JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

MOURRE

Définition et évolution de l'inégalité des revenus

Journal de la société statistique de Paris, tome 91 (1950), p. 294-320

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1950__91__294_0>

III

DÉFINITION ET ÉVOLUTION DE L'INÉGALITÉ DES REVENUS

Il existe des objets matériels et des concepts intellectuels qui peuvent être exactement définis; d'autres ne sont susceptibles que d'une définition incertaine, probablement parce que l'idée qu'on s'en fait est quelque peu confuse. L'inégalité des revenus est de ceux-ci. Sans doute tout le monde admettra que les revenus qui ne se totalisent pas par un chiffre identique sont inégaux, mais l'accord cessera, quand il s'agira d'expliquer ce que l'on entend par inégalité des revenus dans l'intérieur d'une répartition déterminée.

Dira-t-on qu'une répartition où il y aura beaucoup de petits revenus peu différents et quelques énormes fortunes sera très inégale ou dira-t-on qu'elle sera peu inégale? Dira-t-on qu'une répartition, où les revenus s'étagent par gradins, est plus inégale que la précédente?

Le seul moyen de résoudre la question est de passer en revue les définitions qu'on a déjà données de l'inégalité et d'en chercher de nouvelles, s'il y a lieu de le faire.

M. Fréchet a fait remarquer (1) qu'une bonne définition de l'inégalité des revenus doit être indépendante de la formule choisie pour représenter leur répartition. Ainsi on ne doit pas définir l'inégalité par le paramètre α de la formule de Pareto, ni par le paramètre a de la formule Galton, Mac Alister, Gibrat.

Toutefois, si on ne peut retenir ces paramètres à titre de définitions de l'inégalité, on peut s'en servir, quand on utilise les formules mathématiques, dont ils sont une des parties constituantes, pour repérer rapidement l'inégalité. Ainsi, si on détermine pour deux répartitions différentes le paramètre α et si l'on trouve dans l'une $\alpha = 1{,}580$ et dans l'autre $\alpha = 1{,}710$, on verra immédiatement que l'inégalité est beaucoup plus grande dans la première que dans la seconde.

Ceci posé, examinons les différentes définitions de l'inégalité.

Tout d'abord celle de Pareto.

---

(1) *Journal de la Société de Statistique de Paris*, numéro novembre-décembre 1943, p. 238.

Soit N_x le nombre d'individus ayant un revenu au moins égal à un revenu quelconque x.

Soit N_h le nombre d'individus ayant un revenu au moins égal au revenu minimum, c'est-à-dire le nombre total des contribuables.

L'inégalité sera définie par le rapport :

$$u_x = \frac{N_x}{N_h}. \qquad (1)$$

En d'autres termes l'inégalité croîtra quand N_x croîtra, c'est-à-dire quand le nombre de personnes riches croîtra par rapport à la population totale.

Mais ne pourrait-on pas inverser cette conclusion et dire : « Si le nombre de riches croît par rapport à la population totale, l'inégalité décroît. »

Le rapport d'inégalité de Pareto est donc susceptible d'une double interprétation, ainsi que l'a fait remarquer un statisticien américain, M. Young (1).

M. Bresciani-Turroni émet la même opinion (2) en relatant une discussion sur l'inégalité entre différents statisticiens, sans qu'il soit du reste question de la formule de Pareto elle-même.

Engel et Wagner tirent, du fait que le nombre des contribuables s'est relativement plus accru dans les classes riches que dans les classes pauvres, la conclusion que l'inégalité s'est accrue, alors que Böhmert, Sœtbeer et Wolf soutiennent l'opinion contraire. Cette différence des conclusions vient du fait que l'inégalité est définie d'une manière trop peu serrée par le rapport $\frac{N_x}{N_h}$.

Pareto a du reste reconnu lui-même que les critiques qu'on pouvait élever contre son rapport d'inégalité étaient justifiées, en remarquant qu' « on se rapproche de l'inégalité aussi bien si les riches deviennent pauvres que si les pauvres deviennent riches » (3).

Toutefois il n'y a pas de doute que le sens choisi par Pareto pour la variation de l'inégalité est bien celui qui doit être retenu.

En effet, en se rappelant que la formule de Pareto est $N_x = \frac{A}{x^\alpha}$, dans laquelle A et α sont des constantes pour une répartition déterminée et N_x le nombre d'individus ayant un revenu au moins égal à x, on a :

$$u_x = \frac{N_x}{N_h} = \frac{h^\alpha}{x^\alpha}. \qquad (2)$$

Ce rapport, qui croît quand α décroît, varie dans le même sens que les rapports divers qui utilisent la formule de Pareto et sont des fonctions décroissantes de α.

De plus aucun doute n'est plus permis, si on fait décroître α de $+\infty$ à 0 et si on considère les limites.

$$\text{Quand } \alpha = \infty, \text{ on a } u_x = \frac{N_x}{N_h} = \frac{h^\alpha}{x^\alpha} = \left(\frac{h}{x}\right)^\infty \qquad (3)$$

Mais $\frac{h}{x}$ est < 1 et le rapport $\left(\frac{h}{x}\right)^\alpha$ va en décroissant, quand l'exposant α croît. A la limite, $\alpha = \infty$ il devient nul. N_x est nul, c'est-à-dire que personne n'a un

(1) *American Statistical Association*, March 1917, n° 117.
(2) *Econometrica*, vol. 7, n° 2, April 1939, p. 127.
(3) *Cours*, édit. 1897, t. II, p. 318.

revenu au moins égal à x, revenu supérieur au minimum h. C'est l'équipartition. L'inégalité est nulle.

Au contraire, quand $\alpha = 0$, on a :

$$\frac{h_\alpha}{x^\alpha} = 1 \text{ et } N_x = N_h. \qquad (4)$$

Tous les individus ont un revenu supérieur à un revenu fini x. C'est l'inégalité maxima.

Le rapport de Pareto doit donc être affranchi du reproche d'être susceptible d'une double interprétation. De plus il éclaire d'un jour profond la question de l'inégalité. Mais cela nous le montrerons plus loin.

Il n'en est pas moins vrai qu'il ne représente pas une mesure de l'inégalité satisfaisant pleinement l'esprit et qu'il ne doit pas être difficile de trouver une définition plus claire de l'inégalité.

M. Fréchet a signalé dans une discussion qui a suivi une communication que j'ai faite à la Société de Statistique en 1943, que l'ingénieur Herzen a proposé dès 1900 (1) de prendre pour indice de l'inégalité des revenus $\frac{r'' - r'}{r}$ (1), où r est le revenu moyen, r'' la moyenne des revenus supérieurs à r, r' celles des revenus inférieurs à r.

A première vue on remarquera que plus l'écart entre r'' et r' est grand pour la même valeur de r, plus la valeur de l'indice est grande.

Nous allons voir que cet indice est la combinaison des deux autres indices dignes d'être considérés :

Soit n' le nombre des contribuables dont le revenu est inférieur au revenu moyen;

Soit n'' le nombre des contribuables dont le revenu est supérieur au revenu moyen.

On a :

$$r = \frac{n'r' + n''r''}{n' + n''} \qquad (5)$$

On a donc en appelant J le rapport d'inégalité de Herzen:

$$J = \frac{r'' - r'}{\dfrac{n'r' + n''r''}{n' + n''}}$$

Posons :

$$f' = \frac{n'}{n' + n''} \quad \text{et} \quad f'' = \frac{n''}{n' + n''}. \qquad (6)$$

En remarquant que $f' + f'' = 1$ et en passant les calculs intermédiaires, on obtient :

$$J = \frac{\dfrac{r''}{r'} - 1}{f' + f''\dfrac{r''}{r'}}. \qquad (7)$$

(1) La répartition des revenus. Bulletin de la Société Vaudoise *Les Sciences Naturelles* vol. XXXV, p. 282-295.

L'indice de Herzen assemble donc deux indices qui par eux-mêmes sont intéressants, d'une part le rapport de la moyenne des revenus supérieurs au revenu moyen à la moyenne des revenus inférieurs au revenu moyen, et d'autre part le rapport du nombre des contribuables, dont le revenu est inférieur au revenu moyen, au nombre total des contribuables, ainsi que le rapport du nombre des contribuables dont le revenu est supérieur au revenu moyen au nombre total des contribuables.

Remarquons qu'en 1922 j'ai proposé une définition de l'inégalité qui se rapproche beaucoup de celle de Herzen.

Elle assemble les indices $\frac{r''}{r'}$ et $\frac{f''}{f'}$.

Ma définition de l'inégalité était :

$$I = \frac{\text{Somme des revenus au-dessus du revenu moyen}}{\text{Sommes des revenus au-dessous du revenu moyen}}.$$

On a :

$$I = \frac{n'' \, r''}{n' \, r'}. \qquad (8)$$

Cet indice est beaucoup plus simple que celui de Herzen et il parle davantage à l'esprit.

Fréchet et Halbwachs ont proposé comme indice d'inégalité le rapport du revenu moyen au revenu médian. Je rappelle que le revenu médian est le revenu possédé par l'individu qui se trouve au milieu de la répartition, c'est-à-dire par celui qui a autant d'individus plus riches que lui et autant d'individus moins riches que lui, à une unité près, selon que le nombre des personnes considérées est pair ou impair.

Mais cet indice, malgré les avantages qui recommandent son emploi, présente l'inconvénient qu'on ne peut s'en servir en utilisant directement les données de la statistique, car les statistiques fiscales ne nous fournissent pas le revenu médian. On est obligé de la calculer au moyen d'une formule mathématique.

Aussi ai-je proposé comme indice d'inégalité le rapport du revenu moyen au revenu minimum. J'ai indiqué dans une communication précédente les raisons logiques qui m'ont fait choisir cet indice. Je n'y reviendrai pas (1).

Cet indice d'inégalité présente l'avantage de pouvoir être calculé immédiatement au moyen des données de la statistique. Cependant je l'ai abandonné. Sans doute il rend suffisamment compte de l'inégalité, si on considère une distribution obéissant à la loi de Pareto. Mais il peut n'en être plus de même, si on envisage une distribution quelconque.

Il existe encore plusieurs autres indices que je n'ai pas le temps de critiquer, par exemple le rapport de la somme des écarts avec le revenu équatorial au

(1) Cet indice, du reste, n'est autre que le premier indice de concentration de Gini. Mais je suis arrivé à l'établir par des moyens beaucoup plus simples que ceux employés par M. Gini. Il est $\frac{\alpha}{\alpha - 1}$, le revenu maximum étant pris infini dans une distribution de Pareto. Il ne faut pas le confondre avec un autre indice de concentration de Gini, beaucoup plus parfait, dont il sera question plus loin. On pourra lire sur ce sujet l'excellent exposé de M. René Roy sur l'œuvre de Pareto statisticien (*Revue d'Économie politique*, numéro septembre à décembre 1949).

revenu total, le revenu équatorial étant le revenu pour laquelle la somme des revenus au-dessus de lui égale la somme des revenus au-dessous de lui, ou encore :

$$\frac{\text{Sommes des écarts avec le revenu moyen}}{\text{Revenu total}}$$

ou encore :

$$\frac{\text{Somme des écarts avec le revenu médian}}{\text{Revenu total}}.$$

J'arrive à l'indice qui, du point de vue mathématique, est le plus parfait, l'indice de M. Corrado Gini, qu'il a nommé le rapport de concentration.

Nous posons $q_x =$ le rapport de la somme des revenus au plus égaux à x au revenu total T et nous posons $p_x =$ le rapport du nombre total des contribuables possédant un revenu au plus égal à x au nombre total des contribuables N.

T_x représentant la somme des revenus supérieurs à x.

On a :

$$q_x = \frac{T - T_x}{T}, \text{ d'où } q_x = 1 - \frac{T_x}{T}. \qquad (9).$$

On a semblablement :

$$p_x = 1 - \frac{N_x}{N} \qquad \text{ou} \quad \frac{T_x}{T} = 1 - q_x \quad \text{et} \quad \frac{N_x}{N} = 1 - p_x.$$

Nous construirons la courbe de concentration de la manière suivante :

Nous portons en abscisse q_x et en ordonnée p_x. Nous partons de la valeur $q_x = 0$ et $p_x = 0$ et nous aboutissons au point B, tel que $q_x = \text{O B} = 1$ et $p_x = \text{B A} = 1$.

Toutes les courbes de concentration, pour une distribution quelconque, partiront donc de 0 et aboutiront à A.

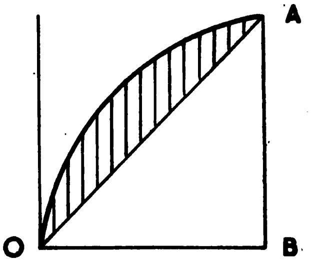

Fig. 1.

Si $x =$ le revenu minimum, la somme des revenus au plus égaux à x n'est pas nulle. Cette somme se compose, en effet, de deux parties : 1° les revenus égaux à x; 2° les revenus inférieurs à x. Ces derniers sont nuls, mais la somme des revenus au plus égaux à x n'est pas nulle. x a comme valeur limite le revenu minimum m et c'est au delà de cette limite que x devient nul.

On a de même $p_x = 0$.

Au point A, $q_x = 1$ et $p_x = 1$, ce qui signifie que le rapport des revenus au plus égaux à x égale le revenu total. x égale le revenu maximum, personne ne possédant un revenu supérieur au maximum.

La courbe de concentration va donc de m, revenu minimum, à M, revenu maximum.

Parmi toutes les courbes de concentration qui vont de 0 à A, il y en a une de remarquable, constituée par les points O et A et correspondant à l'équipartition, car alors tout le monde a le revenu $y = \frac{T}{N}$. Pour $x < y$, on a $q_x = 0$ et $p_x = 0$.

Pour $x \geqslant y$ on a $q_x = 1$ et $p_x = 1$.

Établissons la formule du rapport de concentration en nous servant de la formule de Gini qui est $1 - p_x = (1 - q_x)$ S, avec $S = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$, qui se confond du reste avec la formule de Pareto, quand on fait le revenu maximum infini et en admettant que cette formule s'applique à la distribution considérée. Nous supposerons d'abord le revenu maximum infini :

Le rapport de concentration est le rapport de l'aire hachurée à l'aire du triangle O A B. Celle-ci est égale à 1/2, puisque la base et la hauteur du triangle sont toutes deux égales à 1.

D'autre part on démontre que l'aire curviligne O C A B est égale à $\frac{\alpha}{2\alpha - 1}$. (10)

Donc l'aire hachurée est égale à :

$$\frac{\alpha}{2\alpha - 1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2(2\alpha - 1)}$$

et le rapport est cette quantité divisée par 1/2, c'est-à-dire par l'aire du triangle O A B qui est égale à 1/2 est

$$I = \frac{1}{2\alpha - 1}. \qquad (11)$$

On aboutit donc à une formule extrêmement simple.

Si on suppose M fini, la formule est un peu plus compliquée et l'on a, m étant le revenu minimum et μ le revenu moyen :

$$I = 2\left[\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\alpha - 1}\frac{m}{\mu}\right]. \qquad (12)$$

Toutefois, le revenu minimum et le revenu moyen nous étant fournis par la statistique, cette formule nous permet de calculer très rapidement l'inégalité.

Mais, si on remplace le revenu moyen par sa valeur, non plus tirée des données de la statistique, mais de l'équation de Pareto, la formule devient moins simple.

J'ai démontré, dans une communication faite à la Société de Statistique en 1943 que la formule du revenu moyen, si on considère l'ensemble de la répartition, N étant le nombre total des contribuables, était :

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha - 1} m \left[1 - \frac{1}{N^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}}}\right]. \qquad (13)$$

On obtient en remplaçant dans (12) μ par sa valeur :

$$I = 2\left[\frac{1}{2} - \frac{(\alpha - 1)}{(2\alpha - 1)\left(1 - \frac{1}{N^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}}}\right)}\right] \qquad (14)$$

d'où :

$$I = 2\left[\frac{1}{2} - \frac{(\alpha - 1)\, N^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}{(2\alpha - 1)\left(N^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1\right)}\right] \qquad (15)$$

Cette formule de l'inégalité se traduit par la définition suivante de M. Corrado-Gini. On démontre que l'inégalité est égale à $\frac{\sigma}{NT}$, en appelant σ la somme des valeurs absolues des écarts entre deux revenus, ceux-ci étant pris de toutes façons possibles. Je laisse de côté cette démonstration, qu'on peut trouver dans les œuvres de Gini. Cette définition satisfait pleinement l'esprit.

Je vais maintenant signaler quelques propriétés remarquables de l'indice de concentration de Gini.

Sans supposer que les lois de Pareto ou de Gini s'appliquent, et en admettant seulement que le nombre des contribuables décroît, ainsi que leur revenu global, à mesure que x croît, on a la relation $-\, dT_x = -\, x\, dN_x$ ou $dT_x = x\, dN_x$, T_x étant la somme des revenus au moins égaux à x et N_x, le nombre des contribuables ayant au moins le revenu x.

Nous avons déjà vu que

$$p_x = 1 - \frac{N_x}{N}$$

et que

$$q_x = 1 - \frac{T_x}{T}, \text{ d'où } d\,p_x = -\frac{1}{N}\,d\,N_x \text{ et } d\,q_x = -\frac{1}{T}\,d\,T_x$$

d'où

$$\frac{d\,p_x}{d\,q_x} = \frac{-\frac{1}{N}\,d\,N_x}{-\frac{1}{T}\,d\,T_x} = \frac{T}{N}\frac{d\,N_x}{d\,T_x},$$

Mais, puisque $\frac{T}{N} = \mu$, c'est-à-dire le revenu moyen et $d\,T_x = x\,d\,N_x$, on a

$$\frac{d\,p_x}{d\,q_x} = \frac{\mu}{x}.$$

Le coefficient angulaire de la tangente à la courbe de concentration au point de coordonnées p_x et q_x est donc $\frac{\mu}{x}$.

A l'origine quand $x = m$, revenu minimum, le coefficient angulaire de la courbe de concentration est $\frac{\mu}{m}$. Au point A, quand $x =$ le revenu maximum; Le coefficient angulaire est $\frac{\mu}{M}$.

Au point C, quand $x = \mu$, le revenu moyen, le coefficient angulaire est $\frac{\mu}{\mu} = 1$ et la tangente au point C est parallèle à la première bissectrice.

Ces considérations nous montrent combien le rapport $\frac{\mu}{m}$, que j'avais proposé en 1943, est médiocre pour définir l'inégalité. Il la définit en effet par la direction de la courbe à l'origine, alors qu'on ne sait rien du comportement qu'elle aura quand x s'accroîtra. Certes on peut l'utiliser, quand on emploie la formule

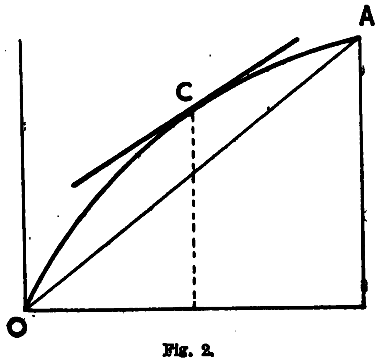

Fig. 2.

de Pareto, car tous les rapports d'inégalité qui sont des fonctions décroissantes de α peuvent servir à la repérer.

Mais, ainsi que M. Fréchet l'a fait remarquer et, comme je l'ai signalé au début de cette communication, une bonne définition de l'inégalité doit être indépendante de toute formule mathématique.

Donc $\frac{\mu}{m}$ est un indice de l'inégalité qui ne mérite pas d'être retenu.

En résumé l'indice de concentration de Gini est la meilleure définition de l'inégalité.

Cependant je lui en préfère une moins parfaite du point de vue mathématique, mais toutefois très suffisante et qui aura l'avantage d'être comprise de tous, même de l'homme de la rue.

L'indice de Gini a, en effet, un caractère abstrait, qui le rend difficilement accessible à tous ceux qui n'ont pas d'éducation mathématique. De plus, les résultats numériques qu'il fournit ne peuvent être traduits en langage économique et social. Quand l'indice de Gini passe par exemple de 1,5 à 1,7, quelle signification cette variation a-t-elle? L'inégalité s'est-elle considérablement ou peu accrue? Nous avons mesuré d'une manière précise sa variation, mais nous ne connaissons pas la signification économique de cette variation.

Au contraire, une bonne définition économique de l'inégalité doit exprimer de quel poids la fortune des riches écrase celle des pauvres; elle doit éclairer le problème immense de la misère humaine.

La question de l'inégalité des richesses est, en effet, une des plus importantes de celles qui se dressent devant nous. N'est-ce pas en son nom qu'à l'heure actuelle deux idéologies s'affrontent et que la civilisation tout entière est menacée de destruction?

Je reviens donc à la définition que j'avais proposée en 1943.

Je prends comme rapport d'inégalité la somme des revenus au-dessus du revenu médian, possédée par la moitié la plus riche des individus, à la somme des revenus au-dessous du revenu médian, possédée par la moitié la plus pauvre des individus. La société est donc divisée en deux classes, la première et la seconde, chaque classe contenant toujours le même nombre de personnes. Plus les revenus de la première classe croîtront par rapport à ceux de la seconde, plus l'inégalité augmentera. Cette définition ne peut prêter à aucune erreur d'interprétation et est susceptible d'être comprise par tout le monde. Elle a donc la valeur sociale que nous recherchons.

Si on opère dans la répartition de Pareto et si on fait le revenu maximum infini, on a en appelant R le rapport :

$$R = \frac{1}{2^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}. \qquad (16)$$

Dans ma précédente communication, j'avais aussi donné la formule du rapport d'inégalité, qui vient d'être choisi, dans un intervalle fini quelconque. Aujourd'hui, j'étudierai seulement la formule de R s'appliquant à toute la répartition, c'est-à-dire du revenu minimum au revenu maximum.

Je me borne à donner la formule, en négligeant la manière dont elle a été établie.

On a, N étant le nombre total des détenteurs de revenus :

$$R = \frac{\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{N^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}. \qquad (17)$$

On est obligé d'employer cette dernière formule et non pas la formule la plus simple, quand α devient petit et aussi quand N est petit. Ainsi, si $\alpha = 1$, la courbe de Pareto est une hyperbole équilatère et l'inégalité, calculée avec la formule, où le revenu maximum est infini, devient infinie. Cela ne se produit pas avec la formule complète. D'autre part, on est obligé d'introduire N dans la formule de l'inégalité si N devient petit. L'inégalité décroît rapidement dans le même sens que N. Elle est bien moindre si on part d'un revenu minimum élevé, c'est-à-dire si on ne considère qu'un petit nombre de contribuables.

Cette formule de R a en outre le précieux avantage d'être un peu plus simple que le rapport de concentration de Gini, calculé avec le revenu maximum fini. Elle va nous permettre, ce qui paraît moins facile avec la formule de Gini, d'étudier la variation de l'inégalité, de $\alpha = 0$ à $\alpha = +\infty$.

Simplifions les notations du rapport

$$R = \frac{\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{N^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}$$

en posant

$$a = \frac{N}{2} \text{ et } z = \frac{\alpha - 1}{\alpha}. \qquad (18)$$

On a alors

$$R = \frac{a^z - 1}{(2\,a)^z - a^z} = \frac{1 - a^{-z}}{2^z - 1}. \qquad (19)$$

Prenons la dérivée. Elle est

$$\frac{(2^z - 1)\, a^{-z}\, \mathrm{L}\, a - (1 - a^{-z})\, 2^z\, \mathrm{L}\, 2}{(2^z - 1)^2}. \qquad (20)$$

Multiplions le numérateur de cette dérivée par a^z et divisons-le par 2^z, ce qui ne change pas son signe, on obtient :

$$(1 - 2^{-z})\ \mathrm{L}\,a - (a^z - 1)\ \mathrm{L}\,2 \qquad (21)$$

Il est difficile de connaître le signe de cette expression.

Appelons u ce numérateur et cherchons sa dérivée u'. On a :

$$u' = \mathrm{L}\,a\ \mathrm{L}\,2\ (2^{-z} - a^z)$$

1er cas. — Faisons décroître x de 1 à zéro, z décroît de 0 à $-\infty$. En effet $z = \frac{\alpha - 1}{\alpha}$, et pour $\alpha = 1$, $z = 0$.

Pour

$$\alpha = 0, \text{ on a } z = \frac{0-1}{0} = -\infty.$$

Nous sommes dans le cas de z négatif et on a u' positif.

En effet posons $z = -z'$ avec z' positif.

On a :

$$2^{-z} = 2^{-(-z')} = 2^{z'} \text{ et } a^z = \frac{1}{a^{z'}}.$$

Il s'agit de connaître dans la formule de u' le signe de $2^{-z} - a^z$ ou de $2^{z'} - \frac{1}{a^{z'}}$.

Or $2^{z'} > \frac{1}{a^{z'}}$. En effet a qui représente un certain nombre de contribuables est toujours $> \frac{1}{2}$. Donc u' est positif. Mais u' est la dérivée de u. Il en résulte que, pour α décroissant de 1 à zéro, u est une fonction croissante de la variable et par suite de α. Il décroît donc si z décroît.

Mais, pour $z = 0$, u est nul. En effet on a :

$$u = \left(1 - \frac{1}{2^0}\right) \mathrm{L}\,a - (a^0 - 1)\ \mathrm{L}\,2.$$

Les deux membres sont nuls.

Mais, quand z décroît à partir de zéro, u qui est nul et qui décroît lui aussi devient négatif.

Si u, qui est le numérateur de la dérivée de R est négatif, la dérivée de R est elle-même négative. R est donc une fonction décroissante de la variable.

Donc R croît quand α décroît de 1 à zéro.

2e cas. — Faisons croître α de 1 à $+\infty$. On a alors z positif.

$u' = \mathrm{L}\,a\ \mathrm{L}\,2\ (2^{-z} - a^z)$ est négatif puisque le second terme est évidemment négatif.

Pour $z = 0$, u, comme on l'a vu, est nul. Si on fait croître z qui devient > 0, c'est-à-dire positif, u étant une fonction décroissante de la variable décroît. Donc u est encore négatif. Donc si l'on fait croître α de 1 à $+\infty$, R est encore une fonction décroissante de la variable puisque sa dérivée, comme dans le premier cas est négative. Par suite R décroît quand on fait croître α de zéro à $+\infty$.

Voyons maintenant ce que devient le rapport d'inégalité aux deux limites $\alpha = 0$ et $\alpha = +\infty$.

Quand α tend vers zéro, $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ tend vers moins l'infini et $\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$ tend vers $\left(\frac{N}{2}\right)^{-\infty}$ ou vers $\frac{1}{\left(\frac{N}{2}\right)^{\infty}}$, c'est-à-dire zéro. Le numérateur de R tend vers — 1.

Au dénominateur, de même $N^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$ et $\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$ tendent tous deux vers zéro. Mais c'est le second terme seul qu'il faut considérer, car il tend vers zéro moins vite que le premier. Il est, en effet, plus petit et ils ont tous deux le même exposant négatif.

On a donc

$$R = \frac{-1}{-0} = +\infty.$$

Pour $\alpha = 0$ l'inégalité devient infinie.

Pour $\alpha = +\infty$ au contraire le rapport d'inégalité devient égal à 1, c'est-à-dire que la somme des revenus au-dessus du revenu médian devient égale à la somme des revenus au-dessous du revenu médian.

En effet, on applique la formule de Pareto en laissant fixes N, nombre total des individus considérés et m revenu minimum.

La fonction de Pareto est $y = \frac{A}{x^{\alpha}}$. Quand on fait $x = m$, on a $y = N$.

Donc $N = \frac{A}{m^{\alpha}}$ et $A = N m^{\alpha}$ et la formule de Pareto devient : $y = N\left(\frac{m}{x}\right)^{\alpha}$ (22).

Si on fait dans cette formule $x > m$ et si α tend vers l'infini, y tend vers zéro, puisque le rapport $\frac{m}{x}$ est plus petit que 1.

Comment interpréter ce résultat? Si $\alpha = +\infty$, tous les revenus deviennent égaux à m; le revenu $x > m$, n'est plus possédé par personne et la formule indique que le nombre de personnes ayant un revenu au moins égal à x est nul. Mais nous sommes obligés de modifier notre rapport R d'inégalité. Nous n'avons plus en effet le droit d'écrire :

$$R = \frac{\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{N^{\frac{(\alpha-1)}{\alpha}} - \left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}$$

et nous devons faire disparaître — 1 du numérateur.

En effet cette formule a été établie en posant que le revenu maximum n'est possédé que par un seul individu et, puisque les revenus de tous sont égaux au revenu minimum, personne ne possède plus le revenu maximum.

D'autre part, quand $\alpha = +\infty$, en négligeant — 1 on a :

$$\frac{\alpha - 1}{\alpha} - \frac{\infty}{\infty} = 1.$$

Donc on a :

$$R = \frac{\frac{N}{2}}{N - \frac{N}{2}} = 1.$$

Quand $\alpha = \infty$, la somme des revenus supérieurs à m devient nulle. Il n'y a plus lieu de distinguer les individus possédant un revenu supérieur au revenu médian de ceux possédant un revenu inférieur au revenu médian. Tous possèdent le revenu minimum. C'est l'égalité complète.

Nous ferons toutefois remarquer que l'énoncé courant de la formule de Pareto est inexact. On a l'habitude de dire que N_x égale le nombre des individus ayant un revenu supérieur à x et que N_m, égale le nombre total des individus. Or, d'après cet énoncé, personne ne possède uniquement le revenu minimum, mais toutes les personnes considérées ont un revenu supérieur à ce minimum. Or, dans le cas présent, tous les individus considérés possèdent le revenu minimum et rien de plus. D'après l'énoncé courant N devrait donc être nul, alors qu'il n'en est rien.

Il est préférable de dire que y représente le nombre des individus ayant un revenu au moins égal à x. Seuls les Japonais, je crois, emploient cet énoncé de la formule de Pareto, qui seul est correct. Alors, quand $\alpha = +\infty$, N_m n'est pas nul, mais représente le total des individus de la répartition. Le revenu de chacun d'eux est égal au revenu minimum.

J'arrive maintenant à la partie la plus importante de ma communication, c'est-à-dire aux conclusions pratiques que cette étude des formules de l'inégalité va nous permettre de dégager.

Tout d'abord considérons une société évoluant à peu près librement, où l'État ne nivelle pas artificiellement les revenus, en confisquant presque totalement les gros revenus et calculons le rapport d'inégalité pour une distribution quelconque de revenus, par exemple celle de 1931 en France. On trouve $R = 2{,}98$, le revenu maximum étant pris fini, en partant d'un revenu minimum de 10.000 francs.

Voici donc une première constatation. La première classe n'écrase pas la

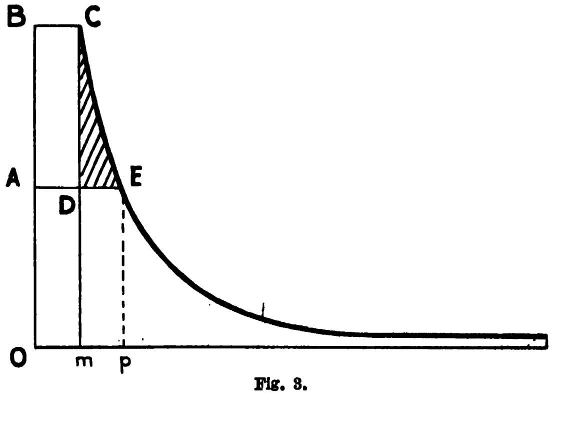

Fig. 3.

seconde classe d'un poids aussi lourd qu'on pourrait le croire. Il est vrai que les revenus au-dessous de 10.000 francs échappent à la statistique fiscale.

Nous allons maintenant nous poser la question suivante.

En considérant comme constants le total des revenus français de 1931, soit 49.910.486.900 francs et le nombre des individus, soit 2.080.164, l'inégalité pourrait-elle beaucoup s'accroître, si la Société modifiait sa structure?

1er cas. — Nous considérerons comme fixe le revenu minimum de 10.000 francs. Seul le revenu maximum pourra varier et la répartition cessera d'obéir à la loi de Pareto. En effet, si le revenu total, le nombre des imposés et le revenu minimum ne varient pas, d'après la formule de Pareto, le revenu maximum, lui aussi, devrait rester constant.

Le rapport d'inégalité est :

$$R = \frac{T_n}{T - T_p} \quad (23)$$

T_p étant les sommes des revenus supérieurs au revenu médian, T étant le revenu total et $T - T_p$ la somme des revenus au moins égaux au revenu médian. Nous avons dit que ce rapport, pour les revenus français de 1931, était 2,98. Supposons, pour simplifier les calculs, qu'il soit exactement trois. Sur les quatre parts égales du revenu total, la première classe obtiendra donc trois parts et la seconde classe une part.

$T - T_p$ ne peut s'abaisser au-dessous de 10.000 × 1.040.082, car les individus faisant partie de cette seconde classe ne peuvent posséder moins du revenu minimum, c'est-à-dire moins de 10.000 francs.

$T - T_p$ est représentée sur la figure par l'aire A B C E.

Quand tous les individus de la deuxième classe ne possèdent plus que 10.000 francs de revenus, l'aire hachurée devient nulle et disparaît.

On avait précédemment :

$$R = \frac{12.477.621.725 \times 3}{12.477.621.725} = 3.$$

Si $T - T_p$ est réduit à 10.400.820.000 de revenus, on a :

$$R = \frac{12.477.621.725 \times 3 + 2.076.801.725}{10.400.820.000 \text{ fr.}} = 3{,}79.$$

Le rapport d'inégalité est donc 3,79 au lieu de 3.

Mais l'hypothèse que nous venons de faire est absurde. Comment admettre que, dans la société moderne, où les revenus s'étagent par gradins, la moitié de la population considérée soit composée d'individus ayant tous le même revenu, c'est-à-dire le revenu minimum?

Laissons donc de côté cette hypothèse et admettons que la surface hachurée, au lieu de disparaître complètement, soit seulement réduite de moitié. On trouve alors que le rapport d'inégalité devient seulement 3,36 au lieu de 3. Sa hausse est donc peu importante.

Mais même cette dernière hypothèse est peu satisfaisante. En réduisant l'aire hachurée de moitié, nous nous éloignerons encore beaucoup de la structure de Pareto.

Nous serons obligés, en effet, pour conserver la même aire de revenus, d'élever beaucoup le revenu maximum (M' au lieu de M) et de creuser davantage la courbe P. La nouvelle courbe sera très éloignée d'être une courbe de Pareto.

Or, celle-ci, ne l'oublions pas, est une forme de répartition naturelle. En effet, beaucoup d'individus ont un revenu situé aux environs du mode, valeur très supérieure du reste au minimum vital; leur nombre diminue très rapidement, à mesure que x croît. D'autre part, un seul individu possède le revenu maximum et le nombre de ceux qui ont un revenu élevé est très petit. La

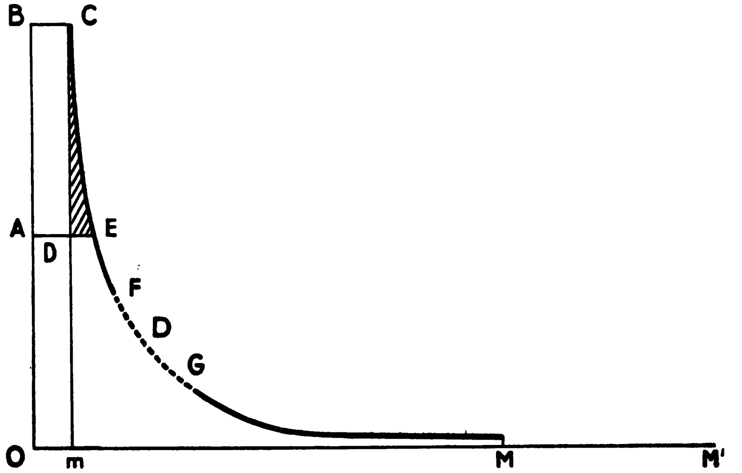

Fig. 4.

courbe du nombre des individus sera donc, à son début, peu éloignée de la verticale et se terminera en se rapprochant de l'horizontale. Le tracé en pointillé joindra les deux points F et G, mais ne devra pas présenter de coude brusque.

Toutes les répartitions modernes des revenus, dans une société capitaliste évoluant librement, obéissent à la loi de Pareto avec une approximation satisfaisante.

La seconde hypothèse que nous venons de faire, quoique plus vraisemblable que la première, doit donc aussi être rejetée.

Faisons donc une troisième hypothèse. Au lieu de laisser le revenu minimum constant, nous le fixerons à une valeur plus basse, 7.000 francs au lieu de 10.000 francs. On ne peut guère l'abaisser davantage. 7.000 francs de 1930 représentent 1.400 francs de 1913. Adopter un chiffre moindre, ce serait admettre que ceux qui ne sont pas inscrits dans les rôles, parce qu'ils ont moins du minimum imposable, seraient voués à l'extrême misère.

Le nombre total des individus et leur revenu total restant constants, mais le revenu minimum étant abaissé, nous pouvons de nouveau construire une courbe de Pareto. Comme nous connaissons le revenu moyen, nous obtiendrons immédiatement α par la formule $\alpha = \dfrac{\mu}{\mu - m} = 1{,}412$, en supposant le revenu maximum infini.

Nous portons ensuite cette valeur de α dans la formule (17):

$$R = \frac{\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{N^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}$$

et nous obtenons R = 4,376. L'inégalité s'est donc très sensiblement accrue : 4,376 au lieu de 3.

Mais cette variation n'a eu lieu qu'au moyen d'un abaissement du revenu minimum. Par contre, si le revenu minimum, le nombre des contribuables et le revenu total restent constants, l'inégalité ne peut varier que dans d'étroites limites.

Nous allons voir maintenant que la structure sociale, tout au moins dans le passé, s'est montrée extrêmement stable.

La richesse et la population se sont beaucoup accrues de 1898 à 1910 en Saxe et de 1892 à 1911 en Prusse. En Saxe, le recensement des revenus portant sur la population totale, c'est-à-dire même sur les personnes ayant moins de 300 marks de revenus indique en 1878, 1.008.000 individus et en 1910, 2.105.000 individus. Quant au revenu moyen, il a passé de 889 marks à 1.377 marks. En Prusse la statistique, établie de la même manière, fait ressortir en 1892, 2.436.000 individus et en 1911, 6.552.000. Le revenu moyen s'est élevé de 867 marks à 1.220 marks.

Par contre, il y a eu peu de variations des chiffres de la population et des revenus au Danemark de 1903 à 1908, années du reste assez voisines. La statistique portant toujours sur la population totale indique 1.088.000 personnes en 1903 et 1.153.000 en 1908. Le revenu moyen ne s'élève que de 987 à 1.029 couronnes.

Or, dans ces trois pays, que la population se soit beaucoup ou peu accrue, que le revenu moyen ait beaucoup ou peu augmenté, la structure sociale est restée extrêmement stable.

La statistique suivante, établie par M. Dugé de Bernonville, le prouve (1) :

Pourcentage des personnes physiques.

	SAXE		PRUSSE	
	1910	1878	1911	1892
Cinquième des revenus possédés par	50,55	50,63	55,70	54,00

Pourcentage des personnes physiques.

	DANEMARK	
	1908	1903
Deux cinquièmes des revenus possédés par	74,62	73,70

Les changements dans les pourcentages sont insignifiants. Cette statistique est particulièrement intéressante, parce qu'elle porte non pas seulement sur la zone des revenus assez élevés qui obéissent à la loi de Pareto, mais sur les revenus de la population tout entière, y compris les petits revenus qui ne sont pas soumis à cette loi.

Mais, si déjà les revenus obéissant à la loi de Pareto sont imparfaitement

(1) *Bulletin de la Statistique Générale de la France* (octobre 1912-juillet 1913), t. II. M. Dugé de Bernonville a donné les chiffres complets des statistiques officielles dont il a tiré ses conclusions et il a cité leurs sources.

connus par suite de la fraude, que sait-on des petits revenus? Les statistiques qui les dénombrent sont tout à fait imparfaites et pèchent en général par sous-estimation.

Nous ferons remarquer toutefois que, pour que les statistiques utilisées par M. Dugé de Bernonville soient valables, à titre comparatif, il suffit d'admettre que l'estimation des revenus ait toujours lieu par la même méthode. Par conséquent le pourcentage d'erreur reste le même à des époques différentes.

Cette supposition est plausible, surtout dans des périodes, comme celles que nous avons considérées, où il n'y a pas eu de modifications fiscales importantes.

Voyons maintenant si une crise grave, comme celle de 1929, a modifié profondément la structure sociale. *A priori* on est tenté de l'admettre. Les gros revenus, semble-t-il, doivent être beaucoup plus éprouvés par la crise que les petits revenus. Cependant, il n'en a été à peu près rien, du moins en France.

Considérons toujours l'année 1931. La crise de 1929, venue des États-Unis, n'avait pas encore eu le temps d'ébranler l'économie française. Mais il n'en est plus de même en 1935. Certes de 1931 à 1935 le revenu moyen, pour les revenus soumis à l'impôt général, n'a fléchi que d'une manière insignifiante, 23.812 francs en 1935 contre 23.993 en 1931. Mais cela tient uniquement à ce que le maximum imposable n'a pas changé et à ce que le nombre des imposés a beaucoup diminué. Il s'est abaissé de 2.080.164 à 1.645.988. En effet, beaucoup de personnes ont été exclues des rôles, parce qu'elles ne possédaient plus 10.000 francs de revenus.

La comparaison doit donc porter sur le même nombre d'individus qu'en 1931 et pour cela, il faut connaître le revenu minimum de ces individus, qui était en 1935 sensiblement inférieur à 10.000 francs. Il n'est pas donné par la statistique fiscale, mais il suffit, pour le trouver, d'admettre que la formule de Pareto s'applique à partir d'un minimum sensiblement inférieur à 10.000 francs ayant le pouvoir d'achat de 1935. Le fait que la formule de Pareto est valable pour d'autres statistiques de revenus partant d'un minimum très inférieur à 10.000 francs de 1935 (dont le pouvoir d'achat était à peu près le même qu'en 1931) prouve que cette hypothèse doit être exacte.

Nous calculons α pour 1935 avec les données de la statistique de 1935 et on trouve $\alpha = 1{,}721$. Appelons N' le nombre de contribuables, égal à celui de 1931, c'est-à-dire 2.080.164 et N le nombre de contribuables ayant un revenu au moins égal à 10.000 francs en 1935, c'est-à-dire 1.645.988.

Nous avons, d'après la formule de Pareto :

$$\frac{N}{N'} = \frac{1.645.988}{2.080.164} = \frac{m'^{\alpha}}{m^{\alpha}}$$

$m' = 10.000$. L'inconnue est m. On trouve $m = 8.720$ francs.

Si la comparaison porte, pour les années 1931 et 1935, sur le même nombre d'individus, on trouve donc que le revenu minimum a fléchi de 10.000 à 8.720 francs et que le revenu moyen s'est abaissé de 23.993 francs à 20.767 francs.

Si on calcule le rapport d'inégalité, on trouve pour 1931 avec $\alpha = 1{,}712$ $R = 2{,}98$. Pour 1935, on obtient $R = 2{,}95$ avec $\alpha = 1{,}721$.

Le revenu moyen a donc diminué de 8,659 % et l'inégalité a fléchi seulement de 1,01 %, c'est-à-dire qu'elle est restée à peu près stationnaire.

La structure sociale est donc restée extrêmement stable dans le passé. C'est aussi l'avis de statisticiens éminents tels que Bowley et Gibrat. En est-il de même à l'époque présente? Que penser aussi de l'avenir?

Il n'y a pas de doute qu'à l'époque actuelle l'inégalité ait beaucoup diminué. Les exemples de stabilité que je viens de donner ne s'appliquent en effet, ne l'oublions pas, qu'à une société évoluant librement dans des circonstances économiques normales.

Depuis, est arrivée la guerre, qui n'est pas un fait économique dérivant d'une évolution naturelle, mais une circonstance accidentelle due à la folle ambition d'un dictateur. De plus, les gouvernements des pays dits démocratiques sont intervenus pour niveler, par des mesures fiscales, les fortunes et les revenus.

Il n'y a plus à songer à étudier l'inégalité des revenus au moyen des statistiques fiscales récentes. L'Administration fait subir aux petits revenus des déductions pour charges de famille tellement importantes, qu'ils ne représentent plus les revenus réels, mais des chiffres tout à fait arbitraires. Certes, je ne conteste pas l'utilité de ces déductions; il n'en est pas moins vrai que les statistiques actuelles des revenus ne sont plus que des documents fiscaux sans valeur pour l'économiste.

Consultons plutôt la statistique des fortunes établies pour l'impôt de solidarité. Nous voyons qu'il n'y avait que 13 personnes possédant plus de 500 millions de capital, c'est-à-dire, en comptant en francs ayant le pouvoir d'achat de 1914, 5 millions de capital. Même en tenant compte de la fraude dans les déclarations, on voit du premier coup d'œil combien l'inégalité des fortunes a diminué.

Quant à celle des revenus, elle a aussi beaucoup décru. Tout d'abord, une moindre inégalité dans la répartition des capitaux entraîne une moins grande inégalité dans celle des revenus. Mais la cause principale de la diminution de l'inégalité des revenus est l'amputation massive des gros revenus opérée par le fisc.

Du reste, on n'atteint pas ainsi le but désiré, qui est d'améliorer le sort des classes les plus pauvres. Les gros revenus ne sont qu'une poussière et leur redistribution produit un effet qu'on peut considérer comme nul. Par contre, en pénalisant l'enrichissement on détruit l'esprit d'initiative et on diminue la prospérité générale. L'inégalité est un phénomène naturel; elle marque la différence des rôles et des valeurs et il est absurde, par des mesures artificielles, de vouloir la supprimer.

Tournons-nous maintenant vers l'avenir. Nous nous plaçons dans l'hypothèse où la société évolue librement, c'est-à-dire où l'État n'intervient pas pour modifier sa structure et où le revenu moyen s'accroît. Cette augmentation de la richesse est plausible, car les progrès de la technique s'accélèrent sans cesse et on s'approche du moment où la loi de Malthus sera inversée; la production s'accroîtra plus vite que la population.

Nous admettrons encore que la loi de Pareto restera approximativement valable, car, comme je l'ai dit, elle est la loi naturelle de distribution des revenus.

Ceci posé, nous sommes en présence de deux modes d'accroissement du revenu moyen :

1° Le revenu minimum reste constant et seule la décroissance de α fait augmenter le revenu total et le revenu moyen;

2° α reste fixe, le revenu minimum s'accroît et le revenu de chacun s'accroît dans le même rapport. C'est la variation proportionnelle.

On a, en effet, la population, c'est-à-dire N, restant constante, μ représentant le revenu moyen et m le revenu minimum.

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha - 1} m \left[1 - \frac{1}{N^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}}} \right].$$

Dans le second membre de l'équation, m a seul varié. Nous avons supposé pour plus de commodité, la population, c'est-à-dire N, constante. Cela est inexact, mais N, s'il est suffisamment grand, n'exerce sur le revenu moyen qu'une influence insignifiante.

Rien ne s'oppose du reste à ce que les deux modes d'accroissement du revenu moyen soient simultanés.

Dans le passé nous avons vu qu'en Saxe, en Prusse et au Danemark, malgré un accroissement considérable de la population et du revenu moyen, la structure sociale n'avait guère changé. L'accroissement du revenu moyen a donc eu comme cause presque unique l'accroissement du revenu minimum. La diminution de α n'a pu jouer qu'un rôle très faible.

Mais il peut n'en être pas de même dans l'avenir.

Je ferai remarquer toutefois qu'il paraît peu vraisemblable que l'accroissement du revenu total ait lieu sans être accompagné d'une augmentation du revenu minimum. En effet, les revenus doivent rester groupés. Il semble peu admissible que dans l'échelle des revenus les échelons s'éloignent trop les uns des autres. Les facultés humaines ne diffèrent pas assez, pour qu'il s'établisse un profond hiatus entre les catégories sociales. La courbe des revenus est, en effet, discontinue et c'est pour plus de commodité, qu'on la représente par une courbe continue.

S'il en est ainsi, c'est-à-dire si la société doit rester groupée, l'inégalité ne s'accroîtra pas par trop dans l'avenir.

On ne doit même pas rejeter la possibilité d'un accroissement du revenu moyen par suite de l'accroissement du revenu minimum, alors que le revenu maximum augmenterait dans une proportion moindre que le revenu minimum. Alors α, au lieu de diminuer, s'accroîtrait.

Si, en effet, l'accroissement des revenus reste proportionnel, la situation relative des riches et des pauvres reste la même. L'écart entre leurs revenus s'est toutefois élargi. Si le revenu minimum est par exemple 50.000 francs et s'il devient 500.000 francs, α n'ayant pas varié, les personnes qui possédaient 100.000 francs auront désormais 1 million. La différence entre les deux catégories de revenus, qui n'était que 50.000 francs, deviendra 500.000. Les gradins de l'escalier des revenus seront de plus en plus élevés. Ne serait-il pas vraisemblable qu'il y eût là un obstacle à la variation proportionnelle et que, de ce fait, le rapport du revenu maximum au revenu minimum non seulement n'augmentât pas, mais au contraire pût diminuer. L'argument du trop grand espacement des revenus revient encore. Il est donc possible que dans l'avenir $\frac{M}{m}$ diminue. Mais ce n'est là qu'une hypothèse.

Quoi qu'il en soit, en admettant même que le rapport $\frac{M}{m}$ s'accroisse, que par suite α diminue et que l'inégalité augmente, les classes pauvres profiteraient de l'accroissement du revenu moyen; leur sort s'améliorerait.

Il faut revenir à la définition de l'inégalité de Pareto: $\frac{N_x}{N_h} = \frac{h^\alpha}{x^\alpha}$, h représentant le revenu minimum.

Certes, d'après cette formule et d'après toutes les définitions de l'inégalité, celle-ci s'accroît, quand α décroît, mais elle augmente non pas seulement, parce que le revenu des riches augmente, mais parce que ceux-ci deviennent de plus en plus nombreux. La zone des revenus inférieurs est de plus en plus déserte. N'est-ce pas à tout prendre à une diminution et non pas à une augmentation de l'inégalité à laquelle nous assistons? L'indice de Pareto, comme nous l'avons vu, peut s'interpréter dans deux sens et c'est cette possibilité de double interprétation qui lui confère son intérêt et sa profondeur.

Ce n'est pas tout. Comme je l'ai dit, il paraît impossible que le revenu minimum reste fixe. Par conséquent, s'il augmente, même si α décroît et si l'inégalité s'accroît, les personnes les plus pauvres s'enrichiront. Ce sera donc non plus l'inégalité résidant dans une opposition de la pauvreté à la richesse, mais une inégalité opposant une richesse inférieure à une richesse supérieure. Or, celle-ci est beaucoup plus facile à supporter que la première. Si la ration quotidienne de pain est réduite à quelques grammes par jour, une ration double évitera à l'affamé qui en est gratifié de mourir de faim. Mais si de nombreux kilos de pain sont mis à la disposition de tous, il ne servira à rien d'en posséder au delà de ses besoins. L'inégalité mathématique mesurée en kilos pourra s'accroître, l'inégalité réelle deviendra nulle.

Il semble donc peu probable que la société moderne, pourvu qu'elle évolue librement, j'insiste sur cette condition, tende vers une inégalité réelle plus grande. Celle-ci au contraire semble devoir diminuer dans l'avenir.

MOURRE.

DISCUSSION

M. FRÉCHET. — Au sujet du très documenté et très intéressant exposé que nous venons d'entendre, je ferai d'abord quelques observations de détail.

L'indice :

$$R = \frac{T_p}{T - T_p}$$

dû à l'orateur paraît très bien choisi pour donner une idée de l'inégalité des revenus. Il faut toutefois noter que si l'objection que M. le baron Mourre avait formulé contre ma propre définition de 1924 (donnée d'ailleurs seulement à titre d'exercice) était importante, elle se retournait contre la sienne, puisque les deux définitions font intervenir le revenu médian. Mais, s'il est bien vrai que ce dernier doit être calculé par interpolation dans une tranche, on peut observer que, la loi de Pareto s'appliquant assez bien près du revenu médian, il suffira d'une interpolation portant sur $\log x$ et $\log N_x$ effectuée par parties proportionnelles pour obtenir une très bonne évaluation du revenu médian.

Quand M. Mourre calcule son indice dans l'hypothèse de la loi de Pareto, il ne me semble pas qu'il y ait intérêt à substituer à sa formule (16) obtenue dans le cas d'un revenu maximum infini, sa formule (17) obtenue dans le cas d'un revenu maximum fini. M. En effet, il détermine celui-ci par l'hypothèse que ce revenu est possédé par une seule personne, d'où $1 = \frac{A}{M^\alpha}\cdot$ Mais pour $x > M$, on devrait avoir $\frac{A}{x^\alpha} = 0$! Et d'ailleurs sa seconde formule pouvant s'écrire :

$$R = \frac{1 - \left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}{2^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}$$

ne diffère de la première que par le terme $\left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\cdot$ Quand on emploie ensuite, cet indice, quelques pages plus loin, pour la France, on a environ, avec les données de M. Mourre pour 1931 :

$$\left(\frac{2}{N}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \backsimeq \left(\frac{1}{10^6}\right)^{0,41} \backsimeq 0{,}003.$$

Ainsi l'erreur *relative* commise en utilisant la première formule au lieu de la seconde n'est que 3 millièmes, c'est-à-dire négligeable, même en admettant que la seconde formule soit théoriquement plus justifiée.

En ce qui concerne l'indice de M. Gini, je suis d'accord avec M. Mourre pour penser que sa définition paraîtrait abstraite si on la présentait sous la forme du rapport R de deux aires. Mais elle a, au contraire, un sens économique très simple et à la portée de tous, si on la présente comme la valeur G du rapport au revenu moyen de la moyenne arithmétique des écarts mutuels des revenus. On peut alors, au point de vue du calcul numérique, trouver plus commode de calculer R et d'en déduire G par la relation :

$$G = 2\,R.$$

M. Mourre nous demande quelle peut-être la signification économique d'une variation de 1,5 à 1,7 de l'indice G. Elle est pourtant claire : pour un même revenu moyen, les écarts entre les revenus se sont détendus en moyenne dans la proportion de 1,5 à 1,7. Dans la phraséologie actuelle : « l'éventail des revenus » s'est étalé dans cette même proportion.

Il y a d'ailleurs dans l'indice de M. Gini, une idée générale qui pourrait être interprétée de bien d'autres façons pour définir un indice d'inégalité des revenus. C'est une sorte de « coefficient de variation », d'un nombre aléatoire X (ici le revenu), coefficient entendu comme le rapport d'une sorte d' « écart typique » de X définissant l'étalement de « l'éventail » des revenus, (la « dispersion » du revenu en langage statistique) à une « valeur typique » de X donnant une estimation de son ordre de grandeur. D'ailleurs, M. Mourre a cité, sans s'y arrêter, deux définitions de l'indice qui rentrent dans cette catégorie.

Mais venons maintenant au *point le plus important*. M. Mourre a étudié avec beaucoup de soin l'évolution de l'exposant α de Pareto pour en tirer des conclusions relatives à l'évolution de l'inégalité des revenus. Et en effet la loi de Pareto s'applique assez bien, sans que son approximation soit très bonne, pour qu'on puisse considérer toute fonction décroissante de α comme un indice d'inégalité *dans la population mouvante des assujettis à l'impôt sur le revenu.* L'étude de cette population particulière n'est pas sans intérêt, bien que sa définition économique soit assez inconsistante, puisqu'elle revient à une définition administrative assez arbitraire et en tout cas généralement en retard sur les événements.

Mais M. Mourre nous dit : « Une bonne définition économique de l'inégalité doit exprimer de quel poids la fortune des riches écrase celle des pauvres : elle doit éclairer le problème immense de la misère humaine ». Nous sommes d'accord, en effet, que c'est bien là la question essentielle que la création des indices d'inégalité avait pour but d'essayer de résoudre. Or, si l'on se place à ce point de vue, on aura à utiliser un indice exprimant l'inégalité de la répartition de l'*ensemble* de *tous* les revenus. On pourra à cet effet : 1° s'adresser à l'un des indices étudiés par M. Mourre *sous la forme* qui est *indépendante* du choix d'une formule de répartition des revenus; 2° puis, soit calculer numériquement cet indice au moyen d'une table statistique embrassant l'*ensemble des revenus*, soit, pour faciliter la discussion, en utilisant une formule de répartition concernant aussi l'*ensemble des revenus.*

M. Mourre a utilisé les deux méthodes. Il a recueilli des données statistiques concernant trois pays du Nord qui apportent à l'assertion de Pareto concernant la stabilité jusqu'à une époque récente de la répartition des revenus, une confirmation bien nécessaire. Car M. Mourre a su trouver des tables concernant l'ensemble des revenus, tandis que les données de Pareto n'étaient que *partielles.* Au contraire, nous ne pourrons suivre M. Mourre dans l'application qu'il a faite de la seconde méthode où il utilise la loi de Pareto (R = 4,376, p. 308; intervention de α, pp. 311 et 312). Il reconnaît bien que cette loi ne s'applique pas aux revenus les plus bas, mais considère-t-il qu'il s'agit d'une exception négligeable? Les statistiques embrassant l'ensemble des revenus sont malheureusement rares et on peut discuter de leur exactitude et de leur interprétation. Mais nous avons pu cependant en réunir d'assez diverses pour ne laisser aucun doute sur l'allure générale de la répartition de l'ensemble des revenus.

Si l'on trace un graphique de la « densité » de la fréquence d'un revenu, c'est-à-dire pratiquement si l'on représente graphiquement le nombre n_x des individus dont le revenu est entre x et $x + 1$, on devrait en vertu de la loi de Pareto avoir une courbe constamment descendante.

Or, sans même consulter de statistique, un peu de réflexion montre que le nombre des individus ayant le plus petit revenu, — qui ont ainsi tout juste de quoi vivre, — ne peut être que petit et doit donc, non décroître, mais au contraire commencer à croître. C'est évidemment l'inverse qui aura lieu pour les gros revenus. En quel sens doit-on donc comprendre avec M. Mourre que la loi de Pareto soit une loi de répartition « naturelle »? Il pourrait arriver, il est vrai, que, comme le supposait d'abord M. Mourre, la partie de la courbe de densités relative aux bas revenus monte si verticalement qu'elle ne concerne qu'une portion infime de la population. Les *faits démentent complètement cette première hypothèse.*

C'est par exemple ce qui résulte d'une figure où nous avons rassemblé des courbes de densités relatives à des tableaux de natures très diverses (dont nous donnerons ailleurs les références). C'est aussi ce qui résultait des courbes de densités de salaires ouvriers que nous avons publiées ailleurs (1).

Pour compléter l'impression produite par ces graphiques, par un exemple numérique, reportons-nous par exemple à une table donnant la répartition de l'ensemble des revenus aux États-Unis en 1925-1926. Tout d'abord, nous vérifions ici encore que si le nombre d'individus ayant un revenu entre x et $(x + 1)$ décroît régulièrement, comme pour la loi de Pareto, mais à partir de $x = \$ 1.000$, il croît auparavant, comme le montre l'extrait suivant :

	POURCENTAGE	
x	du nombre d'individus	du total de leurs revenus
de 0 à 250	5,38	0,50
de 251 à 500	11,63	2,98
de 501 à 750	14,63	6,10
de 751 à 1.000	14,90	8,65
de 1.001 à 1.250	12,65	9,42

Le revenu « le plus fréquent » se trouve ici dans la tranche de 751 à 1.000. Admettons qu'il soit au milieu et qu'on puisse diviser cette tranche en deux parties égales et, en première approximation, admettre les chiffres suivants dans les colonnes correspondantes :

de 751 à 875	7,45	4,33

On aurait alors en totalisant convenablement :

de 0 à 875	39,09	13,91

pour la fraction de la population, *dont on est sûr qu'elle ne suit absolument pas la loi de Pareto*, puisque pour elle, la densité n_x croît au lieu de décroître. Or, il s'agit d'un pourcentage de 39,09 : *près de quarante pour cent!!!* de la population subsiste sur les revenus inférieurs, échappant *totalement* à la loi de Pareto. On voit que l'emploi de la loi de Pareto au-dessous du revenu le plus fréquent (ici \$ 876) doit être *absolument exclu*. Qu'on ne voie ici aucune intention de bannir l'emploi de cette loi, *pourvu qu'il soit restreint* à l'ensemble des revenus supérieurs au revenu le plus fréquent (encore même est-il prudent d'aller un peu au delà). Dès lors, nous croyons que l'on ne peut accepter comme probants ceux des raisonnements de M. Mourre qui, d'une part, concernent la totalité d'une population, d'autre part paraissent admettre la validité pour celle-ci de la loi de Pareto.

Il n'en résulte pas que les conclusions qu'il en tire soient inexactes; mais elles doivent être établies, si elles sont exactes, par d'autres moyens.

Le tableau statistique ci-dessus nous donne l'occasion d'examiner une autre conclusion de M. Mourre. Selon lui « l'amputation massive des gros revenus opérés par le fisc »... « n'atteint pas... le but désiré qui est celui d'améliorer le sort des classes les plus pauvres. Les gros revenus ne sont qu'une poussière

(1) *Nouveaux essais d'explication de la répartition des revenus* (Revue Institut intern. Statistique, 1945, p. 16-32).

et leur redistribution produit un effet qu'on peut considérer comme nul ». On est un peu étonné de lire ces phrases après avoir vu l'auteur noter plus haut qu'en Saxe en 1878 et en 1910, la *moitié* du nombre des individus ne jouissaient que d'un cinquième du total des revenus. Si ce total avait été distribué également, ceux-ci en auraient reçu la moitié au lieu du cinquième, c'est-à-dire que *leurs revenus* auraient bénéficié, en moyenne, d'une augmentation de cent cinquante pour cent!!! Est-ce là un effet qu'on peut considérer comme nul? Que cette redistribution soit un bienfait souhaitable; c'est là une tout autre question. On peut fort bien admettre avec M. Mourre qu'en « pénalisant l'enrichissement on détruit l'esprit d'initiative et on diminue la prospérité générale ». C'est là une conséquence à retardement qui peut être fatale. Mais une preuve est donnée que l'effet immédiat de cette redistribution, loin d'être négligeable, serait considérable et ceci, non pour une petite fraction de la population, mais pour la moitié de la population.

Si nous nous reportions au tableau ci-dessus, nous constaterions que si aux États-Unis en 1925-1926, on avait redistribué également le total des revenus, les 39,09 % auraient reçu 39,09 % de ce total au lieu de 13,91, c'est-à-dire qu'une fraction de la population, moins grande que la moitié, mais encore importante, — étant presque de 40 %, — aurait bénéficié d'une augmentation portée à 181 %!!! Serait-ce que nous avons interprété trop largement la conclusion de M. Mourre.

Qu'il nous soit permis, après ces observations, de préciser qu'en de nombreux points, ou bien nous sommes d'accord avec l'orateur ou bien il nous a apporté des nouveautés très instructives.

M. Mourre. — Je remercie M. Fréchet de ses très intéressantes observations :

1° Tout d'abord je suis tout à fait d'accord avec lui au sujet de l'inconvénient qu'il y a à introduire le revenu médian dans un indice de l'inégalité. Le revenu médian ne nous est pas fourni par la statistique et on doit le calculer avec une certaine approximation.

Ainsi que le signale M. Fréchet, cette critique s'applique non seulement à l'indice qu'il avait proposé, rapport du revenu moyen au revenu médian, mais à ma propre définition.

$$\frac{\text{Somme des revenus au-dessus du revenu médian}}{\text{Somme des revenus au-dessous du revenu médian}}$$

Les indices d'inégalité où l'on peut introduire non pas le revenu médian, mais le revenu moyen, non pas calculé, mais observé, c'est-à-dire fourni par la statistique fiscale, contiennent un élément d'exactitude dont sont dépourvus les autres indices.

Il en est ainsi du rapport de concentration de Gini laissé sous la forme $I = 2\left[\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\alpha - 1}\frac{m}{\mu}\right]$, où l'on s'abstiendra de calculer μ (revenu moyen) et où on lui donnera la valeur fournie par la statistique fiscale. L'indice d'inégalité $\frac{\mu}{m}$ (m étant le revenu minimum) est d'une exactitude absolue.

Du reste, ainsi que le fait observer M. Fréchet, on peut, dans la partie de la répartition qui obéit à la loi de Pareto, calculer le revenu médian avec une bonne approximation, de sorte que l'inconvénient de l'utiliser dans ces rapports d'inégalité est minime.

2° Y a-t-il intérêt à calculer le revenu moyen et le rapport d'inégalité $R = \frac{T_p}{T - T_p}$ en faisant le maximum fini, plutôt qu'en se servant des formules plus simples où le revenu maximum est infini?

M. Fréchet fait observer que, pour la France (revenu de 1931) l'erreur qui résulte de l'emploi de la formule la plus simple est négligeable.

Cela est exact pour l'exemple choisi parce que α et N (nombre des individus) sont grands.

Il n'en serait pas de même si α était petit. Pour $\alpha = 1$, le revenu moyen devient infini. L'emploi de la formule simple est donc impossible. La formule simple donne aussi des résultats erronés, quand N est petit, par exemple pour le canton de Neuchâtel (année 1874).

M. Fréchet dit que j'ai obtenu les formules de μ (revenu moyen) et R (rapport d'inégalité) avec revenu maximum fini, en faisant l'hypothèse que le revenu maximum n'était possédé que par une seule personne. Ce n'est pas là une hypothèse, mais une certitude. Les différences entre les revenus individuels, quand ceux-ci deviennent très grands, s'expriment par les chiffres très élevés et il est pratiquement impossible que deux personnes possèdent le revenu maximum.

On a donc en faisant dans la formule de Pareto $N = 1$, $1 = \frac{A}{M^\alpha}$. M. Fréchet fait remarquer que pour $x > M$, on a $\frac{A}{x^\alpha} = 0$.

Ceci est exact, économiquement parlant, puisqu'il n'existe personne possédant un revenu supérieur au maximum, mais cesse de l'être mathématiquement parlant.

On n'a pas $\frac{A}{x^\alpha} = 0$, mais $\frac{A}{x^\alpha} =$ une quantité plus petite que 1.

Cela signifie que les revenus supérieurs au maximum ne sont plus possédés que par des êtres mathématiques irréels.

On n'a pas le droit d'utiliser la formule de Pareto au delà de M fini. Toutefois, comme nous venons de le voir, on peut, pour simplifier les formules, considérer sans inconvénient la partie irréelle de la répartition, si toutefois les conditions que j'ai énoncées sont remplies.

3° L'indice de concentration de Gini, ainsi que le remarque M. Fréchet, est certainement susceptible de recevoir une interprétation économique très claire. « Une variation de 1,5 à 1,7 de l'indice I, dit M. Fréchet, signifie que « pour un même revenu moyen, les écarts entre les revenus se sont détendus en moyenne dans la proportion de 1,5 à 1,7. Dans la phraséologie actuelle, l'éventail des revenus s'est étalé dans la même proportion. »

Mais l'économiste non habitué aux mathématiques, l'homme de la rue, comprendront-ils bien l'importance de cette variation de 1,5 à 1,7. Signifiera-t-elle à leurs yeux une petite ou grande variation de l'inégalité?

Au contraire, la variation du rapport $\frac{T_p}{T - T_p}$ sera claire pour tout le monde. Tous comprendront que si la somme des revenus supérieurs au revenu médian (revenu de première classe) est trois fois plus grande que la somme des revenus inférieurs en revenu médian (revenus de la deuxième classe), ce sera bien 3 qui mesurera l'inégalité.

4° M. Fréchet me fait dire que tout en reconnaissant que la loi de Pareto ne s'applique pas aux revenus les plus bas, je considère qu'il s'agit d'une exception négligeable.

D'autre part, M. Fréchet ne peut accepter comme probants mes raisonnements qui « d'une part concernent la totalité de la population, d'autre part admettent la validité pour celle-ci de la loi de Pareto. »

Il y a là un malentendu. On ne peut trouver dans mon mémoire un seul mot qui puisse faire croire que telle a été ma pensée. Je suis convaincu au contraire que la loi de Pareto ne s'applique pas aux petits revenus. Elle n'est donc pas valable pour la population totale.

Quand j'ai cherché à démontrer la stabilité dans la répartition des revenus pour la *population totale*, j'ai laissé de côté la loi de Pareto. Comment aurais-je pu procéder autrement, puisqu'elle ne s'applique pas aux petits revenus possédés par une nombreuse population? J'ai utilisé les statistiques établies par M. Dugé de Bernonville qui, avec raison, ne s'est pas servi de la formule de Pareto.

Ce qui a pu donner naissance à ce malentendu, c'est que, p. 308, j'ai fait intervenir la loi de Pareto pour calculer le rapport $R_p = 4{,}376$, en partant d'un revenu minimum de 7.000 francs français de 1931. J'en avais le droit, car la loi de Pareto s'applique à partir de 900 marks de revenu de 1910-1911. Or 7.000 francs de 1931, c'est-à-dire, 1.400 francs environ de 1914, sont un revenu supérieur à 900 marks de 1910.

D'autre part, j'ai fait intervenir dans la dernière partie de ma communication l'exposant α, envisageant le cas où celui-ci diminuerait beaucoup. Mais les hypothèses émises ne s'appliquaient dans mon esprit qu'à la répartition de Pareto. Il est logique du reste de penser que la partie pauvre n'obéissant pas à la loi de Pareto sera très influencée par le comportement de la partie riche. J'ai dit encore que la loi de Pareto était une loi naturelle. M. Fréchet en a peut-être conclu que, par conséquent, je l'appliquais à la population totale.

Or, il n'en est rien. Une loi de distribution peut être une loi naturelle entre certaines limites et n'être plus justifiable en dehors de ces limites.

D'abord que faut-il entendre par une loi naturelle? C'est une loi que le raisonnement impose *a priori*.

Voici ce raisonnement. Beaucoup d'individus ont un revenu situé aux environs du mode, revenu très supérieur du reste au minimum vital. Ceux qui ont un revenu supérieur sont des privilégiés et leur nombre diminue très rapidement à mesure que le revenu croît, c'est-à-dire à mesure que la grandeur du privilège augmente. D'autre part un seul individu possède le revenu maximum et le nombre de ceux qui ont un revenu très élevé est très petit. Les ordonnées représentant le nombre des individus seront donc de plus en plus courtes, à mesure que x croît. La courbe sera donc à son début peu éloignée de la verticale et se terminera en se rapprochant de l'horizontale.

Voyons maintenant ce qui se passe dans la partie la plus pauvre. Les individus qui ont un revenu inférieur au revenu modial sont, si j'ose ainsi parler, des contre-privilégiés et leur nombre diminuera à mesure que leur misère augmentera. Il y a là aussi une loi naturelle. Si donc l'on trace la courbe des individus ayant un revenu compris entre x et $x + 1$, on obtient une courbe en cloche, une des branches de cette courbe se trouvant dans la zone de Pareto et l'autre dans la partie pauvre. La forme générale de la distribution vient donc de deux lois naturelles.

M. Fréchet ne dit-il pas : « Sans même consulter les statistiques, un peu de réflexion montre que le nombre des individus ayant le plus petit revenu, qui ont ainsi tout juste de quoi vivre, ne peut être que petit et doit donc non décroître, mais croître. »

M. Fréchet ajoute « qu'il pourrait arriver cependant que, comme le supposait d'abord M. Mourre, la partie de la courbe de densité relative aux bas revenus monte si verticalement qu'elle ne concerne qu'une partie infime de la population. Les faits démentent complètement cette assertion

Je n'ai, en effet, jamais fait mention de cette hypothèse dans ma communication. Je l'avais émise dans une conversation que j'avais eue avec M. Fréchet. Pour démontrer sa fausseté, M. Fréchet a eu l'amabilité de m'envoyer plusieurs statistiques tout à fait probantes. Je n'ai pu que m'incliner devant l'évidence.

Ces statistiques sont reproduites dans l'intervention de M. Fréchet. Elles sont très précieuses pour éclairer la distribution des revenus dans une population totale.

En résumé il n'y a pas de désaccord entre M. Fréchet et moi à ce sujet. Il n'y a qu'un malentendu.

M. Fréchet reconnaît que la loi de Pareto s'applique assez bien aux déclarations fiscales, sans que son approximation soit très bonne. Je serai moins sévère que lui pour cette loi. L'approximation est vraiment satisfaisante, pourvu — ce que l'on ne fait jamais — qu'on détermine l'exposant α par la meilleure méthode. Mais ceci doit être l'objet d'un travail ultérieur.

5° M Fréchet s'étonne de mon affirmation que les gros revenus ne sont qu'une poussière et que leur redistribution produit un effet qu'on peut considérer comme nul. Il montre ensuite, avec chiffres à l'appui, que la redistribution des revenus enrichirait considérablement les classes pauvres.

C'est ici un nouveau malentendu, soupçonné du reste par M. Fréchet, puisqu'il se demande s'il n'a pas interprété trop largement mes conclusions. Mes critiques n'ont jamais porté sur les mesures tendant à la péréquation des revenus. Il est évident que si on redistribuait les revenus dépassant le revenu moyen, chaque personne obtiendrait le revenu moyen. Ce serait l'égalité totale.

Une telle péréquation est pratiquement impossible. Lénine, après son arrivée au pouvoir, a fait une ébauche de péréquation totale. « A chacun selon ses besoins ». Le désordre qui en est résulté a été tel qu'il a fallu faire un retour vers le libéralisme avec la N. E. P. (Nouvelle Économie Politique.) Mais c'était là renier le communisme.

Staline a établi un système tout différent basé non pas sur la maxime « A chacun selon ses besoins », mais sur celle « A chacun selon ses mérites », où la hiérarchie des revenus était rétablie par voie d'autorité. On peut détester ou admirer un tel système, mais il faut reconnaître qu'il s'est montré viable.

Les pays dits « démocratiques » ne peuvent songer à une péréquation totale. Aussi n'ont-ils jamais imposé d'une manière excessive les revenus moyens ou les revenus peu éloignés du revenu moyen. Mais ils ont imposé les dernières tranches des très gros revenus d'une manière presque confiscatoire et c'est seulement contre ces mesures que je me suis élevé.

Je suis peut-être responsable de ce dernier malentendu. J'ai en effet parlé des *gros* revenus. Le mot *gros* est trop vague. J'aurais dû dire : les *très gros* revenus.

En disant que ceux-ci ne sont qu'une poussière, je n'ai fait que constater un fait évident. Voici un exemple. Considérons toujours les revenus français de 1931. Si à cette époque on avait imposé au taux de 70 % les revenus supérieurs à 1 million et, si on avait réparti les produits bruts de l'impôt entre les 40 millions de Français, sans distinction de sexe, ni d'âge, chacun d'eux aurait touché 17 fr. 70. Et cette somme aurait été certainement réduite à néant et serait même probablement devenue négative, par suite des frais de perception, de contrôle, de statistique et surtout de distribution.

J'estime qu'en interdisant l'enrichissement à la partie la plus riche, c'est-à-dire à la partie la plus dynamique de la population, on inflige à la communauté un dommage immense, sans soulager, même d'une manière immédiate, la misère des classes pauvres.

Les États-Unis seraient-ils actuellement aussi puissants, si on avait brisé l'initiative des grands capitaines d'industrie qui ont contribué à fonder sa prospérité?

Je suis très heureux que M. Fréchet ait bien voulu présenter les objections que je viens de discuter. Plusieurs des plus importantes d'entre elles reposent sur les malentendus qui, j'espère, sont maintenant dissipés et venaient parfois de ce que ma pensée était insuffisamment développée. De plus les statistiques qu'a fournies M. Fréchet permettent de se rendre compte de la forme qu'affecte la distribution des revenus non seulement dans la zone de Pareto, mais dans la population totale.