d'*expliquer* (les axiomes, eux, n'ont pas à être *démontrés* : en logique, les propositions vraies constituent une langue particulière incluse dans la langue des propositions). Dans la recherche du « comment » nous commencerons par dire qu'une des qualités d'un lexique *rationnel* est, précisément, de faire apparaître *explicitement* ces constantes. Un dictionnaire, disons commercial, ne les fait jamais apparaître, ce qui implique usage du diallèle et, surtout, confusion systématique entre la langue-objet du lexique et le métalangage.

Donc, les constantes devront être dénotées par le métalangage, alors que le reste sera transcrit nécessairement dans la langue-objet : un commentaire faisant appel à l'intuition du lecteur, une illustration, une analogie avec un terme d'une *autre* langue-objet, bref, un pointing. C'est dire que la notion même de *dictionnaire unilingue* est contestable.

L'utilité de ces considérations est double.

Tout d'abord elles montrent comment tester ce qu'on pourrait appeler la *rationalité* d'une langue (le terme devient de plus en plus ambigu, au fur et à mesure de l'avancement de notre analyse). Une langue formalisée convenablement implique une nomenclaturisation de son « alphabet » ou de son « vocabulaire » et c'est là qu'apparaissent les constantes explicites (ainsi l'alphabet des systèmes connectifs [21] ou l'analyse de celui donné *in* [11].)

Et surtout — et c'est là où nous voulions venir, dans ce chapitre — ce que nous pouvons appeler l'*analyse conceptuelle* peut se transformer, croyons-nous, en un instrument puissant de synthèse : la problématique du bien-être national se confond souvent avec la recherche de ce qu'on appelle quelquefois une comptabilité sociale, qui ne peut certainement pas être une comptabilité au sens technique du terme [5] mais qui n'appelle pas moins de façon pressante un instrument de synthèse efficace. L'art de l'annuaire statistique procède de telles préoccupations. L'analyse conceptuelle travaillera surtout avec des langues-objets

imparfaites, mal distinguées de leur métalangage : il y aura donc bien analyse de cohérence, mais aussi un exercice actif de délimitation et de *traduction*, d'où apparition d'une nouvelle langue par évolution, un peu comme la nomenclature-produit découle de deux nomenclatures originelles mal articulées au départ.

Il semblerait que l'on puisse dans un dictionnaire usuel classer les définitions en trois catégories.

La première catégorie (10 % des définitions?) fait purement et simplement appel à la *synonymie*. Ainsi, rai = rayon.

La seconde, de loin la plus nombreuse (60 à 70 %), consiste à *particulariser* un terme *plus général* que le mot à définir. Ainsi, *mausolée* = *monument* funéraire somptueux. Ce n'est finalement pas autre chose que la définition *axiomatique* : *distance* = *nombre*, réel, positif ou nul, tel que...

La troisième catégorie (30 %?) consiste en des correspondances entre sèmes hétérobasés (cf. les *M*-injections). Ainsi, *ablation* = action de *retrancher*, *monétaire* = relatif à la *monnaie*, *impatience* = manque de *patience* (antonymie).

Nous n'avons pas trouvé, semble-t-il, de définition *désignative* (pointing). Ceci est naturellement sanctionné par un diallèle ou par des définitions peu convaincantes. Ainsi, *être* = tout ce qui possède *l'existence*, *existence* = le fait *d'exister*, *exister* = *être* actuellement. Il faut ajouter cependant que le dictionnaire consulté produit des illustrations. Ainsi la définition de *l'opossum* donne les coordonnées de cet animal dans la nomenclature zoologique et une photo dudit animal : c'est, à notre avis, une définition-modèle, modèle peu suivi cependant dans le même dictionnaire, où le plus souvent manquent les coordonnées zoologiques.

Ces quelques constatations appellent les remarques suivantes : il est fréquent de définir un mot, ou d'en compléter la définition, par des exemples de phrases où figure le mot en question. Un tel procédé est équivalent à la méthode axiomatique, puisqu'au lieu de donner la « grammaire » des utilisations valables du mot à définir, on se donne un corpus d'utilisation *fini*, donc un ensemble récursivement énumérable.

La mise en œuvre systématique de la méthode axiomatique se heurte au nombre, très rapidement gigantesque, des combinaisons possibles de *n* axiomes pris 1 à 1, 2 à 2, 3 à 3, etc. : l'imagination linguistique fait rapidement défaut pour dénommer toutes ces combinaisons. Disons encore, sans plus, qu'une telle mise en œuvre a un pouvoir heuristique très grand.

La méthode axiomatique n'est qu'un cas particulier de la méthode de correspondance entre sèmes : ce sont des *M-opérateurs* qui interviennent dans ce cas. Il faut encore remarquer qu'une correspondance n'est pas toujours partout définie, dans la pratique, mais il sera certainement très profitable de rechercher des correspondances qui soient *partout définies* (même s'il n'existe pas de signifiants attestés).

Nous n'avons pas défini ce que nous entendons par *bon* dictionnaire. C'est d'ailleurs un problème ouvert. En matière scientifique, les *termes* d'un lexique technique sont censés (implicitement) n'apparaître que dans des propositions *vraies*. Par conséquent, un terme ne peut apparaître à la fois dans une proposition et dans la négation de celle-ci.

Ainsi, une certaine définition du *bien-être national* ne peut figurer dans un « bon » dictionnaire entendu dans le sens précité, comme, toujours dans le même sens, la définition de *grotte* comme une *caverne souterraine* n'est pas admissible, si *caverne* renvoie à *excavation* puis à *trou*, puis à *ouverture*, puis à *espace vide*, puis, enfin à *espace*, considéré comme une étendue indéfinie qui *contient* et *entoure tous les objets* (donc le sol), contradiction qui illustre le refus de la définition désignative explicite. Cependant, il est douteux que dans la vie cou-

rante on fasse de telles recherches et il est assuré que l'utilisateur s'arrêtera à *trou*, sinon à *caverne* et sera alors amplement satisfait; ce qui prouve que le langage ordinaire est peu précis au regard d'une certaine exigence rationnelle et que tout approfondissement théorique découvre des incompatibilités et modifie la langue en retour. C'est là un problème de traduction et nous pensons qu'en règle générale une langue ne peut toujours être intégralement traduite dans une autre, sans que l'une au moins ne s'en trouve *fondamentalement* modifiée.

D'où l'intérêt certain de l'analyse conceptuelle.

## 6. Significations individuelles et signification

Nous terminerons sur le problème, à l'origine de cette seconde partie, sinon de toute l'étude, celui de l'agrégation du sens, question déjà amorcée *in* [5] à propos de la vérité. La signification, c'est ce qu'en donne le dictionnaire; faut-il encore que celui-ci soit bon. Nous comprenons cette dernière phrase en l'écrivant et, en la lisant, le lecteur aussi. Et puis après?

Pour tenter de clarifier le problème, nous devons adopter une dernière thèse qui sera la suivante : la signification, celle qui intéresse le sémanticien, est nécessairement *commune* et n'existe que par et pour une langue (ici : système sémiotique, *non nécessairement linguistique*). Comme il existe manifestement de nombreuses langues (naturelles et autres), le problème d'une signification *universelle* est un problème d'agrégation de langues et non un problème d'agrégation de significations individuelles.

Qu'il existe des significations individuelles sans support linguistique, cela paraît plausible quand on a observé, ne fût-ce qu'une fois, un enfant très jeune, très embarrassé, après maintes mimiques et mots décousus, renoncer manifestement à communiquer sa pensée, faute de moyens adéquats. Que la signification ne soit pas seulement lexicale (attachée au seul signifiant immédiat), mais s'affirme et se précise dans un syntagme et dans un contexte, que la langue, à son tour, stimule la pensée, cela est également clair, si l'on considère qu'un mot répété inlassablement, pour telle ou telle raison, finit par perdre toute sa signification ou si l'on médite sur le témoignage de Helen Keller, rapporté *in* [22] : on sait que cette femme, née sourde, muette et aveugle, apprit rapidement une sorte d'alphabet tactile à sept ans. Un jour d'été, sa nurse lui verse de l'eau sur le bras, en épelant e-a-u : « je ne savais pas que j'épelais un mot ni même que les mots existaient; je faisais simplement bouger mes doigts par imitation... jusqu'au jour où tout à coup, j'éprouvai une conscience vague comme d'une chose oubliée — l'émotion d'une idée qui revient — et je ne sais comment le mystère du langage me fut révélé. Je compris que w-a-t-e-r signifiait la merveilleuse chose fraîche qui coulait sur ma main. Ce mot vivant éveilla mon âme, lui donna lumière et joie, la délivra... tout avait un nom et chaque nom donnait le jour à une nouvelle pensée... C'est que je voyais tout avec cette étrange vue nouvelle qui m'était venue ».

Donc, il existe certainement des significations individuelles et même, peut-être, des sémiotiques personnelles. Mais on peut penser que l'agrégation de toutes ces sémiotiques à structures hétérogènes et certainement complexes en une seule « de même nature », par voie « démocratique », c'est-à-dire en sauvegardant toute la richesse individuelle dans le général, est mathématiquement impossible, si tant est qu'on puisse poser le problème en ces termes, comme nous l'avons montré *in* [5]. Aussi la signification sémantique, celle qui résulte d'un échange entre plusieurs et qui préside à cet échange est un compromis, l'acceptation d'une langue commune, nécessairement pauvre en structure, au moyen d'un mode d'agrégation « non démocratique », par la force des choses.

Mais la signification commune n'est certainement pas une signification universelle — depuis la tour de Babel — puisqu'existe *des* langues, *des* plans de signification à l'infini, dont nous ne savons même pas définir l'articulation, de la même façon que nous ne savons pas définir la rationalité.

Ainsi nous redécouvrons, avec un regard tout autre, la distinction langue-parole, mais appliquée au sens, tout comme nous apprécions, dans un contexte neuf, la distinction qu'opère Destouches entre la physique du solitaire et la physique collective, cette dernière n'étant possible que par l'échange, celui de signaux lumineux ([20], t. II et III).

Comment donc concevoir l'agrégation du sens, si ce n'est que comme une agrégation de langues, une agrégation dynamique, puisqu'évoluent nécessairement les langues quand apparaît une difficulté irréductible (ce que note Jakobson à propos de la traduction)? Et l'agrégation semble se faire par « intersection », au sens habituel de la compréhension basée sur un fond commun et aussi, vraisemblablement, au sens de la théorie de l'agrégation [5]. Ensuite, certainement évolue le fond commun et, aussi et plus rapidement encore évoluent les idiolectes, chacun pour son compte dans le sens de l'uniformité (ou bien le locuteur est totalement ou partiellement exclu du plan de signification agrégé) : nous retrouvons comme résultat asymptotique la Cité scientifique détentrice d'une certaine vérité s'imposant à « tous » [5].

#### CONCLUSION

Assurément, la taxonomie est une science bien vénérable, puisqu'on peut la faire remonter paraît-il aux anciennes listes interminables, gravées dans les tablettes sumériennes et c'est une science *fondamentale*, au sens étymologique du mot, dont nous avons esquissé quelques règles et tenté de fixer une première terminologie.

La taxonomie est fondamentale parce qu'elle est à l'origine du sens, parce que l'abstraction scientifique c'est d'abord l'équivalence. Elle est précieuse parce qu'elle facilite la communication et, bien plus, parce qu'elle est un instrument de synthèse, au travers de la signification qu'elle aide à naître. Plus prosaïquement, avec la comptabilité et la statistique, elle est l'instrument privilégié de ce que nous aimerions appeler la *macroéconomie descriptive*.

Qu'est-ce que la signification? Nous pouvons ici paraphraser Jakobson et dire que la propriété privée, en matière de sémantique, ça n'existe pas; car c'est un acte de communication et un compromis. Qu'il y ait une signification seulement linguistique, comme le montre Jakobson, cela nous paraît certain. La signification est-elle seulement linguistique — *lato sensu* ou sémiotique, ou même strictement linguistique comme le soutient des arguments de poids Roland Barthes [23] —? nous serions enclins à le croire : ce sont les individus qui sont insérés dans la réalité et non leur totalité, car la signification de ce dernier terme, elle, est assurément bien purement linguistique.

#### DÉMONSTRATION DES THÉORÈMES

*Théorème 01* : Supposons qu'étant donné un quelconque  $M_i$ , il existe soit une famille  $F$  de rubriques  $N_j$  formant une partition de  $M_i$ , soit une rubrique  $N_j$  incluant  $M_i$ . Dans la première éventualité, il est clair que pour tout  $N_k$ , on a soit  $M_i \cap N_k = \emptyset$  si  $N_k \notin F$ , soit  $M_i \cap N_k = N_k$  si  $N_k \in F$ . Dans le second cas,  $N_j$  ne comprend aucune rubrique de  $N$  et  $M_i \cap N_j = M_i$  et  $M_i \cap N_k = \emptyset$  pour toute autre rubrique de  $N$ . Réciproquement,

supposons que l'intersection de  $M_i$  avec  $N_j$  soit égale à  $M_i$ , à  $N_j$  ou soit vide. Il existe une famille  $F$  de rubriques de  $N$  telle que la réunion  $F$  englobe  $M_i$ , rubrique quelconque de  $M$ . On montre alors facilement que ou bien  $F$  se réduit à  $N_j$  et  $M_i \subset N_j$ , ou bien que tout  $N_j$  de  $F$  est inclus dans  $M_i$  et que  $M_i$  est égale à la réunion de  $F$ .

*Théorème 02* : Il est immédiat que la famille  $P$  constitue un recouvrement de  $E$ , puisque tout  $x$  doit nécessairement se trouver à l'intersection d'une rubrique de  $M$  et d'une rubrique de  $N$ , et le calcul montre aussitôt que  $P_i \cap P_j = \emptyset$ . Sont également immédiates, de par la définition du produit, l'idempotence, la commutativité et l'associativité; on vérifie aisément les valeurs de  $M \times I$  et de  $M \times O$ .

Le reste de la démonstration est simple affaire de calcul. Rappelons seulement que  $P$  est borne supérieure (resp. inférieure) de  $M$  et de  $N$  si  $P \geq M$ ,  $N$  implique  $Q \geq P$  (resp.  $\leq$ ).

*Théorème 03* : On utilise le fait que, si l'intersection de deux rubriques est non vide, celles-ci sont égales. Supposons  $M \geq N$ ; donc  $M \times N = M$ , donc  $(\forall i) (\exists j) (\exists k) (M_i = M_j \cap N_k)$ , donc  $i = j$ , donc  $M_i \subset N_k$ , donc  $M > N$ . Réciproquement, supposons  $M > N$ . Considérons une rubrique quelconque de  $M \times N$ :  $M_i \cap N_j$ . Mais existe  $N_k$  englobant  $M_i$  et, donc,  $N_j = N_k$  et  $M_i \cap N_j = M_i$ , donc  $M \times N = M$ .

Supposons toujours  $M > N$ . Soit un  $N_j$  quelconque;  $M$  étant un recouvrement, il existe  $M_i$  tel que  $M_i \cap N_j = \emptyset$ ; mais existe  $N_k$  englobant  $M_i$ , donc  $N_j = N_k$ ,  $M_i \subset N_j$  et  $M \vdash N$ . On notera que la finesse au sens extérieur n'implique pas celle au sens intérieur. Soit toujours  $M > N$ . Quel que soit  $M_i$ , il existe  $N_k$  l'englobant. Considérons  $N_j$  quelconque; si  $M_i \cap N_j \neq \emptyset$ ,  $N_k = N_j$  et  $M_i \cap N_j = M_i$ ; et, sinon,  $M_i \cap N_j = \emptyset$ . Donc  $MaN$ . Ici encore, la finesse au sens extérieur n'implique pas l'articulation.

Supposons enfin  $MaN$  &  $M \vdash N$ . Soit  $M_i$  quelconque et soit  $N_j$  tel que  $N_j \cap M_i \neq \emptyset$ . Si  $M_i \cap N_j = M_i$ , alors  $M_i \subset N_j$ ; si  $M_i \cap N_j = N_j$ , il existe  $M_k$  englobant  $N_j$  et  $M_i = M_k$  et  $M_i \subset N_j$ . Donc  $M > N$ .

*Théorème 04* : Supposons  $M \rightarrow N$ . Supposons encore  $(\exists P) (M \geq P \geq N)$ ; ceci implique que le nombre de rubriques de  $P$  est compris entre celui de  $M$ ,  $m$ , et celui de  $N$  :  $n = m - 1$  et, d'autre part, que  $M \vdash P$ . Il est donc licite d'écrire, pour tout  $j$ ,  $M_i \subset P_j \subset N_k$ ; écrivons  $N_2 = M_1 \cup M_2$  et,  $i \geq 3$ ,  $N_i = M_i$ ; donc, la plupart des rubriques de  $P$  sont égales à  $N_i = M_i$  et celles qui ne sont pas telles sont, au plus, au nombre de deux :  $P_1$  ou  $P_2$ . Il est clair que  $N_1 = P_1 \cup P_2 = M_1 \cup M_2$  et que, supposons  $M_1 \subset P_1$ , on a  $M_2 \subset P_2$ ; si  $P_1 \cap P_2 = \emptyset$ , alors  $M_1 = P_1$ ,  $M_2 = P_2$  et  $M = P$  ou bien  $P_1 \cap P_2 \neq \emptyset$  et  $P_1 = P_2 = N_2$  et  $P = N$ . Donc  $M/N$ . Réciproquement, supposons  $M/N$ , ce qui implique  $M \geq N$ . Si deux rubriques de  $N$  sont nomenclaturées par plusieurs  $M_i$ , il est aisé de construire  $P$  distincte de  $M$  et de  $N$  et telle que  $M \geq P \geq N$ , ce qui est absurde. Donc, il existe au plus une rubrique de  $N$ , et une seule, puisque  $M$  est distincte de  $N$ , nomenclaturée par deux, et deux seulement, rubriques de  $M$  :  $M \rightarrow N$ .

*Théorème 05* : Supposons  $M$  et  $N$  réflexives. Donc  $(\forall x) (xMx)$  &  $(\forall x) (xNx)$ , donc  $(\forall x) (xMx \& xNx)$  (cf. [11], théorème C32); donc  $(\forall x) (x(M + N)x)$ .

Supposons  $M$  transitive et posons  $xSy$ , avec  $S = M + M$ . Ceci équivaut à  $xMz_1$  &  $z_1Mz_2$  & ... &  $z_kMy$ , c'est-à-dire à  $xMy$ . Donc  $M + M = M$ . Réciproquement, supposons  $M + M = M$ . Supposons qu'il se trouve  $x, y, z$ , tels que  $xMy$  &  $yMz$  & non  $xMz$ , c'est-à-dire  $x(M + M)z$ , donc  $xMz$ , et non  $xMz$ , ce qui est absurde. Donc  $M$  est transitive.

**Théorème 06 :**  $M$  et  $N$  étant réflexives,  $M + N$  l'est aussi (théorème 05). La symétrie de  $M$  et de  $N$  permet de réécrire  $x(M + N)y$ , c'est-à-dire  $xMz_1 \& z_1Nz_2 \& \dots z_kNy$  en  $yMy \& yNz_k \& \dots \& z_1Mx \& xNx$  ce qui est  $y(M + N)x$ . Il est facile de vérifier la transitivité : une première chaîne relie  $x$  à  $y$  et une autre, consécutive, relie  $y$  à  $z$ , donc il existe une chaîne reliant directement  $x$  à  $z$ .

L'idempotence est vérifiée de par le théorème 05. La commutativité vient de la non-pertinence de l'alternance des  $M$  et  $N$ , dans la chaîne liant  $x$  à  $y$ .

Avant de montrer l'associativité et l'absorption, remarquons que  $xMy$  implique  $x(M + N)y$  quel que soit  $N$ . Dès lors, la chaîne  $MN \dots MNP \dots PMN \dots MNP$  implique la chaîne  $MNP \dots NPMNP \dots PMNP \dots MNP$ , donc  $x((M + N) + P)y$ . Enfin, on voit aisément que  $x(M + (M \times N))y$  équivaut à  $xMz_1 \& (z_1Mz_2 \& z_1Nz_2) \& \dots \& (z_kMy \& z_kNy)$ , ce qui implique  $xMy$ . La réciproque est immédiate et  $M + (M \times N) = N$ . De même,  $x(M \times (M + N))y$  équivaut à  $xMy \& x(M + N)y$  et implique donc  $xMy$  :  $M \times (M + N) = N$ , C. Q. F. D.

**Théorème 08 :** Supposons que  $f$  soit une surjection :  $M_i \neq \emptyset$ , implique  $f(M_i) \neq \emptyset$ . D'autre part :  $\cup f(M_i) = f(\cup M_i) = f(X) = Y$ ; donc  $f(M)$  est un recouvrement. Réciproquement, si  $f(M)$  est un recouvrement,  $Y = \cup f(M_i) = f(\cup M_i) = f(X)$ ; donc  $f$  est une surjection.

**Théorème 09 :** La surjectivité découle du théorème 08. Supposons donc  $fM$ -injectif :  $f(M_i) \cap f(M_j) = f(\cup \{x_i\}) \cap f(\cup \{x_j\}) = \bigcup_{i,j} f(x_i) \cap f(y_j)$ , où  $x_i \in M_i$  et  $y_j \in M_j$ . Mais si  $M_i \neq M_j$ ,  $f(x_i) \cap f(y_j) = \emptyset$ . Réciproquement, supposons  $f(M)$  partition. Considérons  $x$  et  $y$  éléments de  $X$  non équivalents modulo  $M$ ; donc  $x \in M_i$  et  $y \in M_j$  et  $M_i \neq M_j$ . Donc  $f(x) \cap f(y) \subset f(M_i) \cap f(M_j) = \emptyset$ ; donc  $f(x) \cap f(y) = \emptyset$ .

**Théorème 10 :** Supposons que  $f$  soit une injection multivoque ou univoque surjective et soit une nomenclature  $M$  quelconque. Soient  $M_i$  et  $M_j$  distincts. Considérons  $x_i \in M_i$  et  $y \in M_j$  : non  $xMy$  implique  $x \neq y$ , donc  $f(x) \cap f(y) = \emptyset$  par définition de l'injection et  $f(M_i) \cap f(M_j) = f(\cup \{x_i\}) \cap f(\cup \{y_j\})$  ce qui est  $\bigcup_{i,j} f(x_i) \cap f(y_j) = \emptyset$ .

**Théorème 11 :** Supposons que  $M \in N_f$  et soit  $N$  moins fin que  $M$ . Soient  $N_i$  et  $N_j$  distinctes. Chacune de ces deux rubriques est nomenclaturée par des rubriques de  $M$  toutes distinctes. On peut donc écrire  $f(N_i) \cap f(N_j) = f(\cup M_k) \cap f(\cup M_{k'}) = \bigcup_{k,k'} f(M_k) \cap f(M_{k'}) = \emptyset$ .

**Théorème 12 :** Supposons que  $N_f = \mathcal{N}(X)$ ; donc  $f(I)$  est une nomenclature et  $x \neq y$  implique  $f(x) \cap f(y) = \emptyset$ ; donc  $f$  est une injection surjective multivoque (mais on ne peut affirmer que  $f$  soit univoque). La réciproque est le théorème 10. On conclut par le théorème 11.

**Théorème 13 :** Supposons que  $M^f \in N_f$ . Supposons que  $x$  et  $y$  ne soient pas équivalents modulo  $M^f$  : alors  $f(x) \cap f(y) = \emptyset$ . Donc  $f(x) \cap f(y) \neq \emptyset$  implique  $xM^fy$ , ce qui, par définition implique  $f(x) = f(y)$ . Réciproquement, on considère  $M'_i$  et  $M'_j$  distinctes et l'on note que non  $xM^fy$  implique  $f(x) \neq f(y)$ , c'est-à-dire  $f(x) \cap f(y) = \emptyset$ , puisque  $f$  est semi-univoque.

**Théorème 14 :**  $M + N$ , étant moins fin que  $M$  et  $N$ , fait partie du noyau, dès que  $M$  ou  $N$  en fait partie. Considérons maintenant  $P = M \times N$  et soient  $P_k = M_i \cap N_j$  et  $P_{k'} = M_{i'} \cap N_{j'}$  distinctes, c'est-à-dire  $M_i \neq M_{i'}$  ou  $N_j \neq N_{j'}$ . On a :

$f(P_k) \cap f(P_{k'}) \subset f(M_i) \cap f(N_j) \cap f(M_{i'}) \cap f(N_{j'})$ , lequel second membre est vide dès que  $M$  et  $N$  font partie du noyau; comme ce noyau n'est pas vide,  $f$  est une surjection et  $f(P)$  un recouvrement, donc une partition, comme on vient de le montrer, il y a un instant. La fin de la première partie de ce théorème est immédiate.

Pour démontrer la seconde partie, nous commencerons par démontrer que

$$xMx' \Rightarrow (\forall y) (\forall y') (y \in f(x) \ \& \ y' \in f(x') \Rightarrow yf(M)y'),$$

et  $yf(M)y' \Rightarrow (\exists x) (\exists x') (y \in f(x) \ \& \ y' \in f(x') \ \& \ xMx').$

En effet, on notera que  $x, x' \in M_i$  implique  $f(x), f(x')$  inclus dans  $f(M_i)$ , donc  $y, y' \in f(M_i)$  et  $yf(M)y'$ . Ensuite, on notera que  $yf(M)y'$  implique  $y, y' \in f(M_i)$  pour un certain  $i$ , donc existent  $x$  et  $x'$  tels que  $y \in f(x)$  et  $y' \in f(x')$  et  $x, x' \in M_i$ .

Ceci étant, on démontrera aisément que, compte tenu des propriétés générales de la finesse au sens intérieur (et aussi extérieur) [9],  $f(M + N) \leq f(M) + f(N)$ . Considérons  $yf(M + N)y'$  : il existe un couple  $x, x'$  tel que  $x(M + N)x'$  et  $y \in f(x)$  et  $y' \in f(x')$ . Donc, on peut écrire pour certains  $a_1, a_2, \dots, a_k$  :

$$xMa_1 \ \& \ a_2Na_3 \ \& \ \dots \ \& \ a_kNx',$$

mais ceci implique

$yf(M)b_1 \ \& \ b_2f(N)b_3 \ \& \ \dots \ \& \ b_kf(N)y'$ ,  $b_i \in f(a_i)$  c'est-à-dire  $y(f(M) + f(N))y'$ . Donc  $f(M + N)$  implique  $f(M) + f(N)$ , donc  $f(M + N) \geq f(M) + f(N)$ .

Pour le produit  $P = M \times N$ , on commencera par montrer de la même façon que  $f(P) \geq f(M)xf(N)$ . Puis on considérera  $yf(P)y'$  qui implique  $x(f(M) \times f(N))x'$ , avec  $y \in f(x)$  et  $y' \in f(x')$  ou encore  $xf(M)x' \ \& \ xf(N)x'$ , soit encore  $yf(M)y'$  et  $yf(N)y'$ .

**Théorème 15 :** La réflexité et la transitivité découlent directement des propriétés analogues de l'inclusion et de la finesse. La suite du théorème découle de ce que, par exemple,  $x \cup x'$  et  $M + M'$  sont bornes inférieures de, respectivement,  $x, x'$  et  $M, M'$ . Il est digne d'être noté que  $x$  (resp.  $x'$ ) doit être une rubrique de  $M$  (resp.  $M'$ ) et non pas un sous-ensemble quelconque de  $E$ ; et il est clair que  $xMy$  ou  $xNy$  implique  $x(M + N)y$ .

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ARKHIPOFF O. — La comptabilité nationale et ses applications aux pays du Tiers-Monde. Cujas, Paris, 1969.
- [2] PAUL J. — Plan comptable (édition provisoire). Secrétariat d'État aux Affaires étrangères, Paris, 1969.
- [3] CHAUMONT J. et ARKHIPOFF O. — La nature exclusivement macro-économique des coefficients du tableau Léontief et sa dualité dans la problématique régionale. *Revue d'Économie politique*, nov.-déc. 1971, pp. 975-991, Sirey, Paris, 1971.
- [4] PIAGET J. — Psychologie et épistémologie. Gonthier, Paris, 1970.
- [5] ARKHIPOFF O. — La notion de bien-être national. *Journal de la Société de Statistique de Paris*, n° 1, 1976.
- [6] DE SAUSSURE F. — Cours de linguistique générale. Payot, Paris, 1969.
- [7] VOLLE M. et alii. — L'analyse des données et la construction des nomenclatures d'activités économiques de l'industrie. *Annales de l'I. N. S. E. E.*, n° 4, mai-septembre 1970, I. N. S. E. E., Paris.



- [8] GUIBERT B. *et alii.* — Essai sur les nomenclatures industrielles. *Économie et Statistique*, n° 20, fév. 1971, I. N. S. E. E., Paris.
- [9] BERGE C. — Espaces topologiques. Dunod, Paris, 1959.
- [10] BIRKHOFF G. — Lattice Theory. American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. XXV, Providence, Rhode Island, 1967.
- [11] BOURBAKI N. — Théorie des ensembles, Hermann, Paris, 1970.
- [12] KLEENE S. C. — Logique mathématique. Armand Colin, Paris, 1971.
- [13] KUHN T. S. — La structure des révolutions scientifiques. Nouvelle bibliothèque scientifique, Flammarion, Paris, 1972.
- [14] FRECHT M. — Les espaces abstraits et leur théorie considérée comme introduction à l'analyse générale. Gauthier-Villars, Paris, 1928.
- [15] BLANCHE R. — Introduction à la logique contemporaine. Armand Colin, 5<sup>e</sup> édition, Paris, 1969.
- [16] CARNAP R. — Meaning and Necessity, a Study in Semantics and Modal Logic. The University of Chicago Press, Chicago, London, 1970.
- [17] MOUNIN G. — Clefs pour la sémantique. Seghers, Paris, 1972.
- [18] GREIMAS A. J. — Sémantique structurale. Larousse, Paris, 1966.
- [19] JAKOBSON R. — Essais de linguistique générale. Coll. Points, Éd. de Minuit, Paris, 1963.
- [20] DESTOUCHES J.-L. — Principes fondamentaux de physique théoriques (3 tomes). Éd. Hermann, Paris, 1942.
- [21] PORTE J. — Recherches sur la théorie générale des systèmes formels. Gauthier-Villars, Paris, 1965.
- [22] KOESTLER A. — Le cri d'Archimède. Calmann-Lévy, Paris, 1965.
- [23] BARTHES R. — Le degré zéro de l'écriture — éléments de sémiologie. Gonthier, Paris, 1970.