

GABRIEL VANGREVELINGHE

## Étude statistique comparée des résultats des référendums de 1958 et 1961

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 102 (1961), p. 279-295

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1961\\_\\_102\\_279\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1961__102_279_0)

© Société de statistique de Paris, 1961, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

### III

## ÉTUDE STATISTIQUE COMPARÉE DES RÉSULTATS DES RÉFÉRENDUMS DE 1958 ET 1961

### I. — POSITION DU PROBLÈME

Les résultats du référendum de 1961 sont assez nettement différents de ceux du référendum de 1958. Nous avons en effet les résultats suivants :

	Inscrits		Abstentions		Blancs ou nuls		Oui		Non	
28 septembre 1958.	26 603 464	100,00	4 006 614	15,44	203 549	0,77	17 668 790	66,41	4 624 511	17,38
8 janvier 1961. . .	27 184 408	100,00	6 393 162	23,52	594 699	2,19	15 200 073	55,91	4 996 494	18,38

Il serait du plus haut intérêt de disposer des résultats d'une enquête donnant pour chaque électeur la manière dont il a voté à chacun des deux référendums successifs, ce qui permettrait de saisir les mouvements survenus entre les deux référendums et non plus seulement leur résultat net.

Plus précisément il serait possible, disposant du tableau à double entrée (Vote 1958 × Vote 1961), de répondre à des questions telles que :

Parmi les électeurs qui avaient voté « oui » en 1958, quelle est la proportion de ceux qui ont voté « non » en 1961?

Parmi les abstentions de 1961, quelle est la part de ceux qui avaient voté « oui » en 1958?

Malheureusement une telle enquête n'a pas été faite à notre connaissance. Il y a d'ailleurs des raisons de penser qu'il est très difficile d'obtenir des Français une réponse entièrement sincère sur leurs votes passés.

Pour étudier l'évolution du comportement du corps électoral d'un référendum à l'autre, nous nous sommes donc attachés à rétablir ce tableau statistique à double entrée par une voie indirecte; ce qu'il est heureusement possible de faire, au prix de certaines hypothèses simplificatrices, du fait que l'on dispose des résultats des deux référendums détaillés par département, commune,...

## II. — LE MODÈLE ADOPTÉ

Nous avons recherché un schéma explicatif global qui — tout en étant simple — permette de rendre compte « le mieux possible » de l'évolution observée.

A l'intérieur d'un domaine d'études donné, (France entière; Ville de Paris; reste de la Seine) nous pouvons définir un certain nombre d'unités élémentaires, (département, Arrondissement, Commune), que nous repérerons par un indice  $h$ .

Pour chaque unité, soit :

$n_h$  le nombre d'inscrits en 1958

$O_h$  le pourcentage d'électeurs inscrits ayant voté « oui » en 1958

$N_h$  le pourcentage d'électeurs inscrits ayant voté « non » en 1958.

$A_h$  le reste (il s'agit essentiellement des abstentionnistes, mais aussi des bulletins blancs ou nuls).

$$O_h + N_h + A_h = 100$$

Nous avons assimilé les bulletins blancs ou nuls à des abstentions. Au dernier référendum, ces bulletins étaient certes un peu plus nombreux qu'à l'accoutumée, mais leur proportion reste néanmoins insignifiante.

De même, en 1961, nous avons les quantités  $n'_h$ ,  $O'_h$ ,  $N'_h$ ,  $A'_h$ .

Le modèle estimé est le suivant :

$$O' = \alpha_1 O + \beta_1 N + \gamma_1 A$$

$$N' = \alpha_2 O + \beta_2 N + \gamma_2 A$$

$$A' = \alpha_3 O + \beta_3 N + \gamma_3 A$$

Ce qui se lit de la manière suivante :

Le pourcentage des électeurs qui ont voté « oui » en 1958 et qui ont à nouveau voté « oui » en 1961 est  $100 \alpha_1$ ; le pourcentage des électeurs qui ont voté « oui » en 1958 et qui ont voté « non » en 1961 est  $100 \alpha_2$ ,...

Ou aussi : le pourcentage d'abstentions de 1961 provient de  $100 \alpha_3$  % des électeurs qui avaient voté « oui » en 1958, plus  $100 \beta_3$  % des électeurs qui avaient voté « non », plus  $100 \gamma_3$  % des électeurs qui s'étaient abstenus. Les deux autres équations s'interprètent de la même manière.

Les coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  doivent vérifier les relations :

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = \sum_{i=1}^3 \beta_i = \sum_{i=1}^3 \gamma_i = 1$$

$\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , ...,  $\gamma_3$ , étant tous positifs.

Dans chacune des unités élémentaires qui composent le domaine d'études, il est bien évident que le modèle ajusté ne sera pas exactement vérifié, nous pourrions définir des « écarts »  $\varepsilon$  par rapport au modèle estimé. Ainsi pour l'unité élémentaire  $h$  nous avons :

$$\begin{aligned} O'_h \text{ observé} &= O'_h \text{ théor.} + \varepsilon_{1h} = \alpha_1 O_h + \beta_1 N_h + \gamma_1 A_h + \varepsilon_{1h} \\ N'_h &= \alpha_2 O_h + \beta_2 N_h + \gamma_2 A_h + \varepsilon_{2h} \\ A'_h &= \alpha_3 O_h + \beta_3 N_h + \gamma_3 A_h + \varepsilon_{3h} \end{aligned}$$

Remarquons immédiatement que la somme des écarts par rapport au modèle écrit sous la forme précédente est nulle pour tout  $h$  :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

Cela est bien évident a priori : si les électeurs, par exemple, se sont abstenus plus que ne le veut le modèle, il y a obligatoirement moins de « oui » ou moins de « non ».

Notons également que l'importance et la distribution des écarts par rapport au modèle permettent de voir dans quelle mesure le modèle estimé rend bien compte de la réalité.

La méthode d'estimation utilisée a été celle de l'ajustement linéaire. L'indication détaillée des calculs faits, ainsi que la discussion des hypothèses, sont données en annexe. Nous prions les électeurs que ces points intéresseraient plus particulièrement de bien vouloir s'y reporter.

Trois études distinctes ont été faites :

— la première a porté sur les vingt arrondissements de Paris.

— la seconde sur les 80 communes de la Seine

— la troisième sur les 89 départements qui constituent la France métropolitaine.

La Corse a été exclue a priori du champ de l'étude, car il semble bien que le nombre particulièrement élevé d'abstentions qu'on y a observé ne rentre pas dans le cadre d'un schéma explicatif relatif à la France entière.

Nous avons choisi ces trois domaines d'études à la suite de l'étude statistique du référendum qui avait été faite en 1958 par M. DESABIE (in : *Journal de la société de statistique de Paris*, numéro de juillet 1959).

Disons tout de suite que le schéma explicatif présenté ne semble pas être valable dans le cas des 80 communes de la Seine. La trop grande diversité des comportements électoraux entre les diverses communes ne permet sans doute pas d'expliquer l'évolution observée de 1958 à 1961 à l'aide d'un schéma aussi simple.

### III. — LES RÉSULTATS OBTENUS

Nous avons présenté les résultats relatifs à chacun des domaines étudiés sous forme de trois tableaux. La première série de tableaux se rapporte à Paris, la seconde à la France métropolitaine.

Le premier tableau donne, pour 100 électeurs inscrits, leur répartition suivant la manière dont ils ont voté à chacun des deux référendums. Il se lit de la manière suivante :

Exemple I : à Paris, pour 100 électeurs inscrits, 11,91 ont voté « non » en 1958 et en 1961.

Les deuxième et troisième tableaux constituent une autre manière de présenter les mêmes résultats. Ils se lisent de la manière suivante.

Exemple II : à Paris, pour 1 000 électeurs qui ont voté « non » en 1958, 137 ont voté « oui » en 1961, 637 ont à nouveau voté « non » et 226 se sont abstenus.

Exemple III : Pour 1 000 électeurs qui se sont abstenus à Paris en 1961, 345 avaient voté « oui » en 1958, 157 avaient voté « non » et 498 s'étaient déjà abstenus en 1958.

Rappelons que le modèle a été estimé directement sous la forme II, c'est-à-dire que les coefficients  $\alpha_1 \alpha_2 \dots \gamma_3$  ci-dessus mentionnés figurent dans le tableau II (après multiplication par 100).

Tableau donnant la répartition des électeurs en 1958 et en 1961 en % du nombre d'inscrits.

		1958				
		oui	non	abstent.	calculé	observé
1961	oui	50,04	2,56	0,85	53,45	53,24
	non	5,58	11,91	2,13	19,62	19,51
	abst.	9,28	4,23	13,42	26,93	27,25
		64,9	18,7	16,4	100	100

Ce que l'on peut présenter de deux manières différentes :  
Où sont allés les votes de 1958?

	oui 1958	non 1958	abst. 1958
oui	77,1	13,7	5,2
non	8,6	63,7	13,0
abstent.	14,3	22,6	81,8
	100	100	100

D'où proviennent les votes de 1961

	oui 1958	non 1958	abst. 1958	
oui 1961	93,6	4,8	1,6	100
non 1961	28,4	60,7	10,9	100
abst. 1961	34,5	15,7	49,8	100

Tableau donnant la répartition des électeurs en 1958 et 1961 en % du nombre d'inscrits.

FRANCE ENTIÈRE (89 départements)

		1958			calculé	observé
		oui	non	abstent.		
1961	oui	56,1	0	0	56,1	55,89
	non	1,06	16,65	0,7	18,4	18,37
	abst.	9,24	0,75	15,5	25,5	25,74
		66,4	17,4	16,2	100	100

Ce que l'on peut présenter de deux manières différentes

1) où sont allés les votes de 1958?

	oui 1958	non 1958	abstent. 1958
oui 1961	84,5	0	0
non 1961	1,6	95,7	4,2
abst. 1961	13,9	4,3	95,8
	100	100	100

2) D'où proviennent les votes de 1961?

	oui 1958	non 1958	abst. 1958	
oui 1961	100	0	0	100
non 1961	5,75	90,45	3,80	100
abst. 1961	36,25	2,94	60,80	100

*Remarques* : Lorsque l'on ajuste une matrice de passage des résultats du référendum de 1958 à ceux de 1961, la matrice obtenue sera intermédiaire entre celle qui suppose la complète indépendance des résultats des deux référendums et celle qui suppose au contraire le moindre mouvement du corps électoral d'un référendum à l'autre.

Il apparaît immédiatement que la matrice obtenue est très proche de celle que l'on obtient lorsque l'on fait la deuxième des hypothèses précédentes.

Ainsi pour Paris :

		1958											
		oui	non	abst.	oui	non	abst.	oui	non	abst.	oui	non	abst.
1961	oui	53,5	34,5	9,9	8,7	50,0	2,6	0,9	53,2	0	0		
	non	19,6	12,7	3,6	3,2	5,6	11,9	2,1	0,8	18,7	0		
	abst.	26,9	17,7	5,2	4,5	9,3	4,2	13,4	10,9	0	16,4		
		100	64,9	18,7	16,4	64,9	18,7	16,4	64,9	18,7	16,4		
			Hypothèse I (indépendance)			Ajustement effectif			Hypothèse II (mouvement minimum)				

Pour la France métropolitaine :

		1958											
		oui	non	abst.	oui	non	abst.	oui	non	abst.	oui	non	abst.
1961	oui	56,1	37,2	9,8	9,1	56,1	0	0	56,1	0	0		
	non	18,4	12,2	3,2	3,0	1,1	16,6	0,7	1,0	17,4	0		
	abst.	25,5	17,0	4,4	4,1	9,2	0,8	15,5	9,3	0	16,2		
		100	66,4	17,4	16,2	66,4	17,4	16,2	66,4	17,4	16,2		
			Hypothèse I (Indépendance)			Ajustement effectif			Hypothèse II (mouvement minimum)				

Ceci reflète une très grande stabilité du corps électoral. Les seuls passages vraiment importants sont ceux d'électeurs qui ont voté « oui » en 1958 et qui en 1961 ont voté « non » ou se sont abstenus.

Par ailleurs, la stabilité du comportement électoral est beaucoup plus grande sur l'ensemble de la France qu'à Paris pris isolément : pour l'ensemble de la France, 88,2 % des électeurs inscrits se sont comportés exactement de la même manière aux deux référendums ; à Paris cette proportion n'est plus que de 75,3 %. Ce résultat semble tout à fait plausible.

Pour la France métropolitaine, 1,6 % seulement des électeurs qui ont voté « oui » en 1958 ont modifié leur comportement pour voter « non » en 1961, ce qui représente à peine 6 % du montant des « non » de 1961 et 1,1 % des électeurs inscrits. De la même

manière, 13,9 % des électeurs qui avaient voté « oui » en 1958 se sont abstenus en 1961 ce qui représente cette fois 36,2 % du nombre des abstentions de 1961 (9,2 % du corps électoral).

Le nombre d'électeurs qui ont voté « non » ou se sont abstenus en 1958 et qui se sont décidés à voter « oui » en 1961 apparaît être négligeable sur l'ensemble de la France.

#### IV. — VALEUR DES RÉSULTATS

Dans chacun des départements (ou dans chacun des arrondissements de Paris), les résultats observés en fait ne sont pas rigoureusement égaux aux résultats qui découlent du modèle. On peut certes déterminer par le calcul les variances et covariances des paramètres estimés, mais cela était matériellement impossible vu la lourdeur des calculs.

#### PARIS

##### *Écarts observés par rapport au modèle ajusté*

Arrondissements	% OUI		% NON	
	Observé	Calculé	Observé	Calculé
1 . . . . .	54,0	55,5	16,4	16,8
2 . . . . .	51,1	51,9	17,7	19,3
3 . . . . .	50,5	49,8	20,7	21,6
4 . . . . .	55,2	53,2	19,0	20,0
5 . . . . .	50,5	50,4	18,3	19,2
6 . . . . .	57,8	56,5	17,3	16,7
7 . . . . .	57,9	57,8	15,9	15,1
8 . . . . .	59,3	59,2	15,7	14,5
9 . . . . .	57,3	57,2	16,3	17,4
10 . . . . .	52,3	52,8	19,1	20,5
11 . . . . .	50,9	49,9	22,5	22,5
12 . . . . .	53,8	52,3	20,1	20,2
13 . . . . .	48,7	49,3	23,7	23,5
14 . . . . .	52,7	52,3	19,6	20,3
15 . . . . .	51,4	53,1	18,6	19,2
16 . . . . .	57,6	58,4	15,2	14,7
17 . . . . .	57,7	57,3	16,4	16,7
18 . . . . .	52,9	53,3	21,1	21,2
19 . . . . .	49,0	50,3	23,5	22,8
20 . . . . .	49,1	49,3	24,5	23,3
Ensemble . . .	53,24	53,45	19,51	19,62

L'erreur aléatoire qui affecte l'estimation des paramètres n'a donc pas été calculée; l'importance relative des « oui », des « non » et des abstentions montre toutefois que les coefficients  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\beta_2$  et  $\gamma_3$  doivent être connus avec une précision relativement satisfaisante; l'imprécision portera essentiellement sur les coefficients  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  et  $\beta_3$  qui mesurent l'influence de facteurs explicatifs secondaires.

Nous nous sommes contentés de calculer pour chaque département (ou pour chaque arrondissement de Paris), la valeur des écarts entre les résultats de référendum 1961 et les résultats du modèle : Pour obtenir ceux-ci, on part des pourcentages observés en 1958, et on les multiplie respectivement par les coefficients adéquats  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  . . .  $\gamma_3$  pour obtenir les pourcentages qui auraient dû être observés si le modèle avait été exactement vérifié.

La considération de la distribution des écarts est très importante dans l'interpréta-



tion des résultats, car elle montre comment et dans quelle mesure des influences perturbatrices « locales » ont joué. Nous avons en effet estimé un modèle qui expliquait le mieux possible l'évolution du corps électoral dans son ensemble mais il est presque évident a priori qu'il sera plus ou moins bien adapté à l'évolution du comportement électoral d'un secteur pris isolément.

Les cartes qui suivent — elles montrent l'importance et le signe des écarts — témoignent que le modèle ajusté constitue une image satisfaisante de l'évolution réelle.

Le tableau (p. 285) donnant les écarts par rapport au modèle ajusté sur les vingt arrondissements de Paris montre que dans ce cas le schéma explicatif que nous avons bâti rend très bien compte de l'évolution réelle. Pour l'ensemble des 89 départements Français, les résultats sont moins bons tout en restant très convenables.

En ce qui concerne les 80 communes de la Seine, nous rappelons que ce modèle n'est pas valable.

#### V. — ÉTUDE DES RÉSIDUS

A Paris, le tableau qui précède montre que les écarts par rapport au schéma explicatif sont faibles. On peut toutefois noter que, chaque fois que le pourcentage de « non » en 1958 était faible (ou au contraire élevé), le pourcentage de « non » observé en 1961 est un peu plus élevé que ne le voudrait le modèle ajusté. Ce même phénomène de « concavité » a pu s'observer sur les communes de la Seine (voir la courbe donnée en annexe) et il semble qu'il soit relativement simple de se l'expliquer.

*France métropolitaine.* L'importance et la nature différente suivant les régions des écarts observés par rapport au modèle ajusté sur l'ensemble de la France montre que l'évolution constatée n'a pas eu partout la même ampleur.

Sur la bordure Nord de la France — qui va de la Bretagne à l'Alsace, le corps électoral s'est montré un peu plus stable que ne l'aurait voulu le modèle, ce qui fait que l'on constate un écart par rapport au modèle positif pour les « oui », négatif pour les « non » et les abstentions.

Dans la moitié Centre-Ouest et Sud-Ouest de la France, ainsi que sur la Côte d'Azur, l'évolution s'est faite un peu plus au profit des « non » que ne le prévoit le modèle général, et cela essentiellement aux dépens des « oui ». Cette divergence est particulièrement marquée pour la vallée de la Garonne.

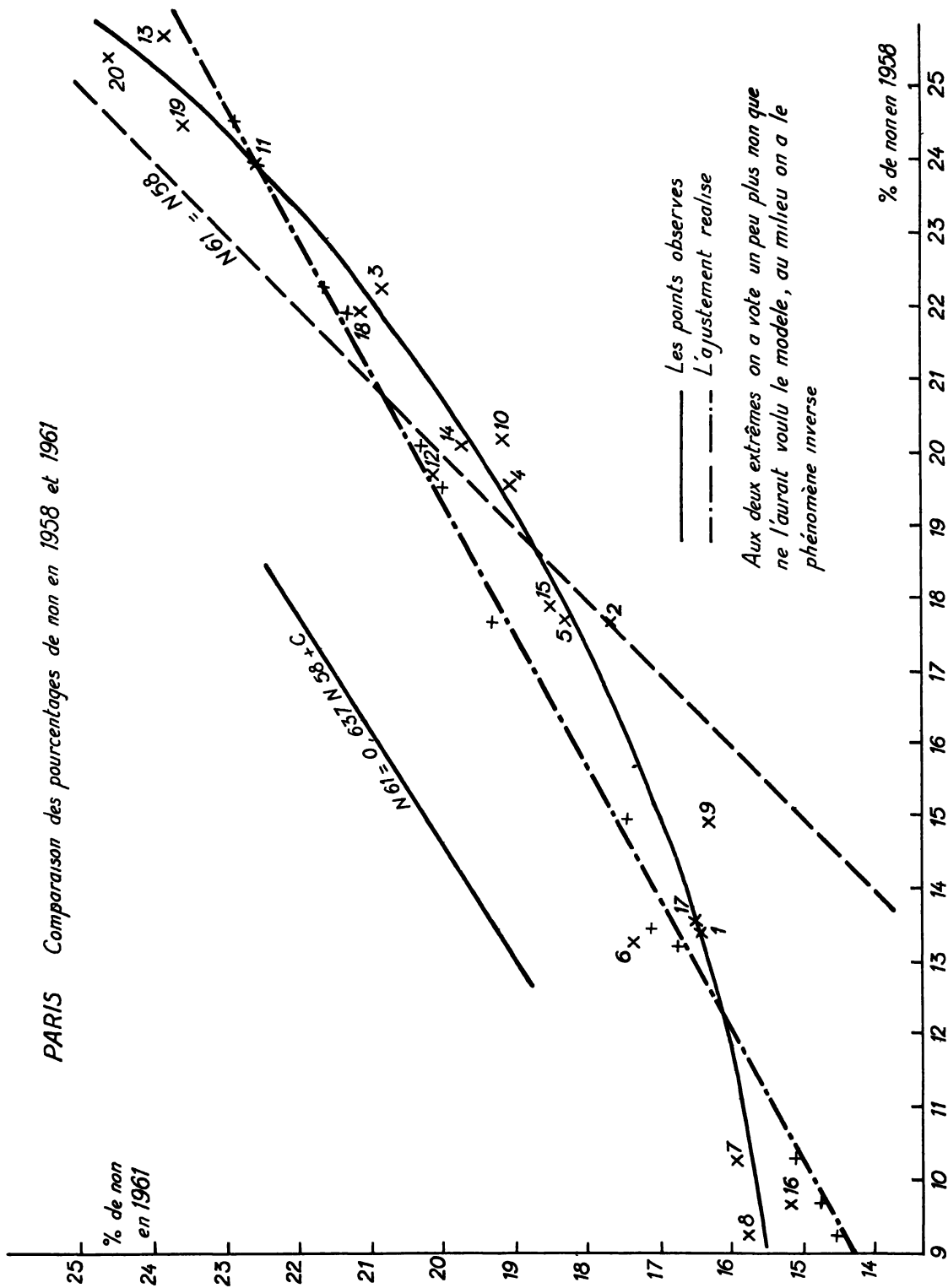
Dans la partie Centre-Est, Sud-Est — et surtout dans le Roussillon — l'évolution s'est faite plus dans le sens des abstentions que ne l'aurait voulu le modèle. Nous constatons des écarts négatifs sur les « oui », mais, fait surprenant, également sur les « non ».

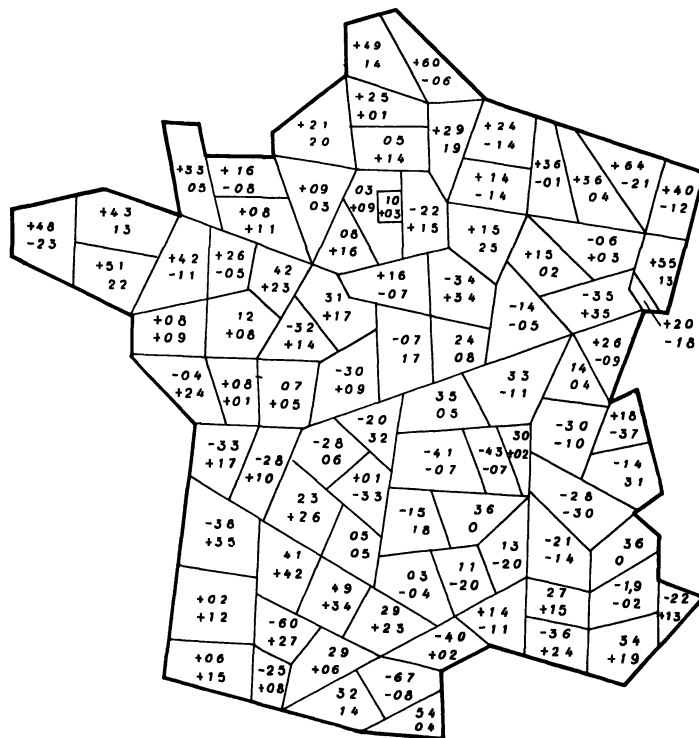
Le fait que dans ces départements l'on constate plus d'abstentions que ne l'aurait voulu l'évolution globale doit certainement s'expliquer dans une certaine mesure par les départs nombreux dans certaines régions en voie de dépeuplement. Le nombre d'inscrits se trouve alors gonflé par ceux des électeurs qui, — bien qu'ayant quitté leur ville ou leur village — n'ont pas encore été rayés des listes électorales pour une raison ou pour une autre. La proportion nettement plus élevée d'abstentions observée dans le Roussillon traduit certainement l'influence de la campagne pour l'abstention qu'ont fait en 1961 les organisations viticoles.

Les trois cartes qui donnent le signe et l'importance des écarts par département mettent également en évidence la mesure dans laquelle des facteurs locaux ont perturbé l'évolution d'ensemble.

Il reste à faire la comparaison systématique, département par département, des

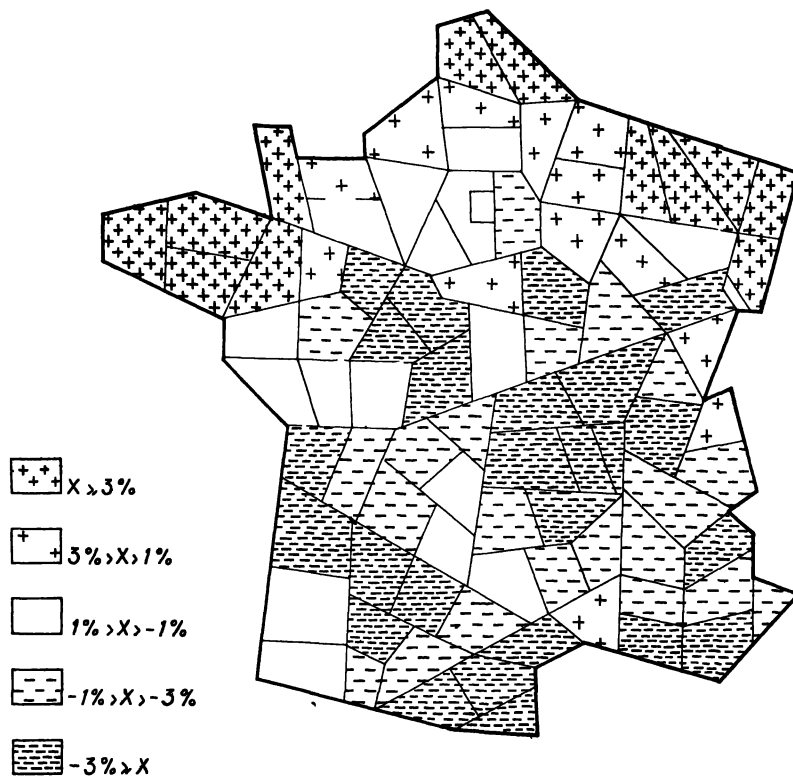
PARIS Comparaison des pourcentages de non en 1958 et 1961










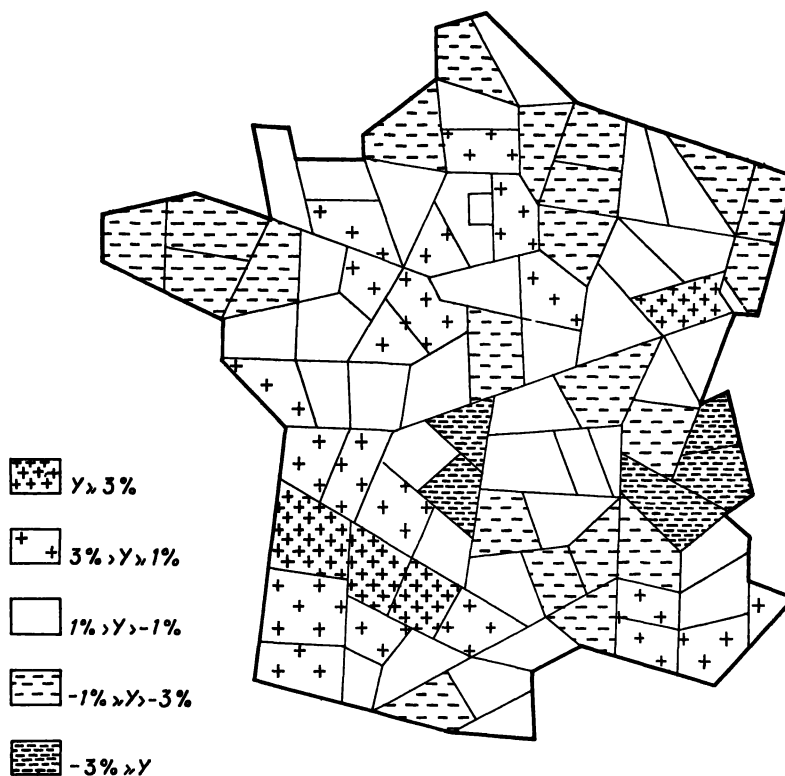
*Écarts en % par rapport au oui calculé*

*Écarts en % par rapport au non calculé*

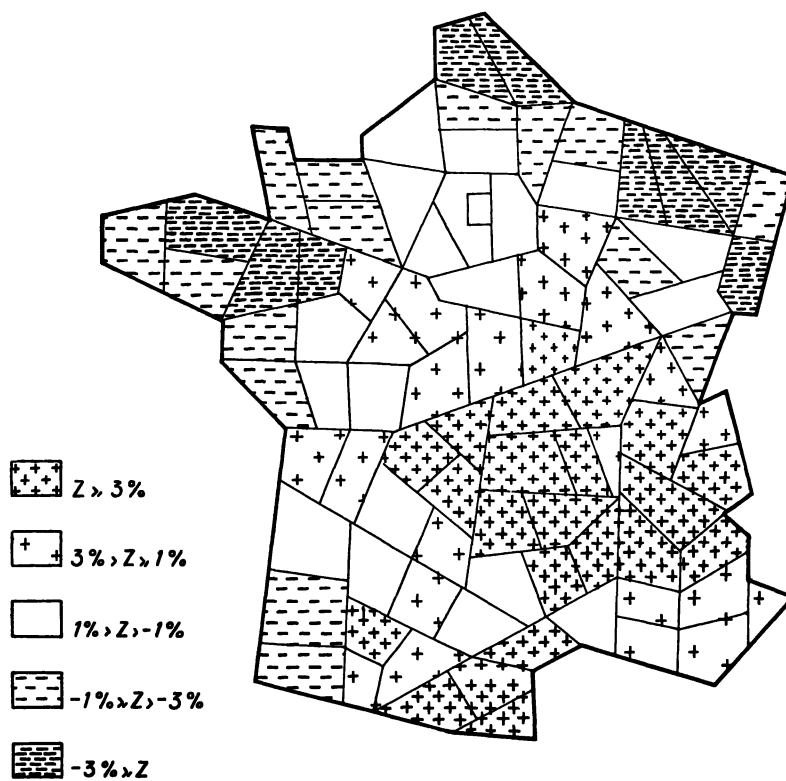


-   $X > 3\%$
-   $3\% > X > 1\%$
-   $1\% > X > -1\%$
-   $-1\% > X > -3\%$
-   $-3\% > X$

*X = écart sur les "OUI" en % du nombre d'inscrits*



$Y$  = écart sur les "NON" en % du nombre d'inscrits



$Z$  = écart sur les "ABSTENTIONS" en % du nombre d'inscrits

cartes que nous avons établies aux diverses interprétations des résultats qui ont déjà été faites ici où là. Nul doute qu'il s'agit là d'un travail très instructif, car nous avons pu dans une certaine mesure « quantifier » les influences locales qui viennent perturber le modèle explicatif de l'évolution globale. Mais ce ne serait plus là faire œuvre de statisticien.

V. — *Annexe* : LA MÉTHODE D'ESTIMATION UTILISÉE

Ainsi que nous l'avons déjà vu en II, le modèle estimé est le suivant :

$$\begin{aligned} O' &= \alpha_1 O + \beta_1 N + \gamma_1 A \\ N' &= \alpha_2 O + \beta_2 N + \gamma_2 A \\ A' &= \alpha_3 O + \beta_3 N + \gamma_3 A \end{aligned}$$

Soit en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} O' \\ N' \\ A' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} O \\ N \\ A \end{bmatrix}$$

Nous avons en plus les relations suivantes :

$$\begin{aligned} O_h + N_h + A_h &= 100 \\ O'_h + N'_h + A'_h &= 100 \\ \sum_{h=-1}^3 \alpha_h &= \sum_{h=-1}^3 \beta_h = \sum_{h=-1}^3 \gamma_h = 1 \end{aligned}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \gamma_3$  étant tous positifs.

La méthode d'estimation utilisée a été celle de l'ajustement linéaire.

Le modèle n'a toutefois pas été estimé sous sa forme initiale, car il faut bien remarquer qu'il s'agit d'un faux problème à 6 dimensions. Du fait que la somme des pourcentages est toujours égale à un, nous opérons toujours dans un espace à 4 dimensions.

Nous avons déjà exprimé ce fait d'une autre manière en écrivant :

$$\boxed{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0}$$

Il suffit donc d'écrire, en remplaçant A par  $100 - O - N$  :

$$\begin{aligned} O' &= (\alpha_1 - \gamma_1) O + (\beta_1 - \gamma_1) N + 100 \gamma_1 \\ N' &= (\alpha_2 - \gamma_2) O + (\beta_2 - \gamma_2) N + 100 \gamma_2 \end{aligned}$$

et nous procéderons à l'estimation sur cette forme.

Faisons immédiatement quelques remarques :

La méthode des moindres carrés ne possède une efficacité maximale que si les « erreurs » sur les pourcentages ont toute la même variance. Nous avons négligé la variabilité des produits  $P(1 - P)$  et  $-P'P''$  — les valeurs observées des pourcentages montrent qu'elle est relativement faible. Nous avons par contre pondéré chacun des pourcentages observés par la racine carrée du nombre d'inscrits. Cette correction est surtout nécessaire lorsque le domaine étudié est la France métropolitaine, le nombre d'inscrits variant beaucoup d'un département à l'autre.

Pour certaines des unités retenues pour l'étude, le nombre d'inscrits a varié de 1958 à 1961. Nous avons toujours ramené les résultats de 1961 à ce qu'ils auraient été si le nombre

d'inscrits n'avait pas varié depuis 1958, en supposant que la variation du nombre d'inscrits s'était répartie entre le « oui », le « non » et l'abstention proportionnellement aux résultats observés pour l'unité considérée (pondération de Laspeyres). Cette hypothèse n'est certainement pas toujours vérifiée, mais c'est la plus vraisemblable des hypothèses simples que l'on peut formuler à ce sujet. L'erreur que l'on fait ainsi n'influera vraisemblablement que sur l'importance des résidus, et non sur l'estimation des paramètres.

Il aurait fallu pouvoir faire intervenir explicitement dans l'écriture du modèle la condition que les coefficients estimés doivent être compris entre 0 et 1. Ceci mène à un programme quadratique, impossible à résoudre avec les moyens qui étaient disponibles.

L'estimation  $A^*$  de la matrice des paramètres ( $\alpha \beta \gamma$ ) est donnée par les équations dites « équations normales ». On a :

$$A^* = M_{zz} M_{zz}^{-1}$$

suivant la notation traditionnelle, où  $x_h$  est le vecteur des variables endogènes et  $z_h$  le vecteur des variables exogènes. Soit, en explicitant :

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \gamma_1 & \beta_1 - \gamma_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 - \gamma_2 & \beta_2 - \gamma_2 & \gamma_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum_h n_h O_h O'_h & \sum_h n_h O'_h N_h & \sum_h n_h O'_h \\ \sum_h n_h O_h N'_h & \sum_h n_h N_h N'_h & \sum_h n_h N'_h \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \sum_h n_h O_h O_h & \sum_h n_h O_h N_h & \sum_h n_h O_h \\ \sum_h n_h O_h N_h & \sum_h n_h N_h N_h & \sum_h n_h N_h \\ \sum_h n_h O_h & \sum_h n_h N_h & \sum_h n_h \end{vmatrix} - 1$$

A priori il n'y a aucune raison pour que les paramètres ainsi estimés soient compris entre 0 et 1. Dans l'exécution des calculs, toutefois, il n'y a eu de difficultés que pour les coefficients  $\beta_1$  et  $\gamma_1$  dans le cas de l'ajustement effectué sur les 89 départements. Comme les valeurs calculées étaient négatives, il a fallu prendre  $\beta_1 = \gamma_1 = 0$  et recommencer les calculs.

*Remarque* : Les vecteurs propres des matrices — c'est-à-dire ce vers quoi l'on tendrait si l'on gardait indéfiniment la même matrice de passage — (ce qui est en fait très peu probable!) ont pour coordonnées :

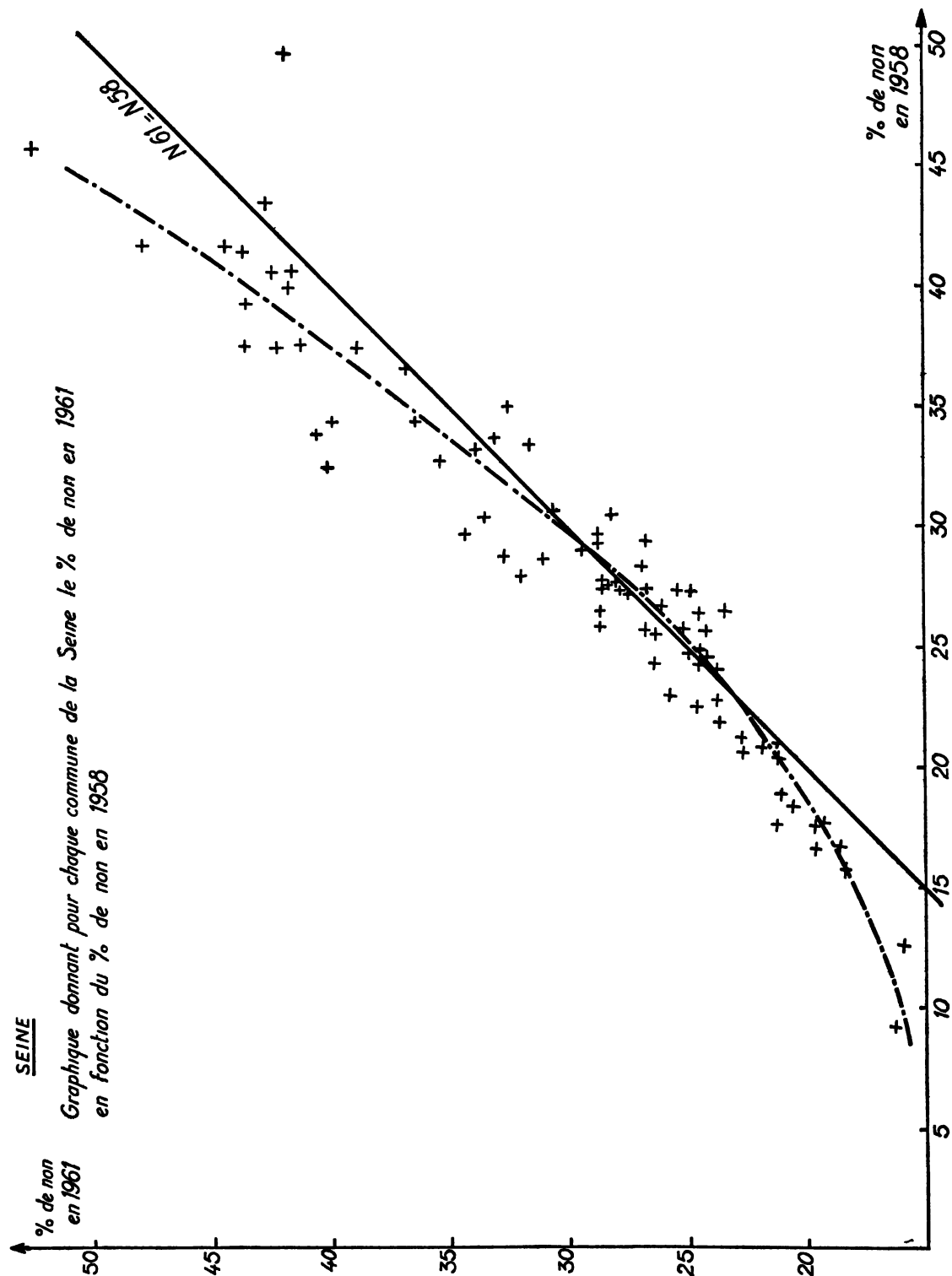
Paris	: O = 25,8	N = 24,7	A = 49,5
France métropolitaine	: O = 0	N = 49,4	A = 50,6

Paris : Résultats des calculs intermédiaires

$$M_{zz} = \begin{vmatrix} 728\,233,49 & 204\,275,94 & 1\,114\,989 \\ 204\,275,94 & 64\,508,83 & 320\,894 \\ 1\,114\,989 & 320\,894 & 1\,716\,883 \end{vmatrix}$$

$$M_{zz}^{-1} = \frac{1}{2\,978\,859\,015\,585} \begin{vmatrix} 7\,781\,154\,340,89 & 7\,075\,391\,470,78 & -6\,375\,712\,362,51 \\ 7\,075\,391\,470,78 & 7\,091\,228\,890,67 & -5\,920\,331\,475,40 \\ -6\,375\,712\,362,51 & -5\,920\,331\,475,40 & +5\,248\,840\,743,83 \end{vmatrix}$$

$$A^* = M_{zz} M_{zz}^{-1} = \begin{vmatrix} 71,94 & 8,47 & 5,23 \\ 4,37 & 50,74 & 13,00 \end{vmatrix}$$



## BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- D. MAC RAE. — *Religious and socioeconomic factors in the French vote 1946-1956*. The American journal of Sociology, novembre 1958.
- J. DESABIE. — *Le Référendum 1958. Essai d'étude statistique*. Journal de la Société de Statistique de Paris, juillet 1959.
- J. KLATZMANN. — *Comportement électoral et classe sociale. — Les Élections du 2 janvier 1956* (publié par la fondation nationale des sciences politiques).  
*Comment votent les paysans français*, Revue française de Science Politique, Paris 1958.
- MALINVAUD. — *Les méthodes statistiques en économétrie*, Édition en 2 volumes, mai 1960 (publié par l'I. N. S. E. E.).
- F. GOGUEL. — *Géographie du référendum du 8 janvier 1961*, Revue française de Science Politique.

## DISCUSSION

M. Jean BOURDON. — Je n'ai certes pas la prétention de rien ajouter aux calculs remarquables de M. Vangrevelinghe, mais derrière les chiffres il y a des hommes et c'est alors que je voudrais dire quelques mots. Les référendums de 1958 et de 1961, les élections de 1958 ont présenté une géographie électorale de la France toute différente de celles qui l'avaient précédée, qu'avaient étudiées M. André Siegfried et avant lui son maître Charles Seignobos. Celui-ci estimait que les attitudes politiques des différentes régions traduisaient des oppositions psychologiques et sociales qui s'étaient manifestées dès les élections de 1849. Peut-être sa foi en la stabilité des opinions était-elle pour une part la généralisation, un peu arbitraire, de l'exemple présenté par ses Cévennes natales.

Cependant la poussée vers la gauche n'avait pas partout modifié de même les votes politiques. En 1876 les républicains avaient leurs principales forces dans le Nord-Est et le Sud-Est, les conservateurs dans le Nord-Ouest et le Sud-Ouest. Par la suite en gros le Nord-Ouest passa des partis monarchistes aux républicains modérés, le Sud-Est des républicains aux radicaux, puis aux socialistes, enfin aux communistes : deux évolutions symétriques. Le Nord-Est, attaché de bonne heure à la république modérée, s'y fixa jusqu'à 1928 inclusivement : en contraste avec l'évolution vers la gauche, il faisait alors figure de pays de droite. Dans le Sud-Ouest, passé du bonapartisme au radicalisme et au socialisme, de nombreux paysans propriétaires en viennent à voter depuis 1921 pour des candidats communistes.

Qui cherche une explication devrait sans doute songer, comme préliminaire, que les étiquettes politiques ne recouvrent pas partout les mêmes sentiments. Avant 1914 la droite était le plus souvent un parti catholique, dont le clergé servait la propagande. Mais les Normands lui étaient attachés exclusivement par le conservatisme social : ils voulaient un curé dans leur commune pour le baptême, la première communion, le mariage et les obsèques — à la condition que le prêtre ne prétendit pas plus influencer le vote que la conduite privée. Bien mieux les Charentes, où le nombre des non-baptisés dans beaucoup de communes, révèle une déchristianisation profonde et ancienne, élisait des bonapartistes, qui à la Chambre faisaient bloc avec les autres conservateurs, tandis que l'Yonne, également déchristianisée, également dressée contre l'impôt sur les boissons, choisissait des républicains du meilleur teint, même étrangers au département, comme Paul Doumer alors radical accentué. Mais l'Yonne n'a guère dépassé ce stade ; le communisme n'y a fait que peu d'adeptes — chose fort naturelle puisque les nouvelles doctrines ne correspondaient pas aux préoccupations anciennes. Les Charentes, qui avaient évolué plus vite, se trouvaient désormais plus à gauche que l'Yonne. — Aujourd'hui même ne devrait-on pas distinguer parmi les électeurs



communistes ceux qui vouent au Parti une foi religieuse, ceux qui comptent sur lui pour défendre leurs intérêts et nombre de paysans du Sud-Est dont le principe est de voter pour « celui qui est le plus rouge » ?

Vous ne trouvez ici que les premiers linéaments d'un programme de recherches, peut-être propres à faire apparaître moins exceptionnel le bouleversement électoral de 1958-1961 et à mieux révéler ses causes.

M. BATICLE se demande si l'une des causes de la divergence entre les résultats des deux référendums ne serait pas le fait que dans le second il était demandé une seule réponse pour deux questions.

M. DESABIE. — Le but du travail de M. Vangrevelinghe n'est pas de rechercher les raisons des mouvements nets enregistrés entre le référendum de 1958 et le référendum de 1961, mais de rechercher un *modèle* décrivant l'ensemble des *mouvements bruts* survenus entre 1958 et 1961 ; modèle qui devait être aussi simple que possible bien que rendant convenablement compte des résultats enregistrés en 1958 et 1961 par circonscription. M. Vangrevelinghe est parti de l'hypothèse que les résultats de 1961, pour chaque circonscription, peuvent être obtenus en transformant les résultats 1958 (de cette circonscription) à l'aide d'un opérateur linéaire unique (même opérateur pour toutes les circonscriptions). On est encouragé à s'engager dans cette voie par le fait que deux circonscriptions ayant voté de manière presque semblable en 1958 ont toujours voté de manière presque semblable en 1961 et réciproquement.

L'intérêt du modèle est

1° de fournir une estimation de l'effectif de chacune des 9 cases du tableau à double entrée : vote 1958  $\times$  vote 1961 ;

2° de permettre la mesure des écarts par circonscription entre les résultats constatés en 1961 et les résultats théoriques c'est-à-dire ceux qui auraient été obtenus si le modèle avait décrit de façon parfaite les mouvements survenus entre 1958 et 1961 pour cette circonscription.

L'étude de ces *résidus* dont la valeur numérique est relativement faible mais dont la distribution n'est évidemment pas aléatoire, suggère de nouvelles *hypothèses intéressantes* qui ne peuvent d'ailleurs s'exprimer en langage mathématique.

M. BANCAL demande pourquoi le modèle ne donne pas de résultats pour la Seine-banlieue.

M. VANGREVELINGHE. — Décrire l'évolution qui s'est produite entre les deux référendums est une chose, essayer de l'expliquer en est une autre. A aucun moment le propos de ce travail n'a été d'expliquer pourquoi il y a eu moins de « oui » en 1961 qu'en 1958, pourquoi il y a eu plus d'abstentions. Il s'est seulement agi de fournir une estimation de la liaison entre le comportement électoral en 1958 et celui de 1961.

Nous avons donc cherché à rétablir indirectement la répartition des électeurs que l'on aurait eue si l'on avait pu obtenir simultanément de chacun d'eux la réponse à ces deux questions :

Comment avez-vous voté en 1958 ?

Comment avez-vous voté en 1961 ?

Le résultat est une estimation globale de l'évolution du comportement électoral à l'intérieur du domaine étudié et, partant, la possibilité d'une mesure des divergences locales par rapport à ce schéma explicatif général.

On dispose ainsi d'une estimation chiffrée — et non plus seulement d'une appréciation

subjective — de ce qu'a été l'évolution réelle du corps électoral entre les deux référendums. Tous les éléments ont été fournis qui permettent de voir dans quelle mesure le modèle adopté constitue une image suffisamment exacte de la réalité.

Ce travail n'est donc qu'une très modeste contribution à l'élaboration des données de base qui sont nécessaires à qui veut interpréter les résultats du référendum et je ne suis certainement pas qualifié pour critiquer les hypothèses qui ont été ou seront faites pour expliquer l'évolution constatée.

En réponse à M. Bancal, dans le cas du département de la Seine, la très grande diversité des comportements électoraux ainsi que l'apparent effet d' « entraînement » du corps électoral par la majorité que l'on constate dans l'ensemble des communes, font sans doute qu'il ne sera pas possible d'expliquer l'évolution observée à l'aide d'un modèle aussi simple que celui utilisé ici.

---