JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

OLEG ARKHIPOFF

Quelques considérations sur l'équation de Fisher. Exemples malgaches et étrangers

Journal de la société statistique de Paris, tome 106 (1965), p. 112-139

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1965__106__112_0>

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR L'ÉQUATION DE FISHER

EXEMPLES MALGACHES ET ÉTRANGERS

> « *Un écu chez un pauvre ou un très menu commerçant fait cent fois plus d'effet ou plutôt de revenu que chez un riche, par le renouvellement continuel et journalier que fait cette modique somme chez l'un, ce qui n'arrive pas à l'égard de l'autre dans les coffres duquel des quantités bien plus grandes d'argent demeurent des mois et des années entières, oiseuses et par conséquent inutiles.* »
>
> P. de Boisguilbert (1707)

Nous nous proposons dans ce qui suit d'analyser l'équation des échanges, ou équation de Fisher, bien connue. Cette analyse sera constamment guidée par le souci de mesurer (ou tout au moins de pouvoir théoriquement mesurer) les grandeurs dont nous parlerons, car une grandeur économique qui échappe à la mesure n'est pas aisément utilisable. De plus, ce souci oblige à préciser ce dont on parle et, par là même, fait apparaître les hypothèses implicites sous-jacentes et les difficultés qu'elles suscitent.

Rappelons brièvement ce qu'est l'équation des échanges. Fisher commence d'abord par poser $MV = \Sigma\, p_i q_i$ (M : masse monétaire — V : vitesse de circulation, c'est-à-dire nombre de fois où l'unité monétaire change de main au cours d'une période donnée — q_i : quantité de bien ou service i échangée au prix p_i au cours de cette même période), puis, passant au second membre, pose $MV = PQ$ où P désigne un indice pondéré de prix. Les critiques de cette équation portent sur M : monnaie métallique — fiduciaire — scripturale? — sur V considérée comme le fruit d'une tautologie — sur l'interaction entre P et M : on admet souvent que l'équation de Fisher ne commence réellement qu'au moment où, dans l'équation *comptable* $MV = PQ$, on suppose qu'une variation de M entraîne une variation concommitante de P; or, on a remarqué que si, au cours de certaines périodes, l'afflux d'or américain a été corrélatif d'une hausse généralisée des prix (critiques favorables), au cours de certaines autres, par contre, les variations de M semblaient indépendantes et parfois contraires de celles de P, mesurées par indices (critiques défavorables); une conclusion générale fréquente est la suivante : $MV = PQ$ est une équation comptable mais insuffisante pour décrire le comportement du couple (M, P). Nous reprendrons toutes ces critiques en en faisant d'autres et nous essaierons d'y apporter des réponses (souvent nuancées).

1. — Schéma de la vitesse moyenne

Considérons le modèle simple suivant :

Soient M unités monétaires toutes discernables et individualisées. Au cours d'une durée élémentaire choisie convenablement, chacune de ces unités ne peut être *active* qu'une seule fois. La période étudiée vaut k durées élémentaires. La masse des unités monétaires actives au cours de la durée élémentaire j est désignée par m_j et, enfin, au cours des k durées élémentaires, l'unité monétaire a été active ν_i fois, ν_i étant, par définition, la vitesse de l'unité i (étant bien entendu que l'on doit préalablement définir ce que l'on entend par *activité* de la masse monétaire : changement de propriété, utilisation pour l'achat de biens sur le marché, etc.).

Nous avons évidemment

$$\sum_{j=1}^{k} m_j = \sum_{i=1}^{M} \nu_i = T_M$$

T_M représentant le fruit de l'activité de la masse monétaire M et que nous appelerons, faute de mieux, transactions effectuées à l'aide de M. Ce modèle peut se prêter aisément à

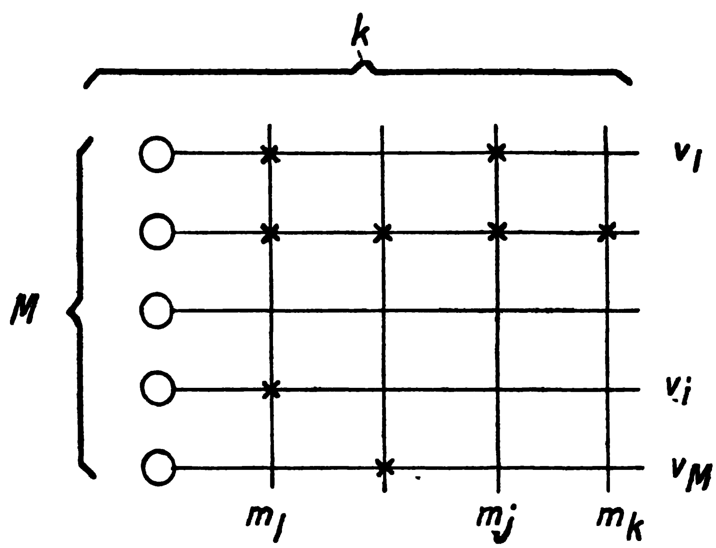


Figure 1

une analyse probabiliste : en effet, en considérant les espérances mathématiques ou « moyennes », nous pouvons écrire :

$$\sum_{1}^{k} E(m_j) = \sum_{1}^{M} E(\nu_i) = E(T_M)$$

Si l'on pose l'hypothèse $E(m_j) = m$, $E(\nu_i) = \nu$ quels que soient j et i, alors $km = M\nu = E(T_M)$,

$$\boxed{\nu = \frac{E(T_M)}{M}} \quad (1) \qquad \text{et} \qquad \boxed{kp = \nu} \quad (2)$$

où
$$p = \frac{m}{M} = E(p_j) \qquad \text{avec} \qquad p_j = \frac{m_j}{M}$$

Les relations (1) et (2) nous donnent deux méthodes d'évaluation de la vitesse moyenne des M unités monétaires. Remarquons que l'on peut poursuivre cette analyse probabiliste en considérant la loi de probabilité ou les lois régissant « l'activité » de l'unité monétaire. On peut essayer d'étudier la question de la variance ce qui permet d'utiliser l'inégalité de Tchebychev, etc. (L'inégalité de Tchebychev apporte une réponse au reproche d'arbitraire que l'on peut faire au schéma de la vitesse moyenne en y introduisant des unités monétaires totalement inactives au cours de la période étudiée). Donnons un exemple simple (*qui n'est certainement pas réel*) : supposons les M unités indépendantes et suivant toutes une *même* loi de probabilité au cours du temps. On trouve alors :

$$\sum \mathrm{Var}(m_j) = \sum \mathrm{Var}(\nu_i) = \mathrm{Var}(T_M)$$

$$\frac{O_m^2}{m} = \frac{O_v^2}{\nu} = \frac{\mathrm{Var}(T_M)}{E(T_M)}$$

avec
$$\mathrm{Var}(m_j) = O_m^2 \qquad \mathrm{Var}(\nu_i) = O_v^2$$

De plus, T_M suit une loi normale et si l'on définit l'activité comme l'utilisation de l'unité pour l'achat du bien i $(p_i; q_i)$ (ou d'un ensemble de biens i, mais il faut alors supposer de plus l'indépendance en probabilité des quantités $p_i \cdot q_i$ entre elles), $p_i \cdot q_i$ suit une loi normale et p_i suit une ou certaines des lois qui par composition multiplicative avec celle(s) de q_i donnent une loi normale. Nous allons immédiatement appliquer les formules (1) et (2) à un exemple malgache.

Exemple 1 — *Fonctionnement des chèques postaux malgaches.*

Nous nous proposons d'évaluer la vitesse mensuelle des Comptes de chèques postaux de Madagascar. Précisons un peu le mode de calcul : **la durée élémentaire adoptée est la journée. C'est d'ailleurs la journée que nous adopterons dans la suite de cet article :** hypothèse très raisonnable, les vacations bancaires étant généralement journalières et, en ce qui concerne la vitesse des espèces, fort heureusement, on ne dépense pas immédiatement le jour même de la paie, tout ce que l'on gagne. Évidemment, si l'activité est définie comme le changement de propriété au cours d'une partie de poker, la durée devra être prise bien inférieure à la journée ! Les formules (1) et (2) postulent M constant ce qui n'est évidemment pas le cas mais nous négligerons les variations qui sont relativement de faible amplitude. Cette première entorse à la théorie étant faite, nous n'hésiterons pas à évaluer $E(T_M)$ par T_M dans la formule (1) qui est celle que nous utiliserons. Pour M nous prendrons les avoirs en fin de mois (nous aurions pu tout aussi bien les prendre en début de mois, ou une moyenne de ces avoirs). La durée k serait prise égale à 30 si nous utilisions la formule (2) : il aurait été alors nécessaire de prendre les avoirs en début de vacation (1). Les résultats de 1952 à 1963 sont donnés dans le tableau I ci-dessous. L'année a été obtenue par sommation des vitesses mensuelles (chiffres entre parenthèses) ou par division des débits annuels par les avoirs annuels moyens.

(1) Remarquons que le nombre de vacations au cours du mois est toujours inférieur à 30, mais, pour simplifier, nous négligerons ce fait.

Tableau I

Comptes de chèques postaux de Madagascar : avoirs, débits des comptes et vitesse par mois et par an de 1952 à 1963

Avoirs et débits en millions de FMG.

Période	Avoir	Débits totaux	Vitesse	Période	Avoir	Débits totaux	Vitesse
1952 Janvier	571	1 201	2,10	1958 Janvier	1 756,8	3 832,5	2,18
Février	617	934	1,51	Février	1 724,5	3 343,2	1,94
Mars	654	1 105	1,69	Mars	1 637,4	3 591,9	2,19
Avril	692	1 269	1,83	Avril	1 422,2	3 547,5	2,49
Mai	716	1 364	1,91	Mai	1 376,4	4 897,6	3,56
Juin	730	1 176	1,61	Juin	1 633,2	4 337,0	2,66
Juillet	716	1 372	1,92	Juillet	1 677,5	4 102,2	2,45
Août	754	1 433	1,90	Août	1 618,6	3 608,2	2,23
Septembre	797	1 335	1,68	Septembre	1 592,1	4 227,7	2,66
Octobre	860	1 442	1,68	Octobre	1 600,0	4 066,2	2,54
Novembre	942	1 285	1,36	Novembre	2 009,7	4 572,4	2,28
Décembre	1 051	1 678	1,60	Décembre	1 957,2	4 222,3	2,16
Année	*Moyenne : 758,33*	*15 594*	*20,56* (*20,79*)	*Année*	*Moyenne : 1 667,1*	*48 348,7*	*29,00* (*29,34*)
1953 Janvier	1 165	1 375	1,18	1959 Janvier	2 006,1	4 455,1	2,22
Février	1 228	1 292	1,05	Février	1 936,2	3 931,0	2,03
Mars	563	2 169	3,85	Mars	1 890,0	4 412,1	2,33
Avril	612	1 492	2,44	Avril	1 866,9	4 021,7	2,15
Mai	628	1 516	2,41	Mai	2 181,2	4 158,2	1,91
Juin	576	1 853	3,22	Juin	1 906,7	4 637,4	2,43
Juillet	580	1 776	3,06	Juillet	1 877,8	4 566,8	2,43
Août	636	1 762	2,77	Août	1 902,5	5 057,0	2,66
Septembre	716	1 928	2,69	Septembre	1 963,4	4 796,3	2,44
Octobre	646	2 089	3,23	Octobre	2 147,3	5 123,9	2,39
Novembre	546	1 852	3,39	Novembre	2 607,8	6 318,7	2,42
Décembre	788	2 067	2,62	Décembre	2 516,3	5 221,5	2,08
Année	*Moyenne : 723,7*	*21 171*	*29,25* (*31,91*)	*Année*	*Moyenne : 2 066,9*	*56 699,7*	*27,43* (*27,49*)
1954 Janvier	772,9	1 683	2,18	1960 Janvier	2 525,1	4 511,1	1,79
Février	616,5	1 800	2,92	Février	2 527,5	5 144,7	2,04
Mars	645,5	1 832	2,84	Mars	2 479,3	4 947,6	2,00
Avril	609,2	1 833	3,01	Avril	2 380,9	4 567,1	1,92
Mai	609,1	1 850	3,04	Mai	2 279,2	4 447,7	1,95
Juin	689,6	2 043	2,96	Juin	2 082,2	4 913,2	2,36
Juillet	680,8	2 310	3,39	Juillet	1 945,7	4 160,7	2,14
Août	724,3	2 236	3,09	Août	2 041,6	5 197,0	2,55
Septembre	803,4	2 290	2,85	Septembre	2 001,2	5 082,8	2,54
Octobre	863,4	2 442	2,83	Octobre	1 961,9	4 309,1	2,20
Novembre	875,8	2 253	2,57	Novembre	2 400,9	5 154,0	2,15
Décembre	781,3	2 849	3,65	Décembre	2 605,1	5 537,8	2,13
Année	*Moyenne : 722,7*	*25 421*	*35,17* (*35,33*)	*Année*	*Moyenne : 2 269,2*	*57 972,8*	*25,55* (*25,77*)
1955 Janvier	854,1	1 430,6	1,67	1961 Janvier	2 617,6	5 796,5	2,21
Février	857,6	1 486,2	1,73	Février	2 634,6	4 941,5	1,88
Mars	834,6	1 606,6	1,92	Mars	2 504,5	5 512,3	2,20
Avril	757,6	1 524,1	2,01	Avril	2 430,8	4 720,6	1,94
Mai	714,2	1 435,4	2,01	Mai	2 239,2	5 146,1	2,30
Juin	775,1	1 679,6	2,17	Juin	2 435,2	4 866,1	2,00
Juillet	759,9	1 749,8	2,30	Juillet	2 462,4	5 013,4	2,04
Août	758,2	1 815,4	2,39	Août	2 405,2	5 395,1	2,24
Septembre	834,2	2 027,3	2,43	Septembre	2 255,8	4 594,7	2,04
Octobre	879,0	1 942,4	2,21	Octobre	2 386,4	4 960,7	2,08
Novembre	1 171,6	2 227,8	1,90	Novembre	2 730,9	5 692,4	2,08
Décembre	1 123,9	2 200,6	1,96	Décembre	2 617,7	5 256,4	2,01
Année	*Moyenne : 860,0*	*21 125,8*	*24,56* (*24,70*)	*Année*	*Moyenne : 2 476,7*	*61 895,8*	*24,99* (*25,02*)
1956 Janvier	1 153,0	1 873,4	1,62	1962 Janvier	3 030,7	6 461,5	2,13
Février	1 096,0	1 919,1	1,75	Février	2 933,1	4 794,2	1,63
Mars	989,4	2 286,3	2,31	Mars	2 835,4	5 789,3	2,04
Avril	994,4	1 962,7	1,97	Avril	2 647,1	5 168,1	1,95
Mai	1 024,6	2 162,9	2,11	Mai	2 456,6	5 658,2	2,30
Juin	1 075,6	2 377,0	2,21	Juin	2 515,3	5 378,3	2,14
Juillet	1 106,9	2 535,3	2,29	Juillet	3 024,6	6 575,4	2,17
Août	1 091,2	2 496,0	2,29	Août	2 913,6	6 216,8	2,13
Septembre	1 045,8	2 697,7	2,58	Septembre	3 123,3	5 935,2	1,90
Octobre	1 076,9	3 023,4	2,81	Octobre	3 105,1	6 604,1	2,13
Novembre	1 070,1	2 831,3	2,65	Novembre	3 586,0	7 281,3	2,03
Décembre	1 334,7	3 155,7	2,36	Décembre	3 938,9	8 506,5	2,16
Année	*Moyenne : 1 088,2*	*29 320,8*	*26,94* (*26,95*)	*Année*	*Moyenne : 3 009,1*	*74 368,9*	*24,71* (*24,71*)
1957 Janvier	1 355,5	2 823,8	2,08	1963 Janvier	3 938,4	11 202,7	2,84
Février	1 257,9	2 989,6	2,38	Février	3 915,0	7 196,7	1,84
Mars	1 229,3	2 682,5	2,18	Mars	3 739,4	7 686,9	2,06
Avril	1 265,6	2 712,6	2,14	Avril	3 695,5	5 043,4	1,36
Mai	1 239,4	2 801,5	2,26	Mai	3 474,4	6 265,6	1,80
Juin	1 275,2	2 812,1	2,21	Juin	3 342,9	6 144,0	1,84
Juillet	1 342,0	3 333,5	2,48	Juillet	3 733,1	9 360,3	2,51
Août	1 388,9	3 716,5	2,68	Août	3 287,0	6 717,8	2,04
Septembre	1 379,0	3 563,2	2,58	Septembre	3 350,6	7 273,1	2,17
Octobre	1 326,6	3 438,3	2,59	Octobre	3 709,2	7 572,2	2,04
Novembre	1 684,7	4 003,7	2,38	Novembre	3 821,2	8 832,2	2,31
Décembre	1 674,0	4 191,3	2,50	Décembre	3 654,1	7 113,6	1,95
Année	*Moyenne : 1 368,2*	*39 068,6*	*28,55* (*28,46*)	*Année*	*Moyenne : 3 638,4*	*90 408,5*	*24,85* (*24,76*)

Exemple 2 — *Vitesse monétaire pour un agent économique à revenu périodique* (la période étant égale à λ durées élémentaires).

Soit un agent économique possédant initialement un avoir A_0 et percevant au début de la période élémentaire i un revenu r_i et effectuant au cours de cette même période une dépense d_i. Voyons ce qui se passe au terme d'une période de durée λ et estimons la fréquence moyenne d'utilisation de l'avoir de cet agent. L'avoir A_i au début de la période i est :

$$A_i = A_0 + \sum_{j=1}^{i} r_j - \sum_{j=1}^{i-1} d_j$$

d'où :

$$p_\lambda = \frac{\text{dépense moyenne}}{\text{avoir moyen}}$$

$$= \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_\lambda}{\lambda A_0 + [\lambda r_1 + (\lambda - 1) r_2 + \dots + r_\lambda] - [(\lambda - 1) d_1 + (\lambda - 2) d_2 + \dots + d_{\lambda-1}]}$$

Supposons $\quad r_2 = r_3 = \dots\dots = r_\lambda = 0 \qquad r_1 = r$

$$d_1 = d_2 = \dots\dots = d_\lambda = \frac{D}{\lambda} \qquad A = A_0 + r$$

et $D = A(1 - x)$, x étant le reflet de l'épargne acquise et de l'encaisse nécessaire à l'agent car $x = \frac{A - D}{A}$. De là s'ensuit que p_λ peut être estimée par :

$$\boxed{p_\lambda = \frac{2(1 - x)}{\lambda(1 + x) + (1 - x)}} \tag{3}$$

et $v_\lambda = kp_\lambda$ par :

$$\boxed{v_\lambda = \frac{2k(1 - x)}{\lambda(1 + x) + (1 - x)}} \tag{4}$$

Cette vitesse dépend donc de la durée λ séparant deux revenus successifs et de x, taux d'accumulation monétaire. Il est donc justifié de dire que v_λ est stable dans le temps et dépend des habitudes économiques de la collectivité. Voyons numériquement l'importance de λ en supposant $x = 0$ pour simplifier :

Journaliers, commerçants, etc	$\lambda = 1$,	$p = 1{,}000$,	$V_1 =$	365 Vitesse annuelle
Payés à la semaine	$\lambda = 7$,	$p = 0{,}250$,	$V_7 =$	91 Vitesse annuelle
Payés à la quinzaine	$\lambda = 14$,	$p = 0{,}133$,	$V_{14} =$	46 Vitesse annuelle
Payés au mois	$\lambda = 30$,	$p = 0{,}065$,	$V_{30} =$	24 Vitesse annuelle
Payés au trimestre (Loyers par ex.) . . .	$\lambda = 90$,	$p = 0{,}022$,	$V_{90} =$	8 Vitesse annuelle
Payés au semestre	$\lambda = 180$,	$p = 0{,}011$,	$V_{180} =$	4 Vitesse annuelle
Payés à l'année (actionnaires et rentiers)	$\lambda = 365$,	$p = 0{,}005$,	$V_{365} =$	2 Vitesse annuelle

Le graphique ci-dessous montre comment varie V en fonction de x pour λ fixé.

On pourrait donc lutter contre un excès de monnaie circulante en agissant sur M, sur x (publicité en faveur de l'épargne, comptes bloqués comme en Belgique après la guerre) et sur λ (épargne déguisée et forcée) en espaçant les paiements à échéance fixe. Naturellement, tous les types de revenus coexistent et il s'agit, pour avoir une estimation de la vitesse ν globale, d'agréger les ν_λ. Un calcul simple montre qu'il est licite d'utiliser une moyenne des ν_λ pondérée par les masses des avoirs A_λ détenus par les différentes catégories sociales, ce qui donne :

$$\bar{p} = \sum \left(\frac{A_\lambda}{\Sigma A_\lambda}\right) p_\lambda$$

Prenons un exemple théorique; supposons que la collectivité comporte des salariés payés à la quinzaine, payés au mois, des « journaliers » et des « rentiers » avec les pondérations et taux d'accumulation monétaire x suivants : $0{,}25 - x_{15} = 0{,}1$; $0{,}25 - x_{30} = 0{,}5$; $0{,}25 - x_1 = 0{,}75$; $0{,}25 - x_{365} = 0{,}75$. (Dans cet exemple, la moitié de l'avoir monétaire est supposée détenue par les salariés.) On trouve $V = 365 \times 0{,}09 = 33$ ($p_{15} = 0{,}10$, $p_{30} = 0{,}02$, $p_1 = 0{,}25$, $p_{365} \sim 0$). Pour terminer, disons qu'il aurait été plus normal d'évaluer la fréquence p_λ en prenant la moyenne des fréquences mais les calculs seraient devenus trop lourds et auraient conduit à une formule inutilisable. Une justification du calcul utilisé sera donnée dans le chapitre 7 concernant la notion d'encaisse moyenne.

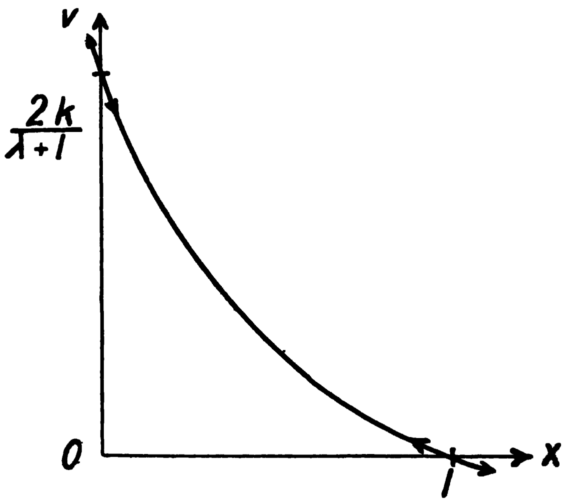


FIGURE 2

2. — REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DE L'ÉQUATION DE FISHER

Après ce premier examen, voyons ce que l'on peut d'ores et déjà dire de l'équation MV = PQ. Le schéma de la vitesse moyenne conduit non à une identité comptable mais à une égalité en moyenne. D'autre part, le lecteur sent bien la difficulté qu'il y aurait à mesurer statistiquement le V afférent à des opérations monétaires du type PQ et que le V accessible à l'observation statistique (chèques postaux par exemple) recouvrira aussi bien les opérations du type précédent que des opérations autres qui ne peuvent se mettre naturellement sous la forme xy, comme le versement à une caisse d'épargne, un don en espèces, un paiement de taxes, un virement sans changement de propriétaire d'un compte bancaire à un autre, un emprunt, etc. (1).

L'égalité de Fisher est-elle réellement une identité comptable? Non, à moins que les égalités de produits scalaires ne soient admises en comptabilité courante. En effet, cette égalité devrait s'écrire rigoureusement

$$\vec{M}\,\vec{V} = \vec{P}\,\vec{Q},$$

en considérant les vecteurs à M et n dimensions

$$\vec{V}\,(\nu_1;\, \nu_2;\, \ldots\ldots\, \nu_M);\quad \vec{P}\,(p_1;\, p_2;\, \ldots\ldots\, p_n);\quad \vec{Q}\,(q_1;\, q_2;\, \ldots\ldots\, q_n)$$

(1) L'écriture MV = PQ limitant les transactions à celles sur biens et services peut recevoir l'explication historique suivante : déjà pour P. de Boisguilbert « consommation et revenu sont une seule même chose, et la ruine de la consommation est la ruine du revenu » (Détail de la France, 1695), d'où tentative de mesurer le bien-être de la Nation par le Revenu national, somme de tous les revenus monétaires des nationaux. Idée reprise (et solidement basée sur la notion toute nouvelle, après l'ère physiocratique, des « espèces d'utilité non attachée à aucun corps materiel ») dans la loi des débouchés de J.-B. Say.

Cette représentation géométrique peu maniable est cependant pleine d'enseignements car elle explique clairement certaines « anomalies » de l'égalité de Fisher à savoir les prix ne variant pas comme M. En effet, soit une augmentation de $\vec{M} \cdot \vec{V}$ (par augmentation de M par exemple); elle se répercute intégralement sur $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ (1). Le niveau des prix est toujours mesuré par des indices, le plus souvent à pondérations fixes du type $\Sigma \alpha^i p_i$. Sans affirmer que les variations de $\Sigma \alpha^i p_i$ reflètent fidèlement celles de la longueur de $\vec{P}$

$$(|\vec{P}| = \sqrt{p_1^2 + \ldots\ldots + p_n^2}),$$

disons que l'indice varie dans le même sens que $|\vec{P}|$ (or les indices courants se limitent à des domaines bien particuliers de prix). Donc, on peut très bien concevoir que $\vec{P} \cdot \vec{Q}$ puisse varier sans que $|\vec{P}|$ varie, les variations étant compensées par celles de $|\vec{Q}|$ ou par celles de $\cos\theta = \cos(\vec{P}, \vec{Q})$. On pourrait même enregistrer une diminution de $|\vec{P}|$ avec une augmentation de $\vec{P} \cdot \vec{Q}$. On pourrait aussi imaginer de fortes hausses de prix ne se répercutant pas sur $\vec{P} \cdot \vec{Q}$, etc.

Ainsi les variations potentielles de l'indice général des prix peuvent être contrariées par celles de $|\vec{Q}|$ ou celles de $\cos\theta$. De plus, ne l'oublions pas, les indices usuels sont toujours spécialisés (indice des prix de détail limité à une ville, indice des prix de gros, etc.) et sont donc loin de traduire fidèlement l'évolution de l'indice général. L'indice des prix pourra donc avoir ou ne pas avoir des variations dans le même sens que les variations de M. Que s'est-il donc passé ?Des prix ont monté alors que d'autres ont baissé ou sont restés stationnaires. Cette représentation géométrique montre donc que l'augmentation ou la diminution de la masse monétaire entraîne des redistributions de revenus : en quoi donc l'inflation est-elle condamnable? est-ce seulement à cause de la montée des prix? Non, car une variation homothétique de $\vec{P}$ respecterait la « justice sociale » (c'est-à-dire ne modifierait pas le statu quo): la transformation homothétique en France des anciens francs en nouveaux francs n'a provoqué aucun remous particulier. L'inflation est « condamnable » parce qu'elle modifie le statu quo et il en serait de même d'une déflation. Il est vrai que ce qui précède doit laisser penser qu'il est bien difficile de définir le mot inflation ou déflation.

Revenons à la question de la forme que doit revêtir l'équation de Fisher. L'emploi d'un vecteur est malaisé et l'on en vient à essayer de caractériser $\vec{V}$, $\vec{M}$, $\vec{P}$, $\vec{Q}$ par des scalaires. Or, une erreur fréquente consiste à écrire $\vec{X}\,\vec{Y} = X \cdot Y$ (ce qui est toujours licite) puis à croire, implicitement ou explicitement, *que X et Y sont des scalaires mathématiquement indépendants*, erreur qui se rencontre, non seulement lors de l'étude de l'équation de Fisher, mais encore à propos de tonnes-kilomètres, $R = PQ$, etc., etc. Or, il est très facile de démontrer qu'un produit scalaire ne peut se mettre sous la forme d'un produit de deux scalaires indépendants (mathématiquement) et caractérisant chacun l'un des deux vecteurs composant le produit scalaire. Ceci étant, reprenons donc les deux produits scalaires $\vec{M}\,\vec{V}$ et $\vec{P}\,\vec{Q}$ et essayons de les transformer en des scalaires susceptibles d'une interprétation. Nous avons évidemment :

$$O \leqslant \vec{M}\,\vec{V} \leqslant kM$$

(1) Nous n'insisterons pas sur les indices mesurant Q : ce sont des indices de production et non de commercialisation. Nous ne parlerons, pas faute de place, des difficultés que soulève la question des unités : il faut, une fois pour toutes, fixer lesdites unités et s'y tenir rigoureusement pour que la représentation géométrique ait un sens.

Il est naturel de caractériser un vecteur par sa longueur, c'est-à-dire, ici,

$$|\vec{M}| = \sqrt{1^2 + \ldots\ldots + 1^2} = \sqrt{M}, \qquad |\vec{V}| = \sqrt{v_1^2 + \ldots\ldots + v_M^2}$$

d'où, tous calculs faits, en désignant par v la moyenne des v_i et par Ov la dispersion de ces v_i, on a :

$$\sqrt{M}\,|\vec{V}|\,\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{Ov}{v}\right)^2}} = |\vec{P}|\,|\vec{Q}|\cos\theta$$

avec $\cos\theta = \cos(\vec{P}, \vec{Q})$

Cette formule compliquée laisse un terme difficile à interpréter : cos θ. De plus, elle fait appel aux éléments aléatoires caractérisant la distribution des v_i. Ce qui nous ramène au modèle de la vitesse moyenne qui nous donne une formule plus simple. Donc l'équation de Fisher n'est pas une identité comptable, dans la mesure où l'on désire une formule d'expression simple.

L'équation de Fisher présente un autre inconvénient auquel nous avons déjà fait allusion : la difficulté de mesurer V. En outre, il est plus difficile d'admettre que ce V soit une grandeur relativement constante, caractéristique de la structure économique de la collectivité étudiée (les transactions étant limitées au type PQ).

Pour clôre la question de l'interaction entre M et P, voyons quel est l'impact d'une variation dM de M sur une catégorie j d'opérations monétaires. Nous avons :

$$T = \sum_{i=1}^{K} T^i \qquad \text{K types de transactions}$$

avec n catégories sociales homogènes d'agents économiques. Posons :

$\frac{dT^i}{T^i} \Big/ \frac{dM}{M} = t^i$ *élasticité de T^i par rapport à M*

$\frac{dR_l^i}{R_l^i} \Big/ \frac{dT^i}{T^i} = r_l^i$ *élasticité du revenu de la catégorie sociale l provenant de T^i*

$\frac{dT_l^j}{T_l^j} \Big/ \frac{dR_l}{R_l} = d_l^j$ *élasticité des dépenses dans la catégorie j de transactions pour la catégorie sociale l.*

Nous avons évidemment :

$$dT^i = \frac{T^i}{M}\, t^i\, dM$$

et rien ne nous autorise à penser que t^i soit une constante; en effet en considérant les revenus et les dépenses des n catégories sociales et en tenant compte du fait que

$$dR_l = \sum_{i=1}^{K} dR_l^i$$

on trouve

$$dT^j = \sum_{l=1}^{n} dT_l^j = \frac{dM}{M} \sum_{l=1}^{n} T_l^j d_l^j \frac{1}{R_l} \sum_{i=1}^{K} t^i r_l^i R_l^i$$

ou, d'une manière plus condensée,

$$dT^j = a^j \frac{dM}{M} \text{ avec, évidemment, } t^j = \frac{a^j}{T^j}$$

Conclusion : cette formule compliquée montre que a^j ou t^j n'a aucune raison d'être constant. Continuons cependant cette analyse : supposons que T^j représente les transactions sur le bien p_j, q_j, nous avons :

$$dT^j = p_j\, dq_j + q_j\, dp_j$$

Posons $I_M = 1 + \frac{dM}{M}$ indice des disponibilités monétaires

$$I_{p_j} = 1 + \frac{dp_j}{p_j}$$

$$I_p = \Sigma\, \alpha^j\, I_{p_j} \qquad \Sigma\, \alpha^j = 1$$

Tous calculs faits, et après avoir supposé $dq_j = 0$ quel que soit j, on trouve :

$$\boxed{I_p = (I_M - 1) \sum_j \frac{\alpha^j\, a^j}{p_j\, q_j} + 1}$$

Cette formule démontre, si cela était nécessaire, que, même en admettant que a^j soit constant, hypothèse difficilement soutenable et que $dq_j = 0$ quel que soit j, autre hypothèse insoutenable, les variations des prix ne sont pas proportionnelles à celle de M ni même fonction constante de celle-ci *et ceci sans qu'il soit nécessaire de mettre en doute la validité ou l'efficacité de l'équation des échanges écrite sous la forme $MV = PQ$ qui, remarquons le, n'intervient pas dans ce raisonnement.*

3. — Tautologie et définition de la masse monétaire

Abandonnons provisoirement la question de la forme que doit revêtir l'équation de Fisher et voyons ce que nous pouvons dire de v : si nous admettons le modèle de la vitesse moyenne il n'est plus juste de dire que v est le fruit d'une tautologie. Qu'entend-on par tautologie, tout d'abord (1)? Soient trois grandeurs X, Y, Z ayant chacune une signification réelle et soient deux fonctions $f(X)$ et $g(Y, Z)$ de ces grandeurs; nous aurons une tautologie si après avoir défini une quatrième grandeur V par $V = g(Y, Z)/f(X)$, nous pensons ensuite que $V \cdot f(X) = g(Y, Z)$ représente une loi. Cette égalité ne deviendra une loi que si V est susceptible d'une interprétation réelle ou une grandeur douée de propriétés intrinsèques comme celle d'être constante par exemple. Or, V a ici une signification réelle précise et l'on peut envisager une certaine constance dans le temps sous certaines hypothèses (T_M pris dans une large acception ne se limitant pas à des transactions du type PQ). Mais nous rétorquera-t-on, V ne peut, en fait, être mesuré que par le rapport T_M/M ! Disons que jamais équation n'a été autant accusée de tautologie que celle de Fisher (tout cela parce que les prix ne varient

(1) En logique mathematique, une tautologie est une proposition A, expression de plusieurs autres propositions A_1, A_2, etc , vraie quelles que soient les valeurs logiques attribuees à ces dernières.

pas dans le sens voulu) : or, dans ce cas, quoi de plus tautologique que l'équation électrique $V \doteq RI$, où, tout compte fait, V est mesuré par un ampèremètre gradué en volts? L'impossibilité matérielle de « pister » chaque unité monétaire, la nécessité, faute de séries longues, d'estimer E (T) par T, nous impose l'estimation de E (v_i) par le rapport T/M. Cependant les possibilités théoriques demeurent : donc, nous pouvons soutenir que l'équation de Fisher n'est pas une tautologie.

Voyons maintenant ce qu'il faut entendre par transactions et par masse monétaire M.

La vie économique est caractérisée par des opérations sur des biens réels (ou opérations sur biens et services, pour utiliser la terminologie propre à la Comptabilité économique), ces opérations pouvant faire intervenir un agent (ex. : consommation, production, mise en stock, etc.) ou plusieurs (échanges commerciaux) et par des opérations sur des droits économiques (quel que soit le support de ces droits : papier, écriture, accord verbal, etc.) c'est-à-dire des droits sur les biens économiques existants. Ces dernières opérations, elles aussi, peuvent faire intervenir un agent (destruction de créance, changement d'affectation de l'encaisse possédée, etc.) ou plusieurs. Parmi ces droits économiques figure la monnaie au sens banal du terme.

Qu'est-ce donc la monnaie? Le troc est aisément accessible à l'intelligence ou plutôt satisfait notre sens de la justice : un bien tangible s'échange contre un autre bien tangible, les deux en se consommant donnent, en principe, satisfaction égale aux deux co-échangistes. Les difficultés commencent dès qu'un bien se « monétise » (c'est-à-dire est accepté en échange de n'importe quel autre bien) car ce bien devient pratiquement impropre à la consommation. Il y a là un paradoxe : le riche est celui qui consomme, certes, et peut-être plus que les autres, mais c'est surtout celui qui ne consomme pas tout ce qu'il pourrait consommer. C'est un grand progrès que d'utiliser comme monnaie quelques milliers de tonnes de métal ou de papier seulement au lieu de stériliser inutilement des biens plus « consommables ». (Que penser du cheptel bovin de Madagascar mal utilisé parce que considéré comme signe extérieur de richesse?). Le riche commande parce qu'il paie, c'est celui qui possède sans utiliser : un mauvais riche est un mauvais gestionnaire de la fortune collective et un épargnant oisif est un maître de maison dont, en fait, la domesticité dirige les affaires.

Nous pouvons assimiler toute monnaie aux crédits des comptes ouverts à la collectivité par une banque réelle ou fictive. Cette banque règle l'ouverture de nouveaux crédits selon une gestion qui se veut prudente ou bien selon son caprice s'il s'agit de la nature. Ces crédits ont, en principe, pouvoir libératoire sur toutes les opérations économiques.

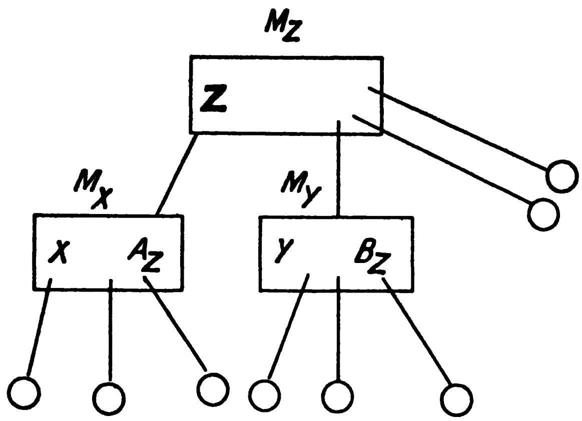
Plusieurs banques peuvent émettre des monnaies différentes et se pose alors le problème de la convertibilité de ces monnaies les unes dans les autres et si cette convertibilité est bien assurée nous avons affaires à de « bonnes » monnaies, cette convertibilité, notons le en passant, limitant l'émission monétaire comme le montre le petit exemple suivant : soit une banque X ayant émis M_X (somme de tous les crédits ouverts). Par ailleurs une banque Y émet une monnaie M_Y supérieure à M_X dans le sens suivant : le public n'accepte M_X que s'il est sûr de pouvoir à tout instant changer M_X contre M_Y; soient : s_y la sortie maximum prévue de monnaie A_Y possédée par X et e_y l'entrée minimum. (Ces entrées et sorties prévisionnelles dépendent naturellement de l'importance de M_X.) Posons :

$$\frac{s_y}{M_X} = O_y, \qquad \frac{e_y}{M_X} = \varepsilon_y$$

La prudence poussera X à émettre des crédits de montant égal à M_X tel que :

$$M_X (O_y - \varepsilon_y) < A_Y \quad \text{ou} \quad M_X < A_Y/(O_y - \varepsilon_y)$$

Mais laissons là cet exemple car le but de cette digression est autre : dans une société développée coexistent plusieurs banques XY... dont l'une, Z, la banque centrale, a une monnaie qui s'impose aux autres. Nous avons donc en général la hiérarchie suivante symbolisée par la figure 3.



Les cercles symbolisent les comptes ouverts

FIGURE 3

Soient :

A_Z monnaie Z possédée par X

B_Z monnaie Z possédée par Y

M_X monnaie totale émise par X

M_Y monnaie totale émise par Y

M_Z monnaie totale émise par Z

L'existence de M_Z permet aux correspondants de X d'entrer en contact avec ceux de Y puisque Z permet, grâce à sa bonne monnaie, de solder les clearings interbancaires. Quelle est la masse monétaire totale de la collectivité considérée?

$$M = M_X + M_Y + \dots\dots + M_Z$$

ou

$$M = M_X + M_Y + \dots\dots + M_Z - (A_Z + A_Y + \dots)?$$

Nous espérons que ce qui va suivre permettra au lecteur de répondre, entre autres, à cette question.

Il s'agit donc de définir ce que l'on entend par disponibilités monétaires. Nous commencerons par poser une première définition qui restera vague dans ses termes : **la monnaie est un moyen de paiement** (une manière de payer) **à pouvoir libératoire largement étendu.** Ainsi la monnaie fiduciaire ou divisionnaire nationale est bien de la monnaie. En ce qui concerne les comptes bancaires la réponse est moins évidente. En fait trois cas, plus ou moins extrêmes peuvent être envisagés : le public dépose dans une banque X des sommes *en une monnaie autre que celle de X* égales à m. La banque ouvre alors, dans ses livres, des comptes créditeurs au nom des déposants pour un montant $m_X = m$. On peut avoir les trois situations suivantes :

a) Le public ne peut utiliser m_X (pour effectuer des paiements) à moins de clôturer tout ou partie de son compte par reconversion de m_X en une monnaie autre que celle de X, alors que Z dispose librement de m (ou, du moins, d'une fraction de cette somme, dans le cadre d'une gestion prudente); exemples : dépôts à terme, dépôts dans les caisses d'épargne.

b) Le public peut disposer de m_Z, Z ne peut utiliser m. Comme exemple nous pourrions prendre une banque qui stockerait l'or, obtenu en contrepartie des crédits ouverts sur comptes de chèques. Z n'aurait en fait que la charge de faciliter la procédure matérielle des paiements sans aucun souci de spéculation monétaire.

c) Ni le public, ni Z ne peuvent disposer de m_Z et de m. Ce cas extrême (consignations) ne se rencontre évidemment pas souvent dans la pratique, mais on peut avoir le cas suivant : une caisse d'épargne s'interdit de toucher à une certaine fraction α de m et ne dispose que de $(1 - \alpha)\,m$. Les créations de monnaies pour ces trois cas sont les suivantes :

$$\Delta M'_a = 0 \quad \text{ou} \quad \Delta M''_a = +\,\alpha m$$
$$\Delta M'_b = m_Z + m \quad \text{ou} \quad \Delta M''_b = m_Z + \alpha m$$
$$\Delta M'_c = -\,m \quad \text{ou} \quad \Delta M''_c = -\,\alpha m$$

Ces quelques exemples nous conduisent donc à éliminer les dépôts à terme, dépôts dans les caisses d'épargne et, en général, tous les prêts ne donnant pas lieu à une contrepartie sous forme de compte-chèques. On peut évidemment objecter que certaines traites sont facilement escomptées et même réescomptées, que des reconnaissances de dette pouvant être mobilisées : ici intervient la définition que l'on veut bien donner au « pouvoir libératoire étendu ».

Signalons, en passant, une autre difficulté qui est aussi relative à l'acception accordée au sens de l'expression *pouvoir libératoire étendu :* il s'agit des moyens de paiements internationaux comme les devises et l'or qui sont ou ne sont pas acceptés dans les transactions nationales. L'exemple de l'or et des devises nous montre que l'équation de Fisher déjà limitée dans le temps doit aussi être limitée dans un cadre géographique bien précis, l'adjectif géographique étant non seulement pris dans le sens spatial mais encore dans un sens plus large auquel nous avons déjà fait allusion et que nous allons examiner plus avant avec la deuxième définition de la masse monétaire suivante : **ensemble des moyens de paiement nécessaires à la réalisation de certaines opérations économiques déterminées.** C'est une définition en quelque sorte axiomatique de la monnaie.

Ces deux définitions peuvent s'illustrer par la figure 4 :

— C est l'ensemble des opérations sur biens et services.

— B, sous-ensemble de C, $(B \subset C)$ est l'ensemble des opérations sur biens et services faisant l'objet d'un échange (ventes, trocs, dons).

— A est l'ensemble des opérations économiques réalisées à l'aide de M défini d'une certaine manière (une autre définition de M, englobant par exemple le M précédent, donne $A' \supset A$). Ces opérations peuvent ou non correspondre à un échange (1).

— $A \cap B$ (ensemble hachuré) est le domaine de l'équation $MV = PQ$.

— A^*, sous-ensemble de A, correspond à des paiements sur biens et services vendus ou effectués lors d'une époque différente de (t_0, t). Ce sous-ensemble prend naturellement de plus en plus d'importance au fur et à mesure que l'époque étudiée devient plus courte.

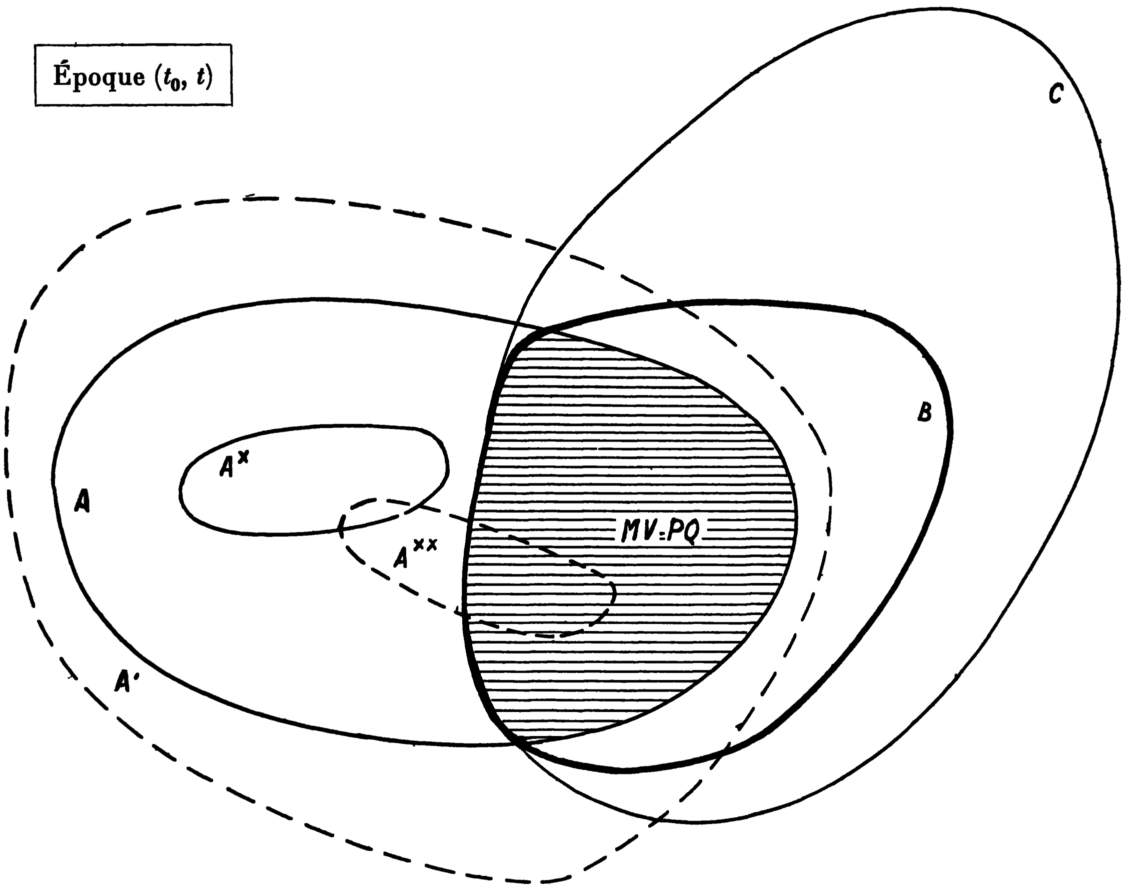
— A^{**}, sous-ensemble de A, est l'ensemble des opérations monétaires faisant l'objet d'un échange et dont la contrepartie monétaire est momentanément retirée de la circulation. Ainsi un débiteur règle son créancier par un chèque envoyé par la poste; ce débiteur débite aussitôt son compte sur sa souche de carnet de chèques, le créancier, lui, ne pourra utiliser cet argent que lorsque sa banque lui aura signifié le crédit à son compte, or cette opération peut facilement demander quelques jours. Cet ensemble A^{**} peut beaucoup compliquer les choses si l'on étudie une courte période : une journée par exemple, la masse monétaire se trouvant ainsi diminuée d'un certain nombre d'unités provisoirement sans propriétaire.

Quelle définition choisir? Choisir une définition revient à fixer l'ensemble A; si l'on adopte la première définition on doit donner le catalogue détaillé de ce que l'on entend par M

(1) Le montant de toutes les opérations de A est égal à kM, $(t - t_0 = h)$. Il faut cependant définir avec précaution la thésaurisation, car une somme thésaurisée l'est à chaque instant d'où difficulté pour définir la période élémentaire. Par définition donc on « datera » l'opération de thésaurisation en début de vacation si l'unité reste inactive tout au long de la vacation.

et il faudra constamment avoir à l'esprit que A, par exemple, ne recouvrira pas exactement B. Si l'on adopte la deuxième définition de M, M tel que A = B, on se heurte à la grande difficulté de mesurer M : on prend une partie de la masse fiduciaire (partie variable d'une époque à l'autre de surcroît), une partie de la masse des devises, etc., et, en plus, on doit envisager des monnaies insolites comme la monnaie-prêt. A l'utilisateur de choisir.

Nous espérons que tout ceci permet maintenant de répondre à la question posée en introduction : si l'on s'intéresse aux mouvements monétaires effectués par les clients des banques et aux opérations économico-financières des banques, il faudra soigneusement dis-



N. B. : Toutes les operations s'effectuent entre t_0 et t.

FIGURE 4

tinguer clearing et opérations économiques. Notons que le clearing ne pose aucun problème théorique mais présente des difficultés lorsque l'on veut saisir statistiquement l'activité économique à partir du clearing.

Pour terminer, disons un mot de la monnaie métallique : dans les siècles passés les opérations purement financières étaient peu développées et la monnaie, hormis les prêts, était presque essentiellement métallique. Donc, A recouvrait assez bien les transactions commerciales sur biens et services, d'où le bon comportement, du moins qualitativement, de l'équation de Fisher à ces époques : découverte de l'Amérique, ruée vers l'or en Californie, etc.

4. — Problème connexe : contrepartie de la monnaie

Quoique cela sorte un peu de nôtre sujet, signalons le problème de la contrepartie de la monnaie car il y fait, souvent et implicitement, usage de l'équation de Fisher. Dire que la monnaie en circulation a pour contrepartie les biens et services existants dans la collectivité revient à dire qu'en faisant convenablement circuler M on arriverait à « épuiser » cette masse réelle. Il est évident que cette conception conduit à des difficultés inextricables. En effet, nous l'avons vu, posséder de la monnaie signifie que l'on s'abstient de consommer : or tous sont à la fois consommateurs (propriétaires de biens réels) et créanciers (propriétaires de monnaie). Supposons cependant cette difficulté résolue, c'est-à-dire, supposons que la société se divise en deux groupes : les créanciers purs et les propriétaires purs. Si les créanciers exigeaient la contrepartie de M, qu'obtiendraient-ils des propriétaires de biens et services : une masse indéfinie de biens et services car si M a bien un pouvoir libératoire fixe, les prix, eux, sont variables; donc une infinité d'équations $M = \vec{P}_i \vec{Q}_i$ peut solutionner ce très improbable problème. Donc, la notion de contrepartie matérielle est trop floue pour pouvoir être retenue. La seule contrepartie bien définie est celle, classique, des créanciers sur l'État, l'Économie, l'Étranger : toute création de monnaie ΔM donnant automatiquement naissance à créance d'un montant égal sur l'agent économique bénéficiaire du nouveau crédit, c'est-à-dire obligation (qui peut être théorique car reportée *sine die*) de rembourser ultérieurement le même montant nominal ΔM à l'agent émetteur. L'agent émetteur se souciera de l'activité

Tableau II

Disponibilités monétaires dans le monde : pourcentage de la monnaie scripturale par rapport à la masse monétaire totale

En %

Pays	1951	1960	Pays	1951	1960
Allemagne fédérale	52	56	Iran	46 (*a*)	64 (*d*)
Afrique du Sud	80	75	Irlande	66	71
Argentine	43	41	Islande	51	62
Australie	80	76	Israël	62	66
Autriche	48 (*b*)	44	Italie	58	68
Belgique-Luxembourg	41	42	Japon	69 (*b*)	75
Birmanie	34	32	Jordanie	41	40
Bolivie	35	15	Liban	55 (*a*)	64
Brésil	69	76	Malaisie (Fédération de)	37	29
Canada	71	70	Mexique	50	54
Ceylan	62	50	Nicaragua	46	49
Chili	63	66	Norvège	55	52
Chine (Taiwan)	39	56	Nouvelle-Zélande	76	78
Colombie	54	59	Pakistan	33	32
Corée (République de)	26	36	Paraguay	41 (*a*)	40
Costa-Rica	52	55	Pays-Bas	56	55
Cuba	58	46	Pérou	55	51
Danemark	75	73	Philippines	44	50
Dominicaine (République)	56	56	Portugal	70	73
Équateur	46	51	R. A. U.-Égypte	49	48
Espagne	57	63	Royaume-Uni	74	63
États-Unis	79	79	Salvador	42	52
Éthiopie	17	25	Soudan	28	42
Finlande	60	55	Suède	52	48
France	49	58	Suisse	58	62
Ghana	23	35	Surinam	98	48
Grèce	36 (*b*)	32	Syrie	18	32
Guatemala	33	40	Thaïlande	28 (*a*)	40
Haïti	41	30	Turquie	20	29
Honduras	47	45	Uruguay	48	47
Inde	33	31	Venezuela	50	58
Indonésie	34	29	Viet-Nam	45 (*c*)	33
Irak	29	32	Yougoslavie	48 (*a*)	24

(*a*) 1952. (*b*) 1953. (*c*) 1955. (*d*) 1959.

du débiteur et de son potentiel productif et, s'il s'agit de l'État, il lui importera peu, au fond, d'être remboursé nominalement s'il n'y a pas création nouvelle de richesses matérielles dans l'Économie car sinon ce ne seraient que jeux d'écritures stériles.

Au terme de cette première étape de notre étude, nous voyons la portée et les limites de l'équation de Fisher : si l'on désire une égalité comptable, on doit manipuler une expression peu maniable, sinon on doit se contenter d'une égalité vraie en moyenne; si l'on désire étudier les prix, on se heurte à une définition de V peu propice à la mesure statistique, sinon on doit raisonner sur les opérations monétaires de toute nature et quelle que soit la solution adoptée, **l'interdépendance entre M et P est autre qu'une simple proportionnalité.** Enfin, le second membre de l'équation dépend de ce que l'on met dans le premier, à savoir de ce que l'on entend par M. Cependant, toutes ces réserves ne sont rien, à notre avis, en comparaison du principal reproche que l'on puisse faire à cette équation, à savoir **la critique de l'hypothèse de l'individualisation des unités monétaires.** Or, il est manifeste que si cette hypothèse est approximativement valable pour un stock monétaire constitué de pièces métalliques, encore assez valable pour la monnaie de papier, elle ne l'est absolument plus dans le cas de la monnaie scripturale, or cette dernière forme de monnaie est loin d'être négligeable par rapport à la masse des disponibilités monétaires comme le montre le tableau II.

5. — Schéma de la dépense moyenne

Voyons ce que devient le schéma de la vitesse moyenne lorsque l'on abandonne l'hypothèse de la discernabilité des M unités monétaires. Numérotons arbitrairement les francs de la masse monétaire de 1 à M : lorsqu'intervient un débit de 1 franc, celui-ci peut être réalisé par n'importe laquelle des M unités existantes (évidemment l'hypothèse de parfaite indiscernabilité est toute aussi impossible que l'hypothèse contraire, puisque l'avoir total M est réparti entre de multiples comptes dont certains peuvent ne pas fonctionner au cours de la période élémentaire et, d'autre part, certains comptes sont en relation entre eux, sans connexion avec les autres). Par conséquent, au cours de la période étudiée, la masse totale des transactions T peut être expliquée par $C_M^{m1}\, C_M^{m2} \ldots\ C_M^{mk}$ schémas différents *tous également valables*. Pour un T et un M convenables, la vitesse de chaque unité, ainsi artificiellement isolée, ne peut donc être écrite que sous la forme : $0 \leqslant v_i \leqslant k$. Définir un schéma explicatif moyen avec une vitesse moyenne $v_i = v = \dfrac{T}{M}$ n'apporte rien de nouveau au problème. **Par conséquent la vitesse monétaire n'a plus aucun sens** et, *a fortiori*, **l'équation** $\vec{M}\,\vec{V} = \vec{P}\,\vec{Q}$ **ne signifie plus rien.**

Essayons de tourner cette difficulté en définissant un nouveau schéma, bien plus général que le schéma de la vitesse moyenne, et *qui ne nécessite plus aucune hypothèse sur la discernabilité de l'unité monétaire*, schéma que nous pourrions appeler *schéma de la dépense moyenne.*

Considérons donc le modèle suivant : la période étudiée est encore divisée en k périodes élémentaires. Les débits d_i ($i = 1, 2, \ldots, k$) observés sont supposés suivre une loi de probabilité $f(\delta)$. La masse monétaire active est égale à M. Nous avons les inégalités et égalités évidentes suivantes :

$$0 \leqslant d_i \leqslant M$$

(c'est ici qu'intervient l'hypothèse de la durée élémentaire)

$$\sum_{=1}^{k} d_i = T$$

On en déduit que :

$$\sum_{i=1}^{k} \mathrm{E}(d_i) = \mathrm{E}(\mathrm{T}) \quad \text{ou} \quad k\mathrm{E}(\delta) = \mathrm{E}(\mathrm{T})$$

ce qui s'énonce très simplement : le montant moyen des transactions de la période étudiée est égal à k fois la dépense élémentaire moyenne. Or

$$\mathrm{E}(\delta) = \int_0^{\mathrm{M}} \delta f(\delta)\, d\delta = \mathrm{M} d_0 f(d_0) \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant d_0 \leqslant \mathrm{M}$$

en utilisant le résultat classique bien connu. D'où

$$\mathrm{M}\,[k\, d_0 f(d_0)] = \mathrm{E}(\mathrm{T}) \tag{5}$$

Posons :

$$\mathrm{R} = k\, d_0 f(d_0) \tag{6}$$

Alors :

$$\boxed{\mathrm{MR} = \mathrm{E}(\mathrm{T})} \tag{7}$$

L'on pourrait objecter que c'est là de nouveau l'équation de Fisher. Il n'en est rien car dans cette égalité *en moyenne*, R n'est plus une vitesse (1) : c'est un nombre pur (une probabilité multipliée par k). On peut l'appeler coefficient de rotation puisque l'on a ainsi l'habitude de désigner et d'étudier les rapports du genre chiffre d'affaires/stock en valeur. De plus, et surtout, l'équation (7) n'a un petit air familier que parce que l'on a utilisé le théorème de la moyenne. L'utilisation de la formule de Taylor nous donne une équation plus insolite; en effet posons :

$$\mathrm{F}(d) = \int_0^{d} \delta f(\delta)\, d\delta$$

nous avons :

$$\frac{\mathrm{E}(\mathrm{T})}{k} = \mathrm{F}(\mathrm{O}) + \frac{(\mathrm{M}-\mathrm{O})^1}{1!}\mathrm{F}'(\mathrm{O}) + \frac{(\mathrm{M}-\mathrm{O})^2}{2!}\mathrm{F}''(\mathrm{O}) + \frac{(\mathrm{M}-\mathrm{O})^3}{3!}\mathrm{F}'''(\mathrm{O}) + \ldots\ldots + \frac{(\mathrm{M}-\mathrm{O})^n}{n!}\mathrm{F}^{(n)}_{(\mathrm{O})} + \ldots\ldots$$

ou, puisque $\mathrm{F}(\mathrm{O}) = 0$ et $f(\mathrm{O}) = 0$ (cette dernière égalité pouvant ne pas être toujours vraie) $\mathrm{F}'(\mathrm{O}) = 0$, $\mathrm{F}''(\mathrm{O}) = f(\mathrm{O})$, $\mathrm{F}'''(\mathrm{O}) = 2f'(\mathrm{O})$, ..., $\mathrm{F}^{(n)}_{(\mathrm{O})} = (n-1)\, f^{(n-1)}_{(\mathrm{O})}$, d'où :

$$k\left[\frac{\mathrm{M}^2}{2!}f(\mathrm{O}) + \frac{\mathrm{M}^3}{3!}2f'(\mathrm{O}) + \ldots\ldots + \frac{\mathrm{M}^n}{n!}(n-1)\, f^{(n-1)}_{(\mathrm{O})} + \ldots\ldots\right] = \mathrm{E}(\mathrm{T})$$

On pourrait évidemment limiter ce développement en série. Donc la formule (7) ne vient pas du tout de l'idée banale de diviser une quantité par une autre, mais d'une méthode mathématique dont le résultat *a priori* était inconnu. Ce n'est donc qu'une heureuse coïncidence (propre à toutes les expressions $y = k\bar{x}$) que le théorème de la moyenne nous ait redonné une formule proche parente d'une formule bien connue. Avant de continuer, ouvrons une petite parenthèse : Quelle erreur commet-on quand pour une variation dM de M on pose :

$$d\mathrm{T}' = \mathrm{R}\, d\mathrm{M}\ ?$$

Nous avons

$$k\int_0^{\mathrm{M}} t f(t)\, dt = \mathrm{T}$$

(1) Nombre d'événements par unité de temps.

d'où
$$kM\, f(M)\, dM = dT$$

et
$$\Delta = dT' - dT = k\, [d_0 f(d_0) - M f(M)]\, dM$$

Ceci suppose que $f(\delta)$ soit constante dans le sens suivant : les variations d'ordonnées (dans les parties utiles, c'est-à-dire dans le voisinage où se trouve d_0) sont négligeables devant dM. La différence Δ tend vers zéro quand d_0 est voisin de M. Le défaut majeur de l'équation MR = T est donc son incapacité à mesurer les variations de T en fonction de celles de M. Fermons cette parenthèse et continuons cette étude.

L'équation (6) semble contredire l'équation (4) en ce qui concerne l'hypothèse de la constance de R dans le temps, liée à l'inertie des structures économiques et il est indéniable que R varie lentement dans le temps et les statistiques corroborent cette constatation, du moins en ce qui concerne la rotation scripturale. Nous verrons plus loin ce que l'on peut supposer à propos de la rotation globale.

Nous avons rassemblé, au hasard de la documentation disponible, quelques statistiques concernant R. Dans quelques pays comme les États-Unis, la France, le Mexique, Israel, R est calculé par les services statistiques ou bancaires (à l'aide de formules qui ne nous sont pas toujours connues) : pour ces pays, nous citons la source. Pour les autres, nous avons calculé R par la formule débits par avoirs en fin de mois à partir des données recueillies dans les diverses publications statistiques nationales. Pour ces derniers tableaux, nous donnerons, en plus de R, les avoirs et les débits.

Le tableau I pourrait évidemment être mis ici et non au début de cet article comme nous l'avons fait.

Tableau III

Rétrospective des rotations annuelles des chèques postaux français

Source : P.T.T. *Avoirs et débits en millions d'anciens francs*

Année	Moyenne journalière des avoirs	Montant des virements débits	Rotation annuelle
1918	187	502	2,6 (*a*)
1920	498	15 551	31,2
1924	1 251	37 971	30,3
1927	3 496	116 194	33,2
1929	4 215	144 666	34,3 (*b*)
1930	4 726	158 107	33,4
1935	4 392	161 000	36,6
1938	6 468	275 264	42,5 (*c*)
1939	8 187	294 154	35,9
1940	14 066	297 050	21,1
1941	20 046	442 541	22,0
1942	25 652	579 200	22,5
1943	32 307	704 973	21,8
1944	40 217	692 778	17,2
1945	63 179	1 157 460	18,3 (*d*)
1946	96 184	2 168 720	22,5
1947	133 379	3 318 144	24,8
1948	202 424	6 211 738	30,6
1949	267 288	8 356 984	31,2 (*e*)
1950	330 054	10 205 639	30,9
1951	396 202	13 259 427	33,4
1952	501 679	16 863 040	33,6
1953	568 277	17 642 270	31,0 (*f*)
1954	637 051	20 173 333	31,7 (*g*)
1955	718 540	22 871 848	31,8
1956	853 037	26 131 917	30,6
1957	980 452	30 269 052	30,9
1958	1 095 653	34 253 690	31,3
1959	1 245 595	37 451 655	30,1
1960	1 426 860	40 742 090	28,6
1961	1 678 650	46 979 520	28,0
1962	2 011 150	54 358 750	27,0

(*a*) Création du service. (*b*) Début de la grande crise. (*c*) et (*d*) Début et fin de la seconde guerre mondiale. (*e*) et (*f*) Début et fin du conflit coréen. (*g*) Fin de la guerre d'Indochine, debut de la guerre d'Algérie.

La formule utilisée ici par les P. T. T. est la même que la nôtre. Nous ne savons pas si la colonne débits comprend ou non les opérations en numéraire (*cf.* tableau IX). Probablement non.

Une serie calculée de longue date par les P. T. T. donne les rotations mensuelles (Bulletin mensuel de Statistique — I. N. S. E. E. — Paris); la formule utilisée est moyenne des débits et des crédits divisée par l'avoir moyen : cette formule ne coïncide avec la nôtre que si les entrées egalent les sorties d'argent.

Tableau IV

Pays-Bas : Chèques postaux de 1954 à 1960; avoirs, débits et rotations annuelles

Sommes en millions de Gld

Année	Avoirs en fin d'année	Débits	Rotation annuelle
1954	1 246	57 650	46,3
1955	1 375	63 959	46,5
1956	1 452	71 843	49,5
1957	1 384	79 039	57,1
1958	1 542	76 835	49,8
1959	1 604	83 389	52,0
1960	1 823	91 743	50,3

Tableau V

Rotations annuelle et mensuelle de la monnaie scripturale des comptes de chèques postaux de l'ancien Deutsches Reich et de l'Allemagne Fédérale en 1938 et de 1951 à 1954

Avoirs et débits en milliards de RM ou DM

	1938	1951	1952	1953	1954
Avoirs au 31 décembre	1 294	999,3	1 070,7	1 136,6	1 203,6
Débits annuels	103 883,5	100 307,2	113 403,3	125 848,8	135 326,2
Rotation annuelle	80,3	100,4	105,9	110,7	112,4
Rotation moyenne mensuelle . .	6,7	8,4	8,8	9,2	9,4

Tableau VI

États-Unis d'Amérique : rotation annuelle de la monnaie scripturale dans les banques américaines de 1945 à 1963

Source : Annual Abstract of the United States.

Annee	Ensemble (334 villes)	Grands centres		(337 villes)
		New-York	Six autres grandes villes	
1945 (*a*).	14,7	24,1	17,5	13,5
1950 (*b*).	18,7	31,1	22,6	17,2
1955	22,3	42,7	27,3	20,4
1956	23,7	45,8	28,8	21,8
1957	25,1	49,5	30,4	23,0
1958	24,9	53,6	30,0	22,9
1959	26,7	56,4	32,5	24,5
1960	28,2	60,0	34,8	25,7
1961	29,0	70,0	36,9	26,2
1962	31,3	77,8	41,2	27,7
Mars 1962. . . .	31,7	80,5	43,2	27,7
Mars 1963. . . .	45,6	88,4	28,3	32,7

(*a*) Fin des operations contre le Japon. (*b*) Guerre de Coree de 1950 à 1953.

Tableau VII

Système bancaire mexicain : rotation mensuelle de la monnaie scripturale de 1959 à 1963

Source : Revista de Estadistica.

Année ou mois	Rotation mensuelle	Année ou mois	Rotation mensuelle
1959	3,40	1962 Novembre	3,61
1960	3,82	Décembre	3,66
1961	3,46	1963 Janvier	3,74
1962 Mars	3,57	Février	3,26
Avril	3,03	Mars	3,54
Mai	3,55	Avril	3,39
Juin	3,38	Mai	3,89
Juillet.	3,69	Juin	3,60
Août	3,73	Juillet.	3,99
Septembre	3,57	Août.	3,79
Octobre	3,75	Septembre	3,44

TABLEAU VIII

Israël : rotations annuelles de 1950 à 1963

Année ou mois	Rotation annuelle	Année ou mois	Rotation annuelle
1950	7,8 (*a*)	1962 Décembre	18,5
1951	9,8	1963 Janvier	18,8
1952	13,9	Février	18,8
1953	15,9	Mars	20,1
1954	18,9	Avril	19,9
1955	19,6 (*b*)	Mai	17,6
1956	18,8	Juin	18,3
1957	18,8	Juillet	18,9
1958	17,8	Août	18,9
1959	17,7	Septembre	19,9
1960	16,3	Octobre	18,1
1961	16,2	Novembre	19,2
1962	17,9		

(*a*) Création de l'État d'Israël en mai 1948. Armistice avec la Ligue arabe en 1949.
(*b*) Campagne du Sinaï. La formule utilisée ne nous est pas exactement connue.

TABLEAU IX

Activité des chèques postaux de quelques pays en 1961

Sommes en millions de NF

Pays	Avoirs (1)	Débits	Rotation mensuelle
Allemagne federale	4 197	352 768 (2)	84
Autriche	974	72 018	74
Belgique	4 218	187 953	45
Danemark	606	57 428	95
Finlande	484	52 376	108
France	18 161	546 983 (3)	30
Italie	3 391	55 446	16
Japon	2 119	9 399	4
Luxembourg	109	3 147	29
Norvège	857	33 530	39
Pays-Bas	2 841	121 701 (2)	43
Suède	2 733	208 907	76
Suisse	3031	127 684	42

(1) Au 31 Décembre.
(2) Il n'est pas certain que les séries statistiques des tableaux IV et V soient les mêmes que celles de ce tableau.
(3) Voir les remarques faites à propos du tableau III.

TABLEAU X

Chèques postaux algériens de 1956 à 1960 et en 1963 et 1964

Sommes en millions d'anciens francs jusqu'en 1960, millions de NF en 1963 et 1964

Année ou mois	Avoirs	Debits	Rotation annuelle (mensuelle en 1963 et 1964)
1956	82 388,6	1 480 630	18,0
1957	95 402,9	1 814 547	19,0
1958	126 306,7	2 187 930	17,3
1959	154 693,7	2 660 584	17,2
1960 (a)	197 426,8	2 965 854	15,0
1963 Janvier			
Février	1 173,4	1 650,4	1,4
Mars	1 112,2	1 094,2	1,0
Avril	1 077,0	967,9	0,9
Mai	1 042,5	944,8	0,9
Juin	1 094,0	884,3	0,8
Juillet	1 105,3	1 000,8	0,9
Août	1 137,4	951,4	0,8
Septembre	.		
Octobre	1 143,1	1 056,3	0,9
Novembre	1 267,9	1 097,8	0,9
Décembre	1 310,9	1 195,7	0,9
Année	1 310,9	13 123,2	10,0
1964 Janvier	1 395,5	1 316,4	0,9

(a) Naissance de la République algerienne.

TABLEAU XI

Chèques postaux tunisiens : rotation mensuelle de 1962 à 1964

Année	Rotation mensuelle (1)	Rotation mensuelle (2)
1962 Moyenne mensuelle	1,29	1,16
Août	0,90	0,90
Septembre	1,11	1,10
Octobre	1,14	1,20
Novembre	1,17	1,21
Décembre	1,38	1,37
1963 Moyenne mensuelle	1,24	1,24
Janvier	1,68	0,98
Févier	1,61	1,46
Mars	1,61	0,96
Avril	1,10	0,98
Mai	1,14	1,12
Juin	1,10	0,92
Juillet	0,92	0,94
Août	1,10	1,10
Septembre	1,10	1,16
Octobre	1,13	1,03
Novembre	1,00	0,90
Décembre	1,00	0,85
1964 Janvier	0,90	0,90

(1) Rotation calculée par les services tunisiens selon une formule qui ne nous est pas connue.
(2) Rotation calculee par nous suivant la formule « débits » sur « avoirs ».

TABLEAU XII

Rotation annuelle des comptes de chèques postaux de l'ancienne A. O. F. et du Togo de 1953 à 1957

Avoirs et débits en millions de F CFA

Année	Avoir au 31 décembre	Débits totaux	Rotation annuelle
1953	4 252	104 102	24,5
1954	4 686	124 950	26,7
1955	4 862	134 269	27,6
1956	5 374	139 528	26,0
1957	5 394	142 709	26,5

TABLEAU XIII

Chèques postaux du Sénégal : Avoirs, débits, rotation mensuelle de 1959 à 1961

Sommes en millions de CFA

Année ou mois	Avoirs	Débits	Rotation mensuelle
1959 Moyenne mensuelle	4 533	7 908	1,74
Mars	4 526	7 148	1,58
Avril	4 256	7 463	1,75
Mai	4 175	7 240	1,73
Juin	4 630	8 071	1,74
Juillet	4 351	6 672	1,53
Août			—
Septembre	4 108	8 251	2,01
Octobre	3 758	5 549	1,48
Novembre	3 841	7 422	1,93
Decembre	3 866	6 832	1,77
1960 Moyenne mensuelle	3 996	7 957	1,99
Janvier	3 824	6 187	1,62
Février	4 557	9 086	1,99
Mars	4 558	8 825	1,94
Avril	4 323	7 281	1,68
Mai	3 963	9 054	2,28
Juin	3 595	9 347	2,60
Juillet	3 741	7 481	2,00
Août	3 657	7 680	2,10
Septembre	3 926	8 179	2,08
Octobre	3 788	6 758	1,78
Novembre	4 083	7 935	1,94
Décembre	3 946	7 674	1,94
1961 Moyenne mensuelle	3 946	7 958	2,02
Janvier	3 858	9 259	2,40
Février	3 834	10 568	2,76
Mars	4 120	9 627	2,34
Avril	4 735	9 005	1,90
Mai	4 302	8 157	1,90
Juin	4 223	9 709	2,30
Juillet		—	—
Août	4 500	9 957	2,21
Septembre			
Octobre	4 168	8 471	2,03
Novembre		--	-
Décembre	4 060	6 773	1,67

Tableau XIV

Chèques postaux mauritaniens : rotations mensuelles en 1962 et 1963

Sommes en millions de CFA

Mois	Avoirs totaux	Débits totaux	Rotation totale	Rotations			
				Comptables publics	Banques (1)	Entreprises particulières	Entreprises publiques
1962 Janvier	391 700	272 743	0,7	0,7		0,5	0,1
Février	443 314	627 742	1,4	1,1	64,5 (1)	0,6	0,1
Mars	503 565	509 547	1,0	0,6	32,9 (1)	3,6	0,2
Avril	623 038	269 584	0,4	0,3	5,7	1,6	0,1
Mai	546 535	613 907	1,1	0,9	23,2	1,1	
Juin	580 728	589 705	1,0	0,6	57,7	1,6	0,1
Juillet	466 384	795 082	1,7	1,8	13,9	0,9	0,1
Août	426 116	595 628	1,4	0,9	118,7 (1)	2,3	0,2
Septembre	394 509	486 029	1,2	1,1	31,6	0,6	0,4
Octobre	667 224	1 059 751	1,6	1,1	36,8 (1)	1,2	0,4
Novembre	929 866	772 206	0,8	0,5	16,4	0,8	0,3
Décembre	724 313	706 291	0,9	0,8	17,0	1,1	0,6
1963 Janvier	651 851	723 155	1,1	0,9	10,6	0,9	0,3
Février	475 580	875 195	1,8	1,6	6,1	0,9	0,7
Mars	606 974	1 240 106	2,0	1,4	60,8 (1)	1,1	0,5
Avril	565 262	523 801	0,9	0,5	13,9	1,1	0,2
Mai	551 296	664 698	1,2	1,0	9,5	1,2	0,3
Juin	501 410	586 849	1,2	1,1	9,6	0,8	0,2

(1) Ces chiffres indiquent une très forte rotation, mais il ne faut pas y attacher aucune valeur précise, car les hypothèses à la base du schéma de la dépense moyenne ne sont certainement plus respectées. Voir a ce sujet « remarque importante sur le calcul de R » (à la suite du tableau XX). Ce tableau présente un intérêt particulier car il donne des indications sur les comportements financiers de certains agents économiques. Les banques puisque c'est là leur objet, fait tourner leurs stocks monétaires au maximum. On constate un comportement plus négligent chez les autres agents. Ces statistiques sont très intéressantes car, si certains pays donnent la répartition des avoirs suivant les agents, il est rare de trouver des ventilations des des mouvements de ces comptes. La place nous manque pour donner les statistiques sur les avoirs. Donnons cependant ces statistiques pour Madagascar (Comptes de Chèques postaux) au 29 décembre 1962 :

Comptables publiques	**1 745 millions de FMG**
Banques	**219 millions de FMG**
Particuliers	**1 641 millions de FMG**
Sociétés d'État	**334 millions de FMG**
	3 939 millions de FMG

Tableau XV

Chèques postaux de Côte-d'Ivoire : Avoirs en fin d'année, débits annuels et rotation annuelle de 1951 à 1958

Avoirs et débits en millions de F CFA

Année	Avoirs	Débits annuels	Rotation annuelle
1951	439	15 879	36,2
1952	530	23 591	44,5
1953	584	21 976	37,6
1954	741	26 949	36,4
1955	772	29 141	37,7
1956	670	26 211	39,1
1957	788	21 254	27,0
1958	1 063	25 643	24,1

Tableau XVI

Chèques postaux de Côte-d'Ivoire :
Avoirs, débits mensuels moyens et rotation mensuelle moyenne de 1952 à 1958

Avoirs et débits en millions de F CFA

Année ou mois	Avoirs	Débits totaux	Rotation mensuelle
1952 *Moyenne*	*530,2*	*1 965,9*	*3,7*
1953 *Moyenne*	*583,9*	*1 831,3*	*3,1*
1954 *Moyenne*	*741,3*	*2 245,8*	*3,0*
1955 Janvier	1 076,5	1 797,5	1,7
Février	844,5	2 211,1	2,6
Mars	1 230,2	2 291,0	1,9
Avril	990,9	3 168,1	3,2
Mai	1 322,8	2 889,2	2,2
Juin	951,6	2 854,7	3,0
Juillet	1 109,3	2 778,1	2,5
Août	889,0	2 684,2	3,0
Septembre	1 057,2	2 094,8	2,0
Octobre	726,4	3 137,6	4,3
Novembre	927,8	1 588,9	1,7
Décembre	771,8	1 645,7	2,1
Moyenne	*991,5*	*2 428,4*	*2,4*
1956 Janvier	1 685,5	2 318,4	1,4
Février	969,7	1 497,7	1,5
Mars	901,3	2 428,2	2,7
Avril	797,5	3 605,8	4,5
Mai	1 003,7	2 225,2	2,2
Juin	978,4	2,670,3	2,7
Juillet	1 056,1	3,022,1	2,9
Août	854,1	2 230,7	2,6
Septembre	746,6	1 842,9	2,5
Octobre	1 026,8	1 452,4	1,4
Novembre	694,3	1 725,3	2,5
Décembre	669,6	1 184,3	1,8
Moyenne	*948,6*	*2 184,3*	*2,3*
1957 Janvier	872,3	1 746,9	2,0
Février	1 042,6	1 413,6	1,4
Mars	1 190,4	2 189,5	1,8
Avril	1 165,2	2 540,9	2,2
Mai	1 058,6	2 248,7	2,1
Juin	737,0	2 089,1	2,8
Juillet	838,5	1 865,9	2,2
Août	823,1	1 760,2	2,1
Septembre	740,6	1 314,4	1,8
Octobre	746,8	1 442,5	1,9
Novembre	668,6	1 415,2	2,1
Décembre	787,9	1 226,9	1,6
Moyenne	*889,3*	*1 779,4*	*2,0*
1958 Janvier	835,7	1 834,9	2,2
Février	956,3	2 299,7	2,4
Mars	1 176,2	2 446,1	2,1
Avril	1 086,6	2 562,8	2,4
Mai	917,4	2 366,5	2,6
Juin	1 016,6	2 022,3	2,0
Juillet	1 309,0	2 170,2	1,7
Août	1 006,4	2 315,3	2,3
Septembre	899,7	2 134,5	2,4
Octobre	808,1	1 868,5	2,3
Novembre	974,1	1 494,1	1,5
Décembre	1 063,5	2 127,9	2,0
Moyenne	*1 004,1*	*2 136,9*	*2,1*

Année ou mois	Avoirs	Débits totaux	Rotation mensuelle
1959 Janvier	1 403,1	3 223,7	2,3
Février	1 723,7	2 804,7	1,6
Mars	2 036,4	3 167,8	1,6
Avril	2 345,6	3 183,1	1,4
Mai	2 669,5	2 812,1	1,1
Juin	2 939,9	3 050,7	1,0
Juillet	3 249,0	2 957,5	0,9
Août	1 488,7	5 046,5	3,4
Septembre	1 742,7	2 525,6	1,4
Octobre	1 999,0	2 598,8	1,3
Novembre	2 180,3	3 323,2	1,5
Decembre	2 333,0	3 443,6	1,5
1960 Janvier	2 253,9	3 764,7	1,7
Février	2 523,1	2 980,7	1,2
Mars	3 222,2	3 720,0	1,2
Avril	3 718,4	3 190,4	0,9
Mai	4 145,9	3 394,6	0,8
Juin	3 443,7	4 438,6	1,3
Juillet	2 816,0	4 261,5	1,5
Août	2 460,1	3 987,9	1,6
Septembre	2 122,5	6 325,5	3,0
Octobre	1 983,0	3 190,2	1,6
Novembre	2 115,0	3 333,9	1,6
Décembre	1 635,0	5 438,7	3,3
1961 Janvier	2 263,2	3 776,5	1,7
Février	1 804,0	4 944,8	2,7
Mars	1 940,8	4 364,0	2,2
Avril	1 788	4 284,7	2,4
Mai	2 103	3 726,6	1,8
Juin	3 444	4 214,4	1,2
Juillet	2 099	4 170,9	2,0
Août	2 003	3 812,9	1,9
Septembre	1 808	4 151,8	2,3
Octobre	1 597	3 740,9	2,3
Novembre	2 035	3 352,5	1,6
Décembre	1 766	4 419,1	2,5
1962 Janvier	2 134,5	3 543,7	1,7
Février	1 849,8	4 285,4	2,3
Mars	2 197,0	4 382,1	2,0
Avril	2 432,9	3 861,6	1,6
Mai	2 249,6	3 918,8	1,7
Juin	2 135,3	4 375,5	2,0
Juillet	1 864,5	4 296,7	2,3
Août	3 917,4	4 164,7	1,1
Septembre	3 560,1	3 433,7	1,0
Octobre	1 840,1	4 691,7	2,5
Novembre	2 041,7	4 353,8	2,1
Décembre	1 779,2	4 016,7	2,3
1963 Janvier	2 558,5	4 800,6	1,9
Février	3 050,8	3 975,8	1,3
Mars	3 392,7	5 634,4	1,7
Avril	3 716,5	4 386,2	1,2
Mai	4 006,2	4 724,4	1,2
Juin	4 006,2	4 811,0	1,2
Juillet	4 530,8	5 090,5	1,1
Août	4 815,1	4 686,7	1,0
Septembre	4 987,8	5 272,9	1,1
Octobre	5 231,6	12 393,5	2,4
Novembre	5 569,9	4 172,2	0,7
Décembre			

Tableau XVII

Chèques postaux de quelques pays de l'ancienne A. E. F.

Sommes en millions de F CFA

Pays	Période	Avoirs	Débits	Rotation
A. E. F.	1957	497	4 078	8,2 (1) (2)
Cameroun	1957	269	15 182	56,4 (2)
Congo (Brazza)				
(*a*).	Janvier 1961	648	7 916	12,2 (3)
(*b*).	Janvier 1962	1 731	11 276	6,5 (3)

(*a*) Centre de Brazzaville. (*b*) Centre de Brazzaville — Bangui — Libreville — Fort-Lamy.
(1) Rotation annuelle qui paraît faible. Les avoirs et débits sont tirés de « Outre-mer 1958 » publication de l'I. N. S. E. E., Paris.
(2) Rotation annuelle
(3) Rotation mensuelle. Ceci donne une très forte rotation annuelle. On constate d'importants virements-débits sur l'extérieur. Le tableau XVIII précise ces données.

Tableau XVIII

Congo (Brazzaville) :
Chèques postaux en 1961 et de janvier à septembre 1962

Sommes en millions de F CFA

Année ou mois	Avoirs	Debits totaux	Rotation mensuelle
1961 Moyenne mensuelle.	874,0 (1)	7 198,6	8,2
1962 Janvier	711,0	7 173,9	10,1
Février	609,6	7 393,0	12,1
Mars	721,6	7 845,8	10,9
Avril	788,1	6 040,2	7,7
Mai	696,2	6 057,0	8,7
Juin	817,7	6 294,2	7,7
Juillet	846,1	5 688,0	6,7
Août	807,7	4 953,9	6,1
Septembre . . .	788,6	6 129,8	7,8

(1) Décembre 1961.

Tableau XIX

Chèques postaux du Ruanda :
Rotations mensuelles en 1963

Sommes en francs ruandais

Mois	Avoirs	Débits	Rotation mensuelle
Janvier	37 440 301	19 003 989	0,51
Février	42 751 156	23 679 276	0,55
Mars	30 009 209	36 705 025	1,22
Avril	35 090 187	33 466 417	0,95
Mai	28 462 887	30 668 206	1,08
Juin	27 268 216	32 047 492	1,18
Juillet.	22 255 556	25 357 843	1,14
Août	23 585 203	16 449 108	0,70
Septembre	34 251 452	28 261 790	0,83
Octobre	24 488 884	38 789 501	1,58
Novembre	32 288 306	20 557 260	0,64
Décembre	42 272 424	38 819 270	0,92

Nous constatons que dans l'ensemble, les rotations mensuelles avoisinent 1 à 2. La rémunération des avoirs fait aussitôt baisser cette rotation comme le montre le tableau XX.

Tableau XX

Rotation mensuelle dans un organisme financier rémunérant les avoirs des déposants

Mois	Debits	Avoirs	Rotation mensuelle
1963 Avril	—	320 031	—
Mai	190 220	605 423	0,3
Juin	784 191	2 022 576	0,4
Juillet . . .	1 103 580	2 932 029	0,4
Août	2 277 974	3 138 361	0,7
Septembre . . .	1 920 525	4 210 332	0,5
Octobre . . .	3 471 421	4 722 130	0,7
Novembre. . .	3 937 841	5 620 847	0,7
Décembre	4 886 097	5 607 767	0,9
1964 Janvier	5 007 186	5 792 115	0,9
Fevrier	5 372 150	7 349 811	0,7
Mars	6 541 715	8 780 845	0,7
Avril	7 339 378	10 676 973	0,7
Mai	9 348 160	11 023 667	0,8
Total (Rotation 14 mois)			8,4

Ce service a commence a fonctionner en avril 1963. Le taux de rémunération est très interessant pour la clientèle dont les revenus mensuels sont assez importants. Il est intéressant d'en déduire l'épargne moyenne globale de cette clientèle qui se trouve placée sur ces comptes. La formule (4) donne $x = 53\ \%$.

Pour en terminer avec ce tableau remarquons le fait suivant : un service qui commence à fonctionner a tout d'abord une faible rotation, ce qui est normal puisque les premières opérations sont surtout des crédits approvisionnant les nouveaux comptes ouverts. Puis la rotation croît et semblerait (Nous n'avons pas assez de séries pour être catégorique) diminuer par la suite (*cf.* France, Israël).

Remarque importante sur le calcul de R. — Le calcul de R suppose :

1 — M constant ce qui n'est évidemment pas le cas dans la pratique mais on peut admettre des fluctuations assez faibles.

2 — L'unité élémentaire adoptée est la journée (sauf contre-indication comme nous allons le voir).

3 — Les agents observent la règle fondamentale suivante : on ne dépense, au maximum, que la totalité de l'avoir possédé en début de période élémentaire *sans anticiper les revenus de cette période élémentaire.*

La non-observation de ces trois hypothèses risque de créer des confusions graves. Précisons ceci sur un exemple : une banque travaille avec des vacations d'une demi-journée (i. e. deux vacations par jour) :

Heure	Avoir	Débit à/c de 8 h	Crédit à/c de 8 h
8 h	100	—	—
12 h	1 100	—	1 000

Les clients peuvent avoir à 12 h leur situation de midi (par téléphone par exemple)

18 h	100	1 000	—

Ce système ne peut raisonnablement fonctionner qu'avec un petit nombre de comptes, donc avec des clients importants ou bien dans le cas d'une banque « de famille ».

Supposons que l'on oublie ou ignore que la période élémentaire est égale à une demi-journée, on trouve alors :

$$f = \frac{1\,000}{100} = 10$$

$$\text{R (annuelle; journée)} = 3\,650 > 365$$

Ceci est évident et le calcul le plus correct (1) donne) :

$$f = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{100} + \frac{1\,000}{1\,100}\right) = 0{,}45$$

$$\text{R (annuelle; demi-journée)} = 329 < 730$$

Un risque d'erreur plus subtil se rencontre lorsque l'on n'observe pas la troisième hypothèse, i. e. quand les agents peuvent anticiper leurs revenus de la journée. Ainsi à l'Institut d'Émission malgache on tient deux situations (2) : le jour de *position* et le jour de *valeur :* un chèque de x F est tiré le 10 juin par exemple et parvient le 12 juin à l'Institut. La banque sur laquelle le chèque est tiré est débitée de x F le 12 juin (jour de position) et de x F le 10 juin (jour de valeur). Si cette banque a un découvert sur sa situation de valeur (et dans ce cas seulement) elle doit payer des intérêts à l'institut. Comme les banques n'ont pas, grâce à ce système, à s'inquiéter des délais de transmission, elles peuvent s'arranger pour avoir une situation de valeur créditrice. Tel n'est pas le cas du vulgum pecus des CCP par exemple : en France du moins, le travail se déroule comme suit : on réceptionne le courrier matinal et la première demi-vacation est consacrée aux débits, la deuxième étant réservée aux crédits; par conséquent si, avec un solde initial insignifiant, on présente un chèque de 1 000 F de débit et un chèque créditeur de 1 500 F, on sera considéré comme ayant tiré à découvert de 1 000 F — ε à midi et pénalisé comme tel et le solde du soir sera cependant créditeur de 500 F + ε. Si encore, on pouvait considérer la faible pénalité comme une sorte de paiement d'intérêt on pourrait se résigner à l'accepter comme telle, mais les règlements postaux, en cas de récidive grave, prévoient la fermeture du compte et éventuellement des poursuites judiciaires. Revenons aux correspondants de l'Institut d'Émission. Supposons qu'au cours d'une journée, l'avoir d'une banque s'élève à 1 000 et qu'elle escompte un crédit de 100 000 au cours de cette même journée; comme son avoir n'est pas rémunéré par l'Institut d'Émission, elle débitera son compte au minimum raisonnable 1 000 par exemple, d'où débit de 100 000 : avoir en fin de journée 1 000, débit de la journée 100 000

$$p = \frac{100\,000}{1\,000} = 100$$

$$\text{R (annuelle)} = 36\,500 > 365$$

Ici, aucun des schémas n'est plus valable, la durée élémentaire perdant toute signification. La meilleure solution, dans l'esprit de ce qui précède (ou la moins mauvaise) serait :

$$p = \frac{\text{débit}}{\text{avoir initial} + \text{revenus escomptés}}$$

(1) Ces avoirs sont très variables.
(2) Comptes courants des banques. En dehors du c/c Trésor, ce sont les seuls c/c existants.

Ceci donnerait ici :

$$p = \frac{100\,000}{101\,000} = 0{,}99$$
$$\text{R (annuelle)} = 361$$

Hâtons-nous de dire que ces facilités bancaires ne sont, le plus souvent, accessibles qu'aux financiers et les opérations traitées sont, le plus souvent, purement financières : la circulation des comptes de correspondant à l'Institut d'Émission est l'huile qui permet à la machine des échanges interbancaires de fonctionner; ce n'est pas la machine elle-même. Le tableau XXI que nous devons à l'obligeance de l'Institut d'Émission malgache donne une idée du comportement des correspondants bancaires.

Remarques diverses

1. Soient deux distributions de dépenses $f_1(\delta)$ et $f_2(\delta)$ définies sur un même intervalle (m, M). Il est immédiat que :

$$\text{E}(\delta_1) \leqslant \text{E}(\delta_2) \rightleftarrows \text{R}_1 \leqslant \text{R}_2$$

puisque $\text{R} = k\,\frac{\text{E}(\delta)}{\text{M} - m}\cdot$ Considérons une distribution $f_s(\delta)$ symétrique : $\text{E}(\delta_s) = \frac{\text{M} - m}{2}$ et $\text{R}_s = \frac{k}{2}\left(1 - \frac{m}{\text{M}}\right) \sim 180$ puisque, en général $m \ll \text{M}$. Or, les R que nous avons rencontrés sont tous nettement inférieurs à 180 ce qui nous amène à penser, avec une certaine certitude, que ces distributions, probablement unimodales ont un mode très à gauche comme les lois de Galton usuelles.

2. Nous avons supposé les dépenses journalières d_i parentes avec $\text{E}(d_i) = d$, $\text{Var}(d_i) = \text{O}^2$. Supposons les, de plus, indépendantes. T suit alors une loi sensiblement normale pour k assez grand, d'espérance mathématique égale à RM et de variance égale à $k\text{O}^2$.

Oleg Arkhipoff
Administrateur à l'Institut national
de la Statistique et des Études économiques

(*Suite et fin au prochain numéro.*)