

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

P. VENDRYÈS

R. MALTERRE

Charges de la population active

Journal de la société statistique de Paris, tome 91 (1950), p. 94-116

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1950__91__94_0

© Société de statistique de Paris, 1950, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

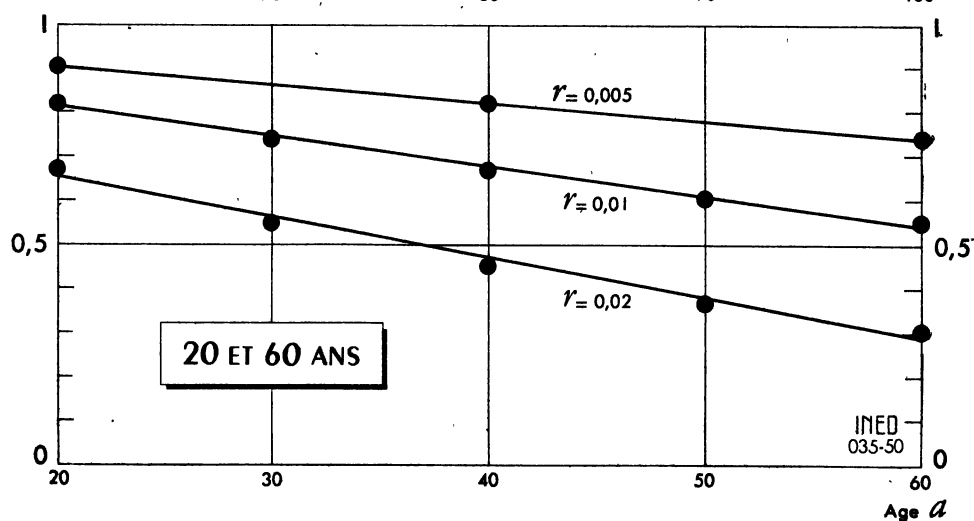
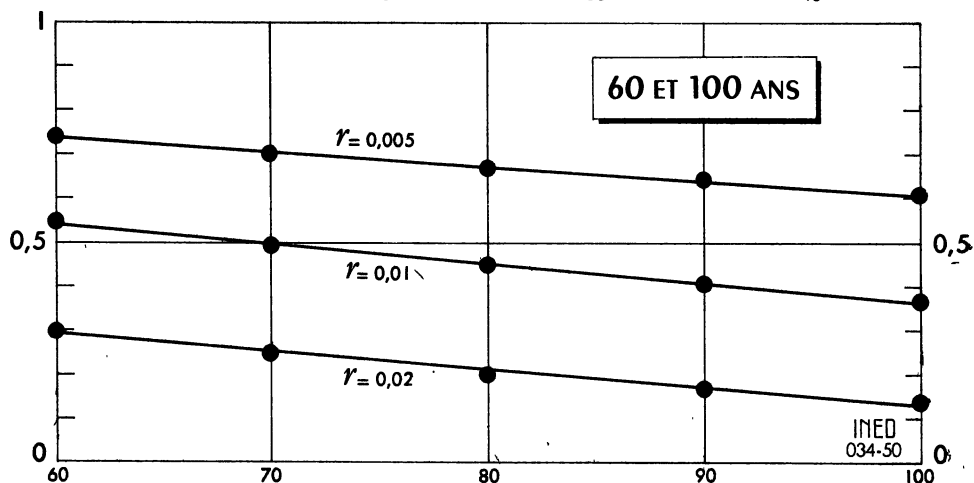
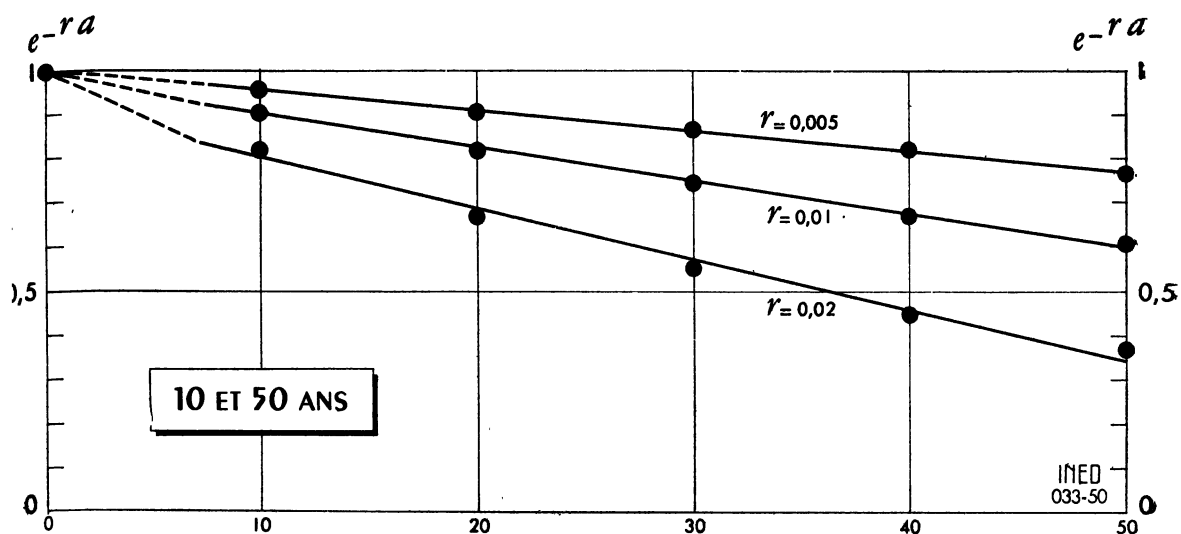
IV

CHARGES DE LA POPULATION ACTIVE

L'étude des charges que supporte la population active d'un pays et plus particulièrement de la charge des personnes âgées ayant cessé toute activité, occupe maintenant un des plus importants chapitres des traités de démographie ou d'économie politique. La mise sur pied, dans de nombreux pays, de système de sécurité sociale s'étendant à la population totale exige une connaissance de plus en plus précise de l'évolution de ces charges et le fait que l'*Alliance nationale contre la dépopulation*, avec la collaboration de trois instituts nationaux ait consacré au mois d'avril 1948 trois journées entières à l'étude de ces questions, atteste l'importance qu'elles ont prise dans notre pays. C'est d'ailleurs pour répondre à un problème posé par ces journées consacrées à l'« étude scientifique du vieillissement de la population » que j'ai entrepris les travaux dont je veux vous présenter les résultats aujourd'hui. Comment les facteurs démographiques fondamentaux (mortalité et fécondité) agissent sur l'évolution des charges supportées par la population active et dans quelle mesure permettent-ils de les modifier? Tel était le problème posé. J'ai déjà exposé, dans leurs grandes lignes, les conclusions auxquelles je suis parvenu, dans une communication aux journées du vieillissement d'avril dernier, mais j'avais alors volontairement négligé l'aspect technique de la question en ne donnant que les résultats. C'est le contraire que je voudrais faire aujourd'hui. J'espère pouvoir vous montrer, dans ce domaine, des idées qu'une étude insuffisante du problème avait fait admettre jusqu'ici.

* * *

Nous commencerons par rappeler brièvement quelques résultats désormais classiques de l'analyse démographique. On sait que si l'on soumet une population donnée à des quotients de mortalité par âge et à des quotients de fécondité par âge invariables, elle tend vers un état stable de composition par âge invariable et d'effectif croissant (ou décroissant) à un taux constant r . Quand le taux r est nul on dit que l'état stable correspondant est stationnaire. On peut en général admettre que le fait de maintenir constant les quotients de mortalité par âge, revient à supposer invariable l'état sanitaire de la population. Par contre, l'invariance des quotients de fécondité par âge ne peut être considérée comme caractéristique du même comportement de la population à l'égard de la maternité. Si les quotients de fécondité qu'on utilise correspondent, en effet, à une répartition de la population par état matrimonial très éloignée de la répartition réelle, la population ne pourra maintenir invariable ses taux de fécondité sans modifier beaucoup sa nuptialité, c'est-à-dire en changeant de comportement. Si l'on se place toutefois hors des périodes où les mariages



Graphique 1.
Ajustement linéaire de la fonction $y = e^{-ra}$ pour diverses valeurs de r .

varient beaucoup, comme les guerres par exemple, et si l'on choisit des quotients de fécondité qui ne s'écartent pas trop des quotients de fécondité effectivement observés, le calcul montre que l'invariance des quotients de fécondité adoptés est réalisée sans que la population ait à modifier beaucoup son comportement. Nous supposons que ces conditions sont toujours satisfaites et nous pourrions alors admettre qu'une population où les quotients de mortalité par âge et les quotients de fécondité par âge ne varient pas, conserve la même attitude à l'égard de la famille et garde le même état sanitaire.

Revenons à l'état stable vers lequel tend cette population.

Désignons par $q(a)$, $p(a)$ et $\varphi(a)$, respectivement pour la population féminine, le quotient de mortalité à l'âge a , la proportion des survivants à l'âge a dans la table de mortalité correspondant à l'ensemble des quotients $q(a)$ et enfin le quotient de fécondité à l'âge a calculé en ne tenant compte que des naissances du sexe féminin.

On démontre que la proportion des individus d'âges compris entre a et $a + da$ est, dans l'état stable, égale à :

$$p(a) e^{-ra} da$$

et la proportion des individus d'âge compris entre α et β est égale à :

$$\int_{\alpha}^{\beta} p(a) e^{-ra} da$$

Enfin, le taux d'accroissement r , est racine de l'équation intégrale :

$$\int_{15}^{49} e^{-ra} p(a) \varphi(a) da = 1$$

Dans la pratique r dépasse rarement 0,02. Dans ces conditions la fonction e^{-ra} peut être assimilée, pendant toute la période où la femme est fécondable, à une fonction linéaire de l'âge a et on peut écrire, en désignant par α un âge quelconque pris entre 15 et 49 ans (graphique n° 1) :

$$e^{-ra} = e^{-r\alpha} + k(a - \alpha)$$

L'équation intégrale précédente s'écrit alors :

$$1 = e^{-r\alpha} \int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da + k \int_{15}^{49} a p(a) \varphi(a) da - k\alpha \int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da \quad (2)$$

Si μ_r désigne l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants, on a :

$$\int_{15}^{49} a p(a) \varphi(a) da = \mu_r \int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da$$

et l'équation (2) s'écrit :

$$e^{-r\alpha} \int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da + k(\mu_r - \alpha) \int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da = 1.$$

Comme on peut choisir α arbitrairement entre 15 et 49 ans, on peut prendre $\alpha = \mu_r$ et l'équation se ramène à :

$$e^{-\mu_r r} \int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da = 1.$$

Mais l'intégrale $\int_{15}^{49} p(a) \varphi(a) da$ représente une quantité que nous connaissons bien, c'est le nombre moyen de filles mises au monde par des femmes sou-

mises toute leur vie aux conditions de fécondité et de mortalité adoptées. C'est le taux net de reproduction R et nous avons la relation très simple :

$$R = e^{\mu_r f}$$

Rappelons la signification du coefficient μ_r . Il est égal à l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants, l'observation montre que c'est là une quantité très peu variable, voisine de 30 ans.

Ces notions préliminaires étant posées, cherchons à mesurer les charges que supporte, dans la population stable, la fraction active de la population.

* * *

I. — CALCUL DES CHARGES.

Nous admettrons que la population de 20 à 59 ans représente assez bien cette fraction active. Nous appellerons jeunes la population de 0 à 19 ans et personnes âgées celles de 60 ans et au delà. En plus de son entretien propre, la population active aura à subvenir à l'entretien des jeunes et des personnes âgées

Prenant comme unité les besoins d'un nouveau-né, nous admettrons que les besoins d'un être humain croissent chaque année de 1/10 jusqu'à 20 ans et restent constants ensuite. Cette hypothèse revient à peu près à admettre que les besoins d'un individu de moins de 20 ans sont égaux aux 2/3 de ceux d'un adulte de 20 ans ou plus. On peut évidemment discuter les limites et l'échelle des besoins adoptées. Les modifications qu'une étude approfondie pourrait entraîner ne conduiraient certainement pas à des valeurs très différentes et nos résultats n'en seraient guère modifiés.

Si l'on désigne par P_0^{19} , P_{20}^{59} , P_{60}^{∞} , les populations de 0-19 ans, 20-59 ans et 60 ans et plus, les charges d'entretien des jeunes et des personnes âgés seront mesurées par les rapports :

$$J_r = \frac{2}{3} \frac{P_0^{19}}{P_{20}^{59}} \quad V_r = \frac{P_{60}^{\infty}}{P_{20}^{59}}$$

la charge totale étant :

$$T_r = 1 + J_r + V_r$$

Précisons bien que nous n'envisageons ici que les *charges* de la population active et que nous laissons de côté le niveau de vie qui en résulte pour cette population. Quand nous disons par exemple que :

$$J_r = 0,3 \quad V_r = 0,4 \quad \text{et} \quad T_r = 1,7$$

cela veut simplement dire que dans la population envisagée, la production de 10 adultes doit être partagée en 17 parts égales, 3 étant réservées aux jeunes, et 4 aux personnes âgées. Nous ne faisons aucune hypothèse sur la production de ces 10 adultes qui est, elle-même, fonction de l'écart qui existe entre l'effectif total de la population active et l'effectif correspondant à son niveau optimum. On peut encore dire que le niveau optimum d'une population résulte de l'interaction des charges et des possibilités de la population active et que sa déter-

mination commande l'étude des unes et des autres. Nous nous limitons ici à l'étude des charges.

Nous commencerons par l'étude de la charge des personnes âgées. Avec nos notations; nous pourrons écrire :

$$V_r = \frac{\int_{60}^{\omega} e^{-ra} p(a) da}{\int_{20}^{60} e^{-ra} p(a) da}$$

Comme tout à l'heure, nous pourrons assimiler e^{-ra} à une fonction linéaire de a au-dessus de 60 ans (graph. n° 1) et poser :

$$e^{-ra} = e^{-r\alpha} + k_1 (a - \alpha)$$

où α désigne un âge quelconque au-dessus de 60 ans.

De même entre 20 et 60 ans (graph. n° 1) :

$$e^{-ra} = e^{-r\beta} + k_2 (a - \beta)$$

où β désigne un âge quelconque entre 20 et 60 ans, on a alors :

$$V_r = \frac{e^{-r\alpha} \int_{60}^{\omega} p(a) da + k_1 \int_{60}^{\omega} a p(a) da - k_1 \alpha \int_{60}^{\omega} p(a) da}{e^{-r\beta} \int_{20}^{60} p(a) da + k_2 \int_{20}^{60} a p(a) da - k_2 \beta \int_{20}^{60} p(a) da}$$

Si W et A désignent respectivement les âges moyens des personnes de 60 ans et plus, et des personnes de 20 et 60 ans dans la population stationnaire, on aura :

$$V_r = \frac{e^{-r\alpha} \int_{60}^{\omega} p(a) da + k_1 (W - \alpha) \int_{60}^{\omega} p(a) da}{e^{-r\beta} \int_{20}^{60} p(a) da + k_2 (A - \beta) \int_{20}^{60} p(a) da}$$

Comme on peut choisir arbitrairement α et β entre les limites 60, ω et 20, 60, prenons :

$$\alpha = W \quad \text{et} \quad \beta = A$$

on aura alors :

$$V_r = \frac{e^{-rW} \int_{60}^{\omega} p(a) da}{e^{-rA} \int_{20}^{60} p(a) da}$$

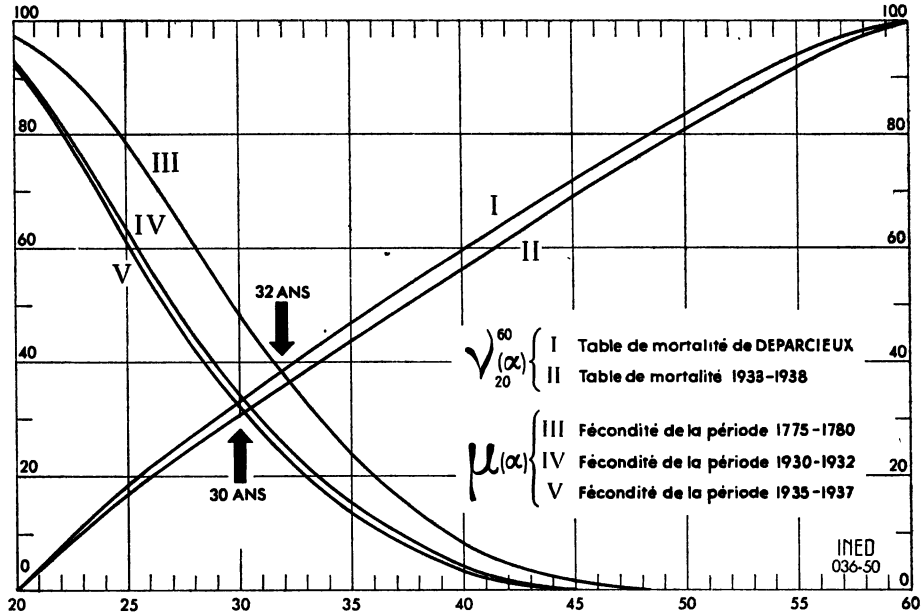
Le rapport $V_0 = \frac{\int_{60}^{\omega} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da}$ représente la charge des personnes âgées dans la population stationnaire (taux de variation r , nul) et on peut écrire :

$$V_r = e^{r(A-W)} V_0$$

Voyons comment ont varié les âges A et W . Le calcul montre que les variations ont été très faibles au cours du temps.

Voici les valeurs trouvées dans diverses tables de mortalité (tableau I).

*



Graphique 2.
Variations des fonctions $v_{20}^{60}(\alpha)$ et $\mu(\alpha)$ pour diverses périodes.

TABLEAU I
Age moyen des personnes de 20 à 60 ans (A) et de 60 et plus (W)
pour diverses populations stationnaires.

PÉRIODES	A	W	W-A
Tables de Deparcieux (fin du XVII ^e siècle)	38.2	68.9	30.7
Tables de la Statistique Générale de la France (1861-1865)	38.8	69.0	30.2
Tables de la Statistique Générale de la France (1933-1938)	39.1	69.0	29.9
Tables de la mortalité de l'année 1947	38.9	68.8	29.9

On voit que la différence $W-A$ est restée très sensiblement égale à l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants. Mais alors $e^{-r(W-A)}$ est sensiblement égal à l'inverse du taux net de reproduction R . Si bien que nous obtenons la formule très simple suivante pour l'expression de la charge des personnes âgées de la population stable :

$$V_r = \frac{V_0}{R}$$

Passons à l'étude de la charge des jeunes J_r . Nous aurons comme précédemment :

$$J_r = \frac{\int_0^{20} e^{-ra} p(a) da}{\int_{20}^{60} e^{-ra} p(a) da}$$

Si l'on désigne par B l'âge moyen des jeunes dans la population stationnaire, un calcul analogue à celui que, nous venons d'effectuer nous permettra d'écrire :

$$J_r = J_0 e^{r(A-B)}$$

où J_0 représente la charge des jeunes dans la population stationnaire. Pour les tables de mortalité envisagées tout à l'heure B est égal à 8,3 ans pour la table de Deparcieux, 9,4 ans pour la table de 1861-1865, 10,2 ans pour celle de 1933-1938 et 10,1 pour la table de 1947, ce qui donne pour A-B les valeurs suivantes : 29,9, 29,4, 28,9 et 29,9. A-B a donc, lui aussi, peu varié et est resté sensiblement égal à l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants. Si bien que $e^{r(A-B)} = R$ et on a en définitive la formule :

$$J_r = J_0 R$$

la charge totale enfin s'écrira :

$$T_r = 1 + J_0 R + \frac{V_0}{R}$$

Avant d'utiliser ces formules très simples pour examiner l'action de la mortalité et de la fécondité sur les charges de la population active, montrons qu'elle donne des résultats en très bon accord avec les charges calculées par d'autres moyens. M. Depoid a récemment exposé ici-même les perspectives qu'il a calculées pour la population française. Dans une première série, il a, en particulier, soumis à partir de 1945 la population française à la mortalité de la table 1933-1938 et à diverses fécondités, donnant des populations limites stables caractérisées par les taux nets de reproduction successifs : 0,7 — 0,8 — 0,9 — 1,0 — 1,1 — 1,2. On a pour la table de mortalité 1933-1936 :

$$J_0 = 0,388 \quad V_0 = 0,308$$

L'application de la formule donne pour J_r et V_r les valeurs figurant au tableau suivant. Les valeurs trouvées par M. Depoid figurent au même tableau. Les écarts entre les deux séries de chiffres sont minimes et confirment le bien-fondé des approximations faites pour établir nos formules.

TABLEAU II
Valeurs de J_r et V_r

TAUX NET	CALCULÉE PAR LA FORMULE		DÉTERMINÉES PAR LES PERSPECTIVES	
	J_r	V_r	J_r	V_r
0.7.	27.2	44.0	26.6	45.1
0.8.	31.0	38.5	30.7	39.2
0.9.	34.9	34.2	31.7	34.5
1.0.	38.8	30.8	38.8	30.8
1.1.	42.7	28.0	42.7	27.7
1.2.	46.6	25.7	46.4	25.2

II. — ÉTUDE DE L'INFLUENCE DES VARIATIONS DE LA MORTALITÉ
ET DE LA FÉCONDITÉ SUR LES CHARGES DES PERSONNES AGÉES

1° Variation de la fécondité.

Reprenons notre formule $V_r = \frac{V_0}{R}$ et cherchons comment agit une variation

de la *fécondité* sur la charge des personnes âgées. Cette variation n'affecte pas V_0 et change seulement R .

On peut écrire :

$$\frac{dV_r}{V_r} = - \frac{dR}{R}.$$

Un accroissement de fécondité diminue la charge des personnes âgées, résultat que l'on connaissait déjà, mais la formule obtenue nous donne un renseignement quantitatif supplémentaire très simple. L'augmentation relative de la fécondité est égale à la diminution relative de la charge des personnes âgées. Si le taux net de reproduction augmente de 10 % la charge des personnes âgées diminue de 10 %. Passons maintenant à l'étude de l'influence de la mortalité.

2° Variation de la mortalité.

On ne peut plus utiliser la formule simplifiée que nous avons donnée.

La formule complète, on s'en souvient, s'écrit :

$$V_r = e^{r(A-W)} V_0.$$

Remarquant que la différence $W-A$ variait peu au cours du temps et restait très voisine de 30 ans, nous avons écrit :

$$V_r = e^{-30r} V_0 = \frac{V_0}{R}.$$

Une variation de la fécondité sans modification de la mortalité n'agit que sur r , et laisse inchangé A , W et V_0 . On peut donc utiliser la formule simplifiée pour calculer les variations correspondantes de V_r . Au contraire une variation de la mortalité agit à la fois sur r , A , W et V_0 et c'est la formule complète qu'il faut prendre. On écrira :

$$\frac{dV_r}{V_r} = (A - W) dr + r dA - r dW + \frac{dV_0}{V_0} = - \frac{dR}{R} + \frac{dV_0}{V_0} + r dA - r dW.$$

Supposons pour simplifier que le quotient de mortalité soit multiplié par $1 + \varepsilon$ entre les âges α et $\alpha + d\alpha$, ε étant petit, on obtient ainsi une nouvelle table de mortalité. Cherchons la relation qu'il y a entre les survivants des deux tables de mortalité. Pour les âges inférieurs à α il n'y a rien de changé et les fonctions de survie sont identiques. Plaçons-nous donc à un âge a supérieur à α . On sait que l'on a dans l'ancienne table :

$$p(a) = e^{-\int_0^a q(x) dx} = e^{-\int_0^\alpha q(x) dx} e^{-\int_\alpha^{a+d\alpha} q(x) dx} e^{-\int_\alpha^{a+d\alpha} q(x) dx}$$

et dans la nouvelle table :

$$P(a) = e^{-\int_0^a q(x) dx} e^{-\int_\alpha^{a+d\alpha} (1+\varepsilon) q(x) dx} e^{-\int_\alpha^{a+d\alpha} q(x) dx}$$

$$P(a) = p(a) e^{-\int_\alpha^{a+d\alpha} \varepsilon q(x) dx} = p(a) e^{-\varepsilon \int_\alpha^{a+d\alpha} q(x) dx}$$

ou, puisque ε est petit :

$$P(a) = p(a) [1 - \varepsilon \int_\alpha^{a+d\alpha} q(x) dx] = kp(a).$$

Nous distinguerons deux grands cas.

A. — Si la mortalité varie à des âges supérieurs à 45 ans, le taux net de reproduction reste inchangé et on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = \frac{dV_0}{V_0} + r dA - r dW.$$

B. — Si la mortalité varie à des âges inférieurs à 45 ans, R sera également modifié et on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = -\frac{dR}{R} + \frac{dV_0}{V_0} + r dA - r dW.$$

Le premier cas se subdivise lui-même en deux :

aA) prenons α supérieur à 60 ans. dA sera nul et on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = \frac{dV_0}{V_0} - r dW.$$

Avant le changement de mortalité, on a :

$$V_0 = \frac{\int_{60}^{\omega} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da} = \frac{\int_{60}^{\alpha} p(a) da + \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da}$$

et après le changement de mortalité :

$$V'_0 = \frac{\int_{60}^{\alpha} p(a) da + k \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da}$$

d'où

$$V'_0 - V_0 = \frac{(k-1) \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da}$$

et

$$\frac{V'_0 - V_0}{V_0} = (k-1) \frac{\int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}{\int_{60}^{\omega} p(a) da} = -\varepsilon q(\alpha) \frac{\int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}{\int_{60}^{\omega} p(a) da} d\alpha.$$

Passons à l'évaluation de dW .

$$W = \frac{\int_{60}^{\omega} a p(a) da}{\int_{60}^{\omega} p(a) da} = \frac{\int_{60}^{\alpha} a p(a) da + \int_{\alpha}^{\omega} a p(a) da}{\int_{60}^{\alpha} p(a) da + \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}$$

après le changement de mortalité :

$$W' = \frac{\int_{60}^{\alpha} a p(a) da + k \int_{\alpha}^{\omega} a p(a) da}{\int_{60}^{\alpha} p(a) da + k \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}$$

d'où

$$W' - W = \frac{(k-1) [\int_{\alpha}^{\omega} a p(a) da \int_{60}^{\alpha} p(a) da - \int_{60}^{\alpha} a p(a) da \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da]}{[\int_{60}^{\alpha} p(a) da + \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da] [\int_{60}^{\alpha} p(a) da + k \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da]}$$

Considérons l'expression :

$$H = \frac{k-1}{\int_{60}^{\alpha} p(a) da + k \int_{\alpha}^{\omega} p(a) da}$$

On a :

$$H = \frac{\int_{60}^{\alpha} \varepsilon q(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha + [1 + \varepsilon q(\alpha) d\alpha] \int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha} = \frac{\int_{60}^{\alpha} \varepsilon q(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha \left[1 + \varepsilon q(\alpha) d\alpha \frac{\int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha} \right]}$$

$$H = \frac{\int_{60}^{\alpha} \varepsilon q(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha [1 + \varepsilon q(\alpha) v_{60}(\alpha) d\alpha]}$$

En posant :

$$v_{60}(\alpha) = \frac{\int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}$$

Au second ordre, près on aura :

$$H = \frac{\int_{60}^{\alpha} \varepsilon q(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha} [1 - \varepsilon q(\alpha) v_{60}(\alpha) d\alpha] = \frac{\int_{60}^{\alpha} \varepsilon q(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}$$

La variation $\Delta W = W' - W$ s'écrit alors :

$$\Delta W = \varepsilon q(\alpha) d\alpha \frac{\int_{\alpha}^{\omega} a p(\alpha) d\alpha \int_{60}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha - \int_{60}^{\alpha} a p(\alpha) d\alpha \int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha \int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}$$

Désignons par $\overline{\alpha, \omega}$ et $\overline{60, \alpha}$ l'âge moyen de la population stationnaire d'âge compris respectivement entre α et ω d'une part, 60 et α d'autre part. On aura :

$$\frac{\int_{\alpha}^{\omega} a p(\alpha) d\alpha}{\int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha} = \overline{\alpha, \omega} \text{ et } \frac{\int_{60}^{\alpha} a p(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha} = \overline{60, \alpha}$$

d'où

$$\Delta W = \frac{\overline{\alpha, \omega} \int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha \int_{60}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha - \overline{60, \alpha} \int_{60}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha \int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha \int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha}$$

$$\Delta W = [\overline{\alpha, \omega} - \overline{60, \alpha}] \frac{\int_{\alpha}^{\omega} p(\alpha) d\alpha \int_{60}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha}{\int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha \int_{60}^{\omega} p(\alpha) d\alpha} \varepsilon q(\alpha) d\alpha$$

$$\Delta W = (\overline{\alpha, \omega} - \overline{60, \alpha}) v_{60}(\alpha) [1 - v_{60}(\alpha)] \varepsilon q(\alpha) d\alpha.$$

Le calcul montre que $\overline{\alpha, \omega} - \overline{60, \alpha}$ est inférieur à 20 ans, d'autre part le maximum du produit $v_{60}(\alpha) [1 - v_{60}(\alpha)]$ est atteint pour $v_{60}(\alpha) = 0,5$ (correspond sensiblement à $\alpha = 70$ ans). On a donc :

$$r dW < 5 r \varepsilon q(\alpha) d\alpha.$$

En définitive on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = - \varepsilon q(\alpha) d\alpha [v_{60}(\alpha) + \lambda(\alpha)] \text{ avec } \lambda(\alpha) \leq 5 r$$

$v_{60}(\alpha)$ varie de 1 à 0 quand α varie de 0 à ω , r est de l'ordre de 0,01 et $\lambda(\alpha)$ est donc négligeable vis-à-vis de $v_{60}(\alpha)$, on a donc :

$$\frac{dV_r}{V_r} = - \varepsilon q(\alpha) d\alpha v_{60}(\alpha).$$

Si la mortalité diminue ε est négatif donc $\frac{dV_r}{V_r}$ est positif et par conséquent la charge des personnes âgées est augmentée.

bA) Prenons maintenant α compris entre 45 et 60 ans, c'est alors dW qui est nul et on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = \frac{dV_0}{V_0} + r dA.$$

Un calcul en tout point analogue au précédent montrerait que l'on peut écrire :

$$\frac{dV_r}{V_r} = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha [v_{60}^{20}(\alpha) + \lambda'(\alpha)]$$

où.

$$v_{20}^{60}(\alpha) = \frac{\int_{\alpha}^{60} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da} \quad \text{et} \quad \lambda'(\alpha) \leq 5r$$

Comme précédemment $\lambda'(\alpha)$ est négligeable devant $v_{20}^{60}(\alpha)$ et on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha v_{20}^{60}(\alpha).$$

Comme dans le cas précédent une diminution de la mortalité entraîne un accroissement de la charge des personnes âgées.

Passons maintenant au cas où l'âge α est inférieur à 45 ans. Il se subdivisera lui-même en plusieurs :

aB) Si α est compris entre 20 et 45 ans, dW sera nul et on aura :

$$\frac{dV_r}{V_r} = -\frac{dR}{R} + \frac{dV_0}{V_0} + r dA.$$

D'après le calcul précédent on pourra toujours écrire :

$$\frac{dV_0}{V_0} + r dA = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha v_{20}^{60}(\alpha).$$

Évaluons donc $\frac{dR}{R}$

$$R = \int_{15}^{45} p(a) \varphi(a) da = \int_{15}^{\alpha} p(a) \varphi(a) da + \int_{\alpha}^{45} p(a) \varphi(a) da.$$

Après le changement de mortalité :

$$R' = \int_{15}^{\alpha} p(a) \varphi(a) da + k \int_{\alpha}^{45} p(a) \varphi(a) da.$$

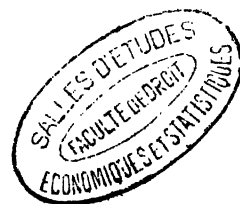
$$R' - R = (k - 1) \int_{\alpha}^{45} p(a) \varphi(a) da$$

et

$$\frac{dR}{R} = -\varepsilon q(\alpha) \mu(\alpha) d\alpha$$

où

$$\mu(\alpha) = \frac{\int_{\alpha}^{45} p(a) \varphi(a) da}{\int_{15}^{45} p(a) \varphi(a) da}.$$



On a donc enfin :

$$\frac{dV_r}{V_r} = \varepsilon q(\alpha) d\alpha [\mu(\alpha) - v_{20}^{60}(\alpha)].$$

Les conséquences d'une variation de la mortalité vont donc dépendre du signe de la différence $\mu(\alpha) - v_{20}^{60}(\alpha)$.

Sur le graphique 2 sont représentées les courbes $v_{20}^{60}(\alpha)$ correspondant à deux tables de mortalité très différentes :

- la table de Deparcieux (fin du XVIII^e siècle);
- la table française de 1933-1938.

On voit qu'au cours de deux siècles et demi de variations de la mortalité, les variations de $v_{20}^{60}(\alpha)$ ont été insensibles. Autrement dit les variations qu'a subi la mortalité depuis 250 ans ont été telles que $v_{20}^{60}(\alpha)$ est pratiquement indépendant de cette mortalité.

Sur ce même graphique sont représentées les courbes $\mu(\alpha)$ pour la fécondité 1775-1780, la fécondité 1930-1932 et la fécondité 1933-1938. Les variations sont un peu plus grandes que pour $v_{20}^{60}(\alpha)$ mais elles sont encore faibles et l'on constate que la différence $\mu(\alpha) - v_{20}^{60}(\alpha)$ s'est annulée pour un âge qui a toujours été compris entre 30 et 32 ans. Pratiquement, on peut donc dire que lorsque α est au-dessous de 30 ans, $\frac{dV_r}{V_r}$ est du même signe que ε . C'est-à-dire qu'avec $\alpha < 30$ ans, une baisse de la mortalité diminue la charge des personnes âgées.

bB) Supposons maintenant α compris entre 15 et 20 ans.

$$\frac{dV_r}{V_r} = 0 \quad dA = 0 \quad dW = 0$$

on a alors :

$$\frac{dV_r}{V_r} = -\frac{dR}{R}$$

Or

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon q(\alpha) \mu(\alpha) d\alpha$$

on a donc :

$$\frac{dV_r}{V_r} = \varepsilon q(\alpha) \mu(\alpha) d\alpha$$

Une baisse de la mortalité ($\varepsilon < 0$) diminue la charge des personnes âgées.

cB) Enfin, dernier cas à étudier $0 < \alpha < 15$.

On a comme le cas précédent :

$$\frac{dV_r}{V_r} = -\frac{dR}{R}$$

Mais ici :

$$\frac{dR}{R} = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha$$

d'où

$$\frac{dV_r}{V_r} = \varepsilon q(\alpha) d\alpha$$

Une baisse de mortalité diminue la charge des personnes âgées. On remarquera que dans chacun des cas envisagés, les calculs effectués reviennent à montrer que la formule approchée convient pour étudier les variations de la charge provenant d'une variation de la mortalité aussi bien que d'une variation de la fécondité. Nous pourrions nous dispenser maintenant de reprendre le même raisonnement et dans ce qui va suivre, nous n'utiliserons que les formules approchées.

Le tableau suivant résume l'effet d'une baisse de la mortalité sur charge des personnes âgées.

TABLEAU III

Signe de la variation de la charge des personnes âgées correspondant à une baisse de la mortalité à l'âge x.

α	0	15	30	45	100
Signe de variation de la charge V_r	—		+	+	
Signe de variation du taux net de reproduction R	+	+	+	invariable	

Dans la réalité, les variations de la mortalité s'effectuent à tous les âges et l'on voit que l'amélioration d'ensemble de la mortalité observée depuis 150 ans a, pour une part, accru la charge des personnes âgées, mais elle l'a également diminuée pour une autre part, et nous voyons combien il est fallacieux de citer l'accroissement de la vie moyenne depuis 150 ans comme témoignage de l'accroissement de la charge des personnes âgées. Imaginons que la mortalité se soit améliorée depuis la fin du xvii^e siècle uniquement de 0 à 30 ans et qu'au delà de 30 ans ont ait conservé la même mortalité qu'il y a 150 ans, la vie moyenne à la naissance serait passée de 28 à 55 ans (elle est passée en réalité de 28 à 58 ans) et la charge des personnes âgées aurait diminué.

* * *

III. — ÉTUDE DE L'INFLUENCE DES VARIATIONS DE LA FÉCONDITÉ ET DE LA MORTALITÉ SUR LA CHARGE DES JEUNES.

Voyons maintenant la charge des jeunes.

$$J_n = J_0 R$$

Une variation de la fécondité laisse inchangée la charge J_0 de la population stationnaire. On a alors :

$$\frac{d J_r}{J_r} = \frac{d R}{R}$$

On retrouve le résultat classique, une augmentation de la fécondité accroît la charge des jeunes. Mais on obtient un renseignement supplémentaire. La

variation relative du taux net de reproduction est égale et de même signe à la variation relative de la charge des jeunes. Si le taux net de reproduction augmente de 10 %, la charge des jeunes est augmentée de 10 %.

Voyons l'effet d'une variation de la mortalité. Nous supposons comme ci-dessus que le quotient de mortalité est multiplié entre l'âge α et $\alpha + d\alpha$ par $1 + \varepsilon$, ε étant petit. Nous utiliserons la formule simplifiée. Deux grands cas sont à distinguer : α supérieur à 45 ans et α inférieur à 45 ans.

A) Si α est supérieur à 45 ans, $\frac{dR}{R} = 0$ et $\frac{dJ_r}{J_r} = \frac{dJ_o}{J_o}$.

Ce cas se subdivise lui-même en deux :

aA) α supérieur à 60 ans. La variation n'affecte pas la charge J_o , ni par conséquent la charge J_r . On a $\frac{dJ_r}{J_r} = 0$.

bA) α compris entre 45 et 60 ans.

Avant le changement de mortalité, on a :

$$J_o = \frac{\int_0^{20} p(a) da}{\int_{20}^{\alpha} p(a) da + \int_{\alpha}^{60} p(a) da}$$

Après le changement, on a :

$$J'_o = \frac{\int_0^{20} p(a) da}{\int_{20}^{\alpha} p(a) da + k \int_{\alpha}^{60} p(a) da}$$

S'il s'agit d'une baisse de la mortalité ε est négatif et k est supérieur à 1, donc $J'_o < J_o$. Une baisse de la mortalité entraîne une diminution de la charge des jeunes.

B) Cas où α est inférieur à 45 ans :

$$\frac{dJ_r}{J_r} = \frac{dJ_o}{J_o} + \frac{dR}{R}$$

Ce cas se subdivise à son tour.

aB) $20 < \alpha < 45$. Évaluons d'abord $\frac{dJ_o}{J_o}$.

Un calcul facile montre que :

$$\frac{dJ_o}{J_o} = [1 - v_{20}^{60}(\alpha)] [1 - k] = \varepsilon q(\alpha) d\alpha [1 - v_{20}^{60}(\alpha)]$$

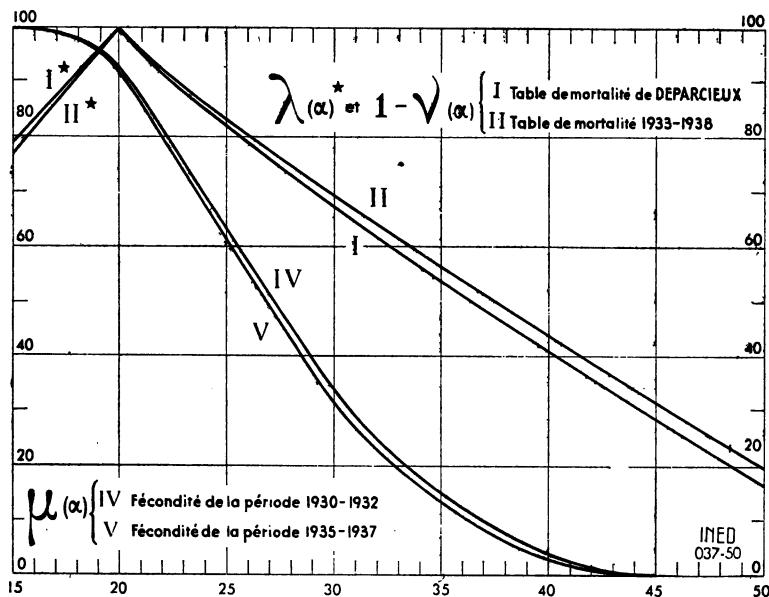
où $v_{20}^{60}(\alpha)$ est la fonction que nous avons rencontrée tout à l'heure. $\frac{dR}{R}$ a été calculé au paragraphe précédent :

$$\frac{dR}{R} = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha \mu(\alpha)$$

,en définitive :

$$\frac{dJ_r}{J_r} = \frac{dJ_o}{J_o} + \frac{dR}{R} = \varepsilon q(\alpha) d\alpha [1 - v_{20}^{60}(\alpha) - \mu(\alpha)]$$

Le graphique (3) montre que l'expression $[1 - v_{20}^{60}(\alpha) - \mu(\alpha)]$ a toujours



Graphique 3.
Variations des fonctions $1 - v_{20}^{60}(\alpha)$, $\mu(\alpha)$ et $\lambda(\alpha)$ pour diverses périodes.

été positive. Une amélioration de la mortalité (ε négatif) provoque une variation négative de J_r . C'est-à-dire diminue la charge des jeunes.

bB) $15 < \alpha < 20$. Voyons d'abord $\frac{d J_0}{J_0}$ avant le changement de mortalité :

$$J_0 = \frac{\int_0^\alpha p(a) da + \int_\alpha^{20} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da}$$

après le changement de mortalité :

$$J'_0 = \frac{\int_0^\alpha p(a) da + k \int_\alpha^{20} p(a) da}{k \int_{20}^{60} p(a) da}$$

d'où

$$J'_0 - J_0 = \frac{(1 - k) \int_0^\alpha p(a) da}{k \int_{20}^{60} p(a) da} = \frac{1 - k}{k} \frac{\int_0^\alpha p(a) da}{\int_0^{20} p(a) da} \frac{\int_0^{20} p(a) da}{\int_{20}^{60} p(a) da}$$

$$J'_0 - J_0 = \frac{1 - k}{k} \frac{\int_0^\alpha p(a) da}{\int_0^{20} p(a) da} J_0$$

En définitive :

$$\frac{d J_0}{J_0} = (1 - k) \lambda(\alpha) = \varepsilon q(\alpha) \lambda(\alpha) da$$

en posant :

$$\lambda(\alpha) = \frac{\int_0^\alpha p(a) da}{\int_0^{20} p(a) da}$$

La fonction $\lambda(\alpha)$ représente la proportion des personnes d'âge inférieur à α

dans l'ensemble des personnes de moins de 20 ans dans la population stationnaire.

On aura comme précédemment :

$$\frac{dR}{R} = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha \mu(\alpha)$$

et en fin :

$$\frac{dJ_r}{J_r} = \varepsilon q(\alpha) d\alpha [\lambda(\alpha) - \mu(\alpha)].$$

La fonction $\lambda(\alpha)$ analogue à la fonction $v_{30}^{30}(\alpha)$ n'a presque pas varié depuis l'époque de Deparcieux. $\mu(\alpha)$ n'a pas non plus varié beaucoup et la différence $\lambda(\alpha) - \mu(\alpha)$ s'est toujours annulée vers 19 ans (graph. 3). En résumé, pour α inférieur à 19 ans, $\lambda(\alpha)$ est inférieur à $\mu(\alpha)$ et $\frac{dJ_r}{J_r}$ est du signe contraire à ε . S'il s'agit d'une baisse de la mortalité, ε est négatif, et $\frac{dJ_r}{J_r}$ est positif, la charge des jeunes augmente et si α est au-dessus de 19 ans, la charge des jeunes diminue.

cB) Il nous reste enfin à envisager le cas $\alpha < 15$, on aura :

$$\frac{dR}{R} = -\varepsilon q(\alpha) d\alpha$$

Un calcul simple montre par ailleurs que :

$$\frac{dJ_0}{J_0} = \varepsilon q(\alpha) \lambda(\alpha) d\alpha$$

et en définitive :

$$\frac{dJ_r}{J_r} = \varepsilon q(\alpha) d\alpha [\lambda(\alpha) - 1] d\alpha$$

$\lambda(\alpha) - 1$ est toujours négatif et $\frac{dJ_r}{J_r}$ est du signe contraire à ε . Une baisse de mortalité (ε négatif) entraîne une augmentation de la charge des jeunes. Le tableau IV suivant résume ces indications :

TABLEAU IV

Effet d'une baisse de mortalité à l'âge α sur la charge des jeunes.

AGE α	0	15	19	45	60
Signe de variation de la charge J_r	+		-		pas de variation
Signe de variation du taux net de reproduction R	+		+		pas de variation

IV. — ÉTUDE DE L'INFLUENCE DES VARIATIONS DE LA MORTALITÉ ET DE LA FÉCONDITÉ SUR LA CHARGE TOTALE

Sur la charge totale, la combinaison des deux tableaux précédents permet de dresser le tableau V suivant.

TABLEAU V

*Effet d'une baisse de mortalité à l'âge α sur la charge des personnes âgées (V_r)
sur la charge des jeunes J_r et sur la charge totale T_r .*

AGE α	0 ₂	19	30	37	60
V_r	—			+	
J_r	+	—			pas de variation
$T_r = V_r + J_r$	on ne peut pas conclure	—	on ne peut pas conclure		+

On voit qu'on ne peut conclure que dans deux cas :

1° Une baisse de la mortalité, entre 19 et 30 ans, diminuera la charge de personnes âgées et des jeunes, donc diminuera la charge totale;

2° Au delà de 60 ans, une amélioration de la mortalité accroît la charge des personnes âgées et laisse invariable la charge des jeunes, donc accroît la charge totale.

Pour les autres cas, on ne peut conclure aussi rapidement, le résultat dépend du taux net de reproduction de la population où s'opère la modification de la mortalité.

Prenons par exemple α compris entre 0 et 15 ans, les calculs précédents permettent d'écrire :

$$d J_r = J_r \varepsilon q (\alpha) d\alpha [\lambda (\alpha) - 1]$$

$$d V_r = V_r \varepsilon q (\alpha) d\alpha$$

$$d T_r = d J_r + d V_r = \varepsilon q (\alpha) \{ J_r [\lambda (\alpha) - 1] + V_r \} d\alpha$$

$$d T_r = \varepsilon q (\alpha) d\alpha \left\{ J_0 R [\lambda (\alpha) - 1] + \frac{V_0}{R} \right\}$$

$$d T_r = \varepsilon q (\alpha) d\alpha R \left\{ J_0 [\lambda (\alpha) - 1] + \frac{V_0}{R^2} \right\}$$

posons :

$$y_1 = \frac{V_0}{R^2} \quad y_2 = J_0 [1 - \lambda (\alpha)]$$

y_2 est une fonction de α représentée à peu près par la droite AB (graph. 4), R ne peut guère dépasser 1,4 dans les populations réelles et y_1 est donc supérieur à $\frac{V_0}{(1,4)^2} \approx \frac{V_0}{2}$. La valeur de α qui annule T_r est comprise entre 0 et α_n suivant la

valeur de R compris entre 1,4 et $\sqrt{\frac{V_0}{J_0}}$ Pour R inférieur à $\sqrt{\frac{V_0}{J_0}}$ $d T_r$ ne s'annule pas.

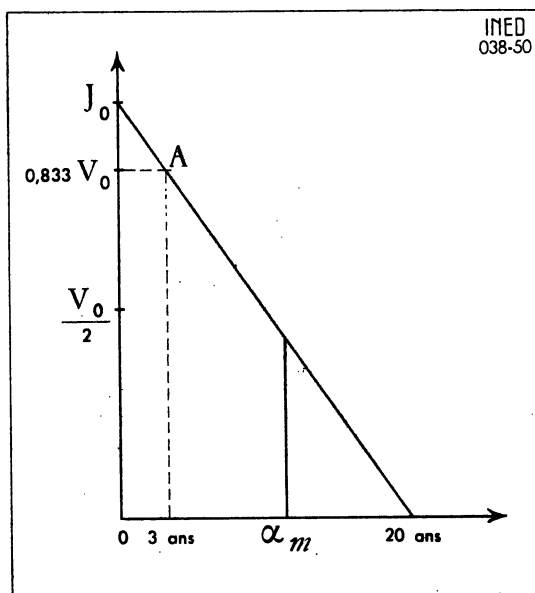
Actuellement on a à peu près $V_0 = J_0$ et pour fixer les idées prenons $R = 1,1$.

Par conséquent :

$$\frac{V_0}{R^2} = \frac{V_0}{1,2} = 0,833 V_0.$$

Dans ces conditions T_r s'annule pour un âge α voisin de 3 ans. Donc pour une

Graphique 4.
Variation de la fonction y_2



amélioration de mortalité comprise entre 3 et 15 ans la charge totale diminue, pour une amélioration au-dessous de 3 ans la charge totale augmente.

Le tableau (VI) permet d'appliquer la même méthode pour d'autres âges α .

TABLEAU VI

Valeur de dV_r et de dJ_r pour divers âges α .

AGE α	0-15 ANS	15-20 ANS	20-45 ANS
dV_r	$V_r \varepsilon q(\alpha) d\alpha$	$V_r \varepsilon \mu(\alpha) q(\alpha) d\alpha$	$V_r \varepsilon q(\alpha) d\alpha [\mu(\alpha) - v(d)]$
dJ_r	$J_r \varepsilon q(\alpha) [\lambda(\alpha) - 1] d\alpha$	$J_r \varepsilon q(\alpha) [\lambda(\alpha) - p(\alpha)] d\alpha$	$J_r \varepsilon q(\alpha) d\alpha [1 - v(\alpha) - p(\alpha)]$

Le calcul montre qu'entre 15 et 19 ans une amélioration de la mortalité diminue toujours la charge totale.

De 19 à 30 ans, nous avons déjà conclu à une diminution de la charge totale.

Enfin, de 30 à 37 ans, on a aussi une diminution de la charge totale.

A l'heure actuelle, on a donc le tableau suivant :

TABLEAU VII

Effet d'une baisse de mortalité à l'âge α sur la charge totale T_r .

AGE α	3	37	
Signe de variation de T_r .	+	-	+

Une amélioration de la mortalité entre 3 et 37 ans diminue la charge totale. En dehors de ces limites, elle l'augmente.

Entre 3 et 37 ans, le quotient de mortalité est petit. La mortalité est faible et on ne peut donc espérer à l'avenir une grosse amélioration à ces âges. Seule, la guérison de la tuberculose pourrait donner un résultat.

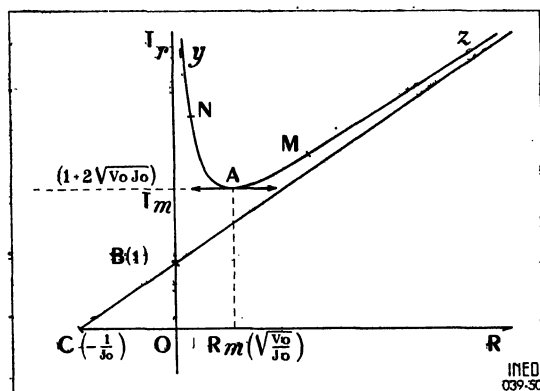
Par contre, les progrès peuvent être plus grands avant 3 ans et après 40 ans. L'évolution future de la mortalité se traduira alors par un accroissement de la charge totale. Au moment où l'on s'efforce de mettre sur pied un système de sécurité sociale couvrant tous les besoins, il n'est pas indifférent de savoir qu'il y a une tendance profonde à l'augmentation des charges de la population active, tendance sur laquelle nous ne pouvons rien.

Quel est l'ordre de grandeur de cette augmentation? Le calcul montre qu'elle n'est heureusement pas très considérable, de 5 à 6 % et il ne semble pas que ce soit là un obstacle au fonctionnement du système de sécurité social envisagé.

Voyons maintenant l'effet des variations de la fécondité sur la charge totale.

$$T_r = \frac{V_0}{R} + J_0 R + 1.$$

Pour une mortalité donnée (V_0 et J_0 constants) la courbe représentative des



Graphique 5.
Variation de la charge totale (T_r)
dans la population stable
en fonction du taux net
de reproduction (R)

variations T_r en fonction de R est une hyperbole asymptote à l'axe des T_r et à la droite CB (graph. 5).

L'ordonnée du point B est égale à 1, l'abscisse du point C est $-\frac{1}{J_0}$. Cette hyperbole présente un minimum en A . Le taux net de reproduction du minimum est $R_0 = \sqrt{\frac{V_0}{J_0}}$ et la charge minimum est alors égale à $1 + 2\sqrt{V_0 J_0}$.

Plaçons-nous à une date déterminée 1900 par exemple, J_0 et V_0 sont fixés par la mortalité de l'époque considérée. On a ici :

$$J_0 = 0,404 \quad V_0 = 0,268 \quad \sqrt{\frac{V_0}{J_0}} = 0,815 \quad 1 + 2\sqrt{V_0 J_0} = 1,66.$$

Supposons qu'à partir de 1900, on laisse la mortalité constante (V_0 et J_0 constant) et qu'on soumette successivement la population à toutes les fécondités

possibles, caractérisées par une série de taux nets de reproduction. La charge totale de la population active tendra successivement vers des charges stables qui dessineront l'hyperbole de tout à l'heure. Parmi toutes ses charges, il y en a une qui sera plus petite que toutes les autres et une autre qui correspondra à la fécondité effectivement observée en 1900. Le taux net de reproduction effectivement observé en 1900 étant égal à 0,98. Cette charge stable observée se placera en E, elle aura pour valeur 1,67 légèrement supérieure à la charge minimum (graph. 6). Cela veut dire qu'en 1900, une diminution de la fécondité aurait diminué la charge totale stable. A condition, toutefois que le taux net de reproduction ne tombe pas au-dessous de 0,815, car au delà la charge totale remonterait. En 1900, la charge réelle était égale à 1,66, donc égale à la charge minimum.

Il conviendra d'ailleurs de remarquer que la charge minimum ne représente pas un minimum pour la charge réelle qui peut être inférieure à cette charge minimum. Imaginons une population soumise depuis longtemps à une mortalité et à une fécondité. Portant le temps en abscisse et la charge en ordonnée (graph. 7), la droite AB représente la charge minimum, A' B' la charge stable et A'' B'' la charge réelle asymptote à A' B'.

Supposons qu'à l'instant, t , une variation de la mortalité se produise accroissant la charge minimum, qui passe en C D, la charge stable passe en C' D'. Sur la charge réelle l'effet de la mortalité ne se fait sentir que progressivement, et la charge réelle suivra le chemin B'' D'' asymptote à C' D' et entre les instants t et t' , elle sera inférieure à la charge minimum. Dans la réalité, les mouvements sont plus lents que ne l'indique le schéma mais le phénomène existe et peut même continuer longtemps si la baisse de la mortalité se prolonge.

On trouvera dans le tableau VIII pour la France quelques valeurs de la charge réelle, de la charge stable, de la charge minimum et du taux net de reproduction du minimum.

TABLEAU VIII

Évolution de diverses charges en France.

ANNÉES	CHARGE RÉELLE	CHARGE STABLE	CHARGE MINIMUM	TAUX NET de reproduction du minimum	TAUX NET de reproduction observé
1780	1.67	1.69	1.59	0.61	1.10
1800	1.69	1.68	1.62	0.70	1.09
1850	1.66	1.66	1.65	0.76	1.02
1900	1.66	1.67	1.66	0.81	0.98
1930	1.62	1.67	1.67	0.90	0.91
1946	1.62	1.73	1.71	1.02	1.30*

*Évaluation.

La charge minimum a constamment augmenté depuis 1780, c'est la conséquence de la baisse de la mortalité. La charge stable s'est rapprochée de la charge minimum en même temps que le taux net de reproduction observé se rapprochait du taux net de reproduction du minimum. Depuis 1900, les charges stables et minimum sont confondues. La charge réelle a suivi de très près la charge stable. Elle est passée depuis 1900 au-dessous de la charge minimum

suivant le schéma indiqué plus haut et aussi à cause des pertes de guerre et de l'immigration. Aujourd'hui, elle est toujours au-dessous de la charge minimum mais ce ne peut être là qu'une situation provisoire et elle aura tendance à passer au-dessus à l'avenir.

Le point important à noter est le petit écart qu'il y a maintenant entre le taux net du minimum et le taux net observé. Il en résulte que sur l'hyperbole précédente, la charge stable se trouve très près du minimum, si bien qu'une variation même importante de la fécondité n'affectera pas la charge stable. Dans les hypothèses extrêmes de M. Depoid (Taux nets de reproduction égaux respectivement à 0,7 et 1,2) on trouve des charges stables égales à 1,76 et 1,73, situées de part et d'autre de la charge minima égale à 1,71.

La charge totale de l'avenir nous apparaît donc à peu près indépendante de la fécondité. Le chemin que nous suivrons pour atteindre cette charge finale variera avec notre fécondité mais cela tient à des circonstances exceptionnelles dues à notre composition par âge anormale. Ce n'est d'ailleurs pas là, un aspect particulier à l'étude des charges de la population active. Tous les phénomènes démographiques, dans une France livrée à ses propres forces, présenteront au cours des prochaines années des oscillations inévitables? A ces difficultés exceptionnelles doivent correspondre des remèdes exceptionnels et la fécondité ne peut rien dans l'affaire.

La conclusion est importante car on peut alors se demander si le problème de la mise sur pied d'un système de sécurité sociale n'a pas été jusqu'ici posé à l'envers? On admet en général que le fonctionnement d'un système de sécurité sociale couvrant tous les besoins rencontre des difficultés démographiques et notre faible natalité est souvent rendue responsable des embarras financiers d'un tel système. Notre analyse montre que seule la mortalité est en cause. Bien plus, notre faible mortalité nous a conduit à une charge totale inférieure à ce qu'elle était il y a 150 ans. Un système de sécurité sociale couvrant tous les besoins est moins lourd aujourd'hui qu'en 1780. Aujourd'hui la tendance d'évolution de la mortalité, dont nous ne sommes pas maître, tend à augmenter la charge totale mais cet accroissement est limité et peu important. Il ne paraît pas susceptible d'empêcher le fonctionnement d'un système de sécurité sociale. Il faut donc repenser le problème, il n'y a pas d'obstacle démographique à l'installation d'un système de sécurité sociale couvrant tous les besoins. C'est en termes économiques que la solution doit être recherchée.

Jean BOURGEOIS-PICHAT.

DISCUSSION

M. THIONET. — Il est bien entendu que M. Bourgeois était obligé de faire certaines conventions pour ne pas traiter sur le même pied un consommateur de moins de 20 ans (ou de plus de 60) et un adulte.

Il est probable que la convention ($1 = 2/3 M$) est globalement justifiée. Mais le petit enfant consomme fort peu, du point de vue alimentaire, et assez peu aux autres points de vue. En revanche l'adolescent a une consommation alimentaire

souvent supérieure à celle de l'adulte, ses études peuvent coûter fort cher, il « consomme » énormément de chaussures (il *use* beaucoup).

Par conséquent je me suis permis d'attirer l'attention de l'auditoire sur le fait que lorsque M. Bourgeois détermine certaines limites d'âge, *telles que l'âge de 3 ans*, qui séparent les âges où la Société gagne à un accroissement de la mortalité de ceux où elle y pèse.

Ces limites sont calculées dans l'hypothèse d'une consommation des enfants indépendante de l'âge. Par conséquent, ces limites sont systématiquement fausses. Je suis convaincu que, vu la faible charge que représente un petit enfant, la limite de 3 ans est sensiblement trop élevée; et tout en admettant que les calculs de M. Bourgeois ont un sens et qu'il existe bien une limite vers ces âges, je suppose qu'on pourrait la situer plus près de 1 an que de 3.

M. Bourgeois ayant répondu que la limite serait peut-être 2, peut-être 8 ans, M. Thionet lui demande d'examiner dans quel sens il y a lieu de déplacer la limite pour se rapprocher de la réalité.

M. MALTHÈTE. — La communication de M. Bourgeois m'intéresse à un double titre, comme phthisiologue et comme médecin de la Sécurité sociale.

En effet, si j'ai bien compris la communication de notre collègue, les charges de la population active s'allègent lorsque la mortalité de la population de 3 à 37 ans diminue; elles augmentent d'autre part lorsque la mortalité de 0 à 3 ans diminue également. Or la courbe de mortalité par tuberculose présente deux sommets qui correspondent à la méningite tuberculeuse et à la tuberculose pulmonaire. La lutte contre cette endémie a eu pour conséquence une diminution des morts par méningite et par phthisie; la première de ces affections touche surtout les premières années de la vie; la seconde atteint les individus qui travaillent. Il serait intéressant de calculer si en définitive la diminution de la mortalité par tuberculose s'est traduite par une charge accrue ou réduite supportée par la population active.

Enfin, pour serrer de plus près les faits, il faudrait faire intervenir notamment les charges supportées par la population active du fait de la morbidité tuberculeuse; celle-ci en effet ne suit pas les mêmes variations que la mortalité.

M. René PUPIN pense que l'appellation « Population active » bien que possédant un sens défini est quelque peu arbitraire et qu'elle pourrait donner à penser que tous les éléments non compris sous cette rubrique représentent une population inactive ce qui serait tout à fait contraire à la réalité : il est des non-salariés, des non-syndiqués, des deux sexes, qui travaillent soixante-dix heures par semaine et davantage.

Si l'on établit un classement par âges, en considérant les moins de 20 ans et les plus de 60, voire 65 ans, comme effectifs de la population présumée inactive, ce choix comportera encore une bonne part d'arbitraire.

Enfin, s'il est évident que les moins de 14-15 ans sont à la charge de la population active, le cas devient douteux entre 15 et 20 ans et il serait inexact de mettre tous les plus de 60 ans à la charge de la population dite active. Beaucoup parmi ceux-ci se sont constitué des retraites, ou des réserves qu'ils ne doivent qu'à leur travail antérieur et le nombre des êtres qui laissent une fortune à leur décès excède assurément celui des enfants qui l'apportent à leur berceau.

M. René ROY. — M. ROY félicite le conférencier qui apporte une contribution

des plus précieuses à un problème intéressant à la fois la théorie et les applications concrètes. Il suggère que dans l'analyse des influences relatives aux variations de la fécondité et de la mortalité, il soit fait état des idées exposées par M. Hersch au sujet du « potentiel démographique » notamment pour les couches les plus jeunes de la population.
