Journal de la société statistique de Paris

Robert Hénon

Les machines mathématiques

Journal de la société statistique de Paris, tome 91 (1950), p. 277-279
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1950__91__277_0>

Les machines mathématiques.

L'exposition de l'électronique qui s'est tenue à Paris, nous a permis de voir la première machine mathématique construite en France (1). Elle intéresse, au plus haut degré, les statisticiens et les économètres. En effet, elle permet de résoudre, en quelques minutes, un système de 10 équations linéaires à 10 inconnues ainsi que les déterminants jusqu'à l'ordre 10 de la forme :

$$\begin{vmatrix} (a_{11} - \lambda) & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & (a_{22} - \lambda) & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & & (a_{nn} - \lambda) \end{vmatrix} = 0$$

On sait que ces déterminants se rencontrent lorsque l'on cherche *a posteriori* le nombre de relations indépendantes qui lient les variables soumises à l'observation statistique (2).

L'apparition de ces machines rend possible l'exécution de longs calculs devant lesquels les usagers de la statistique se trouvaient bien souvent acculés. Leur précision est de l'ordre de 1 % à 5 %, mais l'application des méthodes d'itération permet de pousser plus loin les calculs.

Ces machines emploient les lampes électroniques comme générateurs, relais, amplificateurs et sélecteurs. Des montages ingénieux en *servo-mécanismes* permettent de prévoir des schémas adaptés aux fonctions demandées (multiplication, division, intégration). Deux grands principes semblent actuellement exploités.

Le premier est basé sur un fonctionnement par « oui ou non » utilisant une échelle de numération binaire. Par exemple, si la capacité de comptage est de 99.999, l'appareil dispose de cinq décades comprenant chacune 4 tubes électroniques montés en basculeur à double stabilité (3). Ces tubes correspondent aux nombres

$$2^0, \quad 2^1, \quad 2^2, \quad 2^3$$

ou

$$1, \quad 2, \quad 4, \quad 8$$

Si l'appareil reçoit 5 impulsions pour enregistrer le nombre 5, le premier tube vibre électriquement 5 fois, transmet le report des multiples de 2 au deuxième tube et conserve dans son état stable de basculeur l'information *oui*. Le deuxième tube ayant reçu 2 impulsions sera en position *non* (position paire) et le troi-

---

(1) Ces machines sont construites par la Société d'Électronique et d'Automatisme.
(2) Damois, *Les Mathématiques et la Psychologie*, p. 27. Gauthier-Villars, 1940.
Tintner, *Econométrica*, p. 97, avril 1944 et p. 5, janvier 1946.
(3) Basculeur de Langevin.

-sième tube recevant une seule impulsion du report précédent sera en position impaire : *oui*. Le nombre enregistré est donc représenté sur l'échelle binaire par :

2^0	2^1	2^2	2^3
●	○	●	○

$= 5$

en symbolisant *oui* par ● et *non* par ○.

Ces basculeurs fonctionnent en chaîne et un mécanisme approprié permet de transformer automatiquement la numération décimale en numération binaire ou inversement.

Les circuits électroniques fonctionnent donc comme organes de mémoire intermédiaire pour effectuer les opérations.

Les machines construites sur ce principe font des *calculs algébriques* à la vitesse d'une opération élémentaires par *micro-seconde* (1).

Le deuxième principe utilisé fait appel à des processus continus à l'aide de résistances variables constituées par des potentiomètres linéaires hélicoïdaux dans des circuits électriques complexes. Le type le plus simple est le pont de Wheatstone. Si dans ce cas le potentiomètre de contrôle est *asservi* par un moteur commandé précisément par le courant amplifié passant dans le pont, on conçoit qu'après un régime transitoire plus ou moins rapide l'état stable puisse être réglé pour un courant dérivé nul.

L'ensemble du circuit tel un *robot* cherche la solution par tâtonnement sans programme déterminé. C'est une méthode de zéro par approximations successives. Le fait d'introduire le temps comme variable permet de plus, avec un oscillographe cathodique, de photographier les courbes représentatives de certaines fonctions.

Nous décrivons sommairement une application de ce deuxième principe à la machine construite pour résoudre un système de n équations linéaires à n inconnues (2) :

$$\begin{cases} a_{11}\, x_1 + \dots a_{1j}\, x_j + \quad \dots\dots \quad a_{1n}\, x_n = b_i \\ \dots\dots\dots \\ a_{i1}\, x_1 + \dots a_{ij}\, x_j + \quad \dots\dots \quad a_{in}\, x_n = b_j \\ \dots\dots \\ a_{n1}\, x_1 + \dots a_{nj}\, x_j + \quad \dots\dots \quad a_{nn}\, x_n = b_n \end{cases}$$

Sur le schéma de la figure 1 on dispose d'un tableau appelé *rack-matrice* composé de n lignes et de n colonnes plus une colonne pour le second membre. A chaque intersection de la ligne i et de la colonne j figure un potentiomètre P_{ij} (réglable à la main) qui délivre une tension proportionnelle au coefficient a_{ij} qui peut être inscrit avec 3 chiffres significatifs. La première opération consiste donc à *afficher* les coefficients sur le rack-matrice.

Tous les potentiomètres d'une même ligne i sont réunis au point commun S_i, celui-ci étant lui-même relié à la colonne i par un amplificateur A_i.

(1) Une machine de ce type est en construction sur les plans de M. Conffignal.
(2) Machine mathématique, type OME—14 de la S. E. A.

Tous les potentiomètres d'une même colonne j sont alimentés par un même

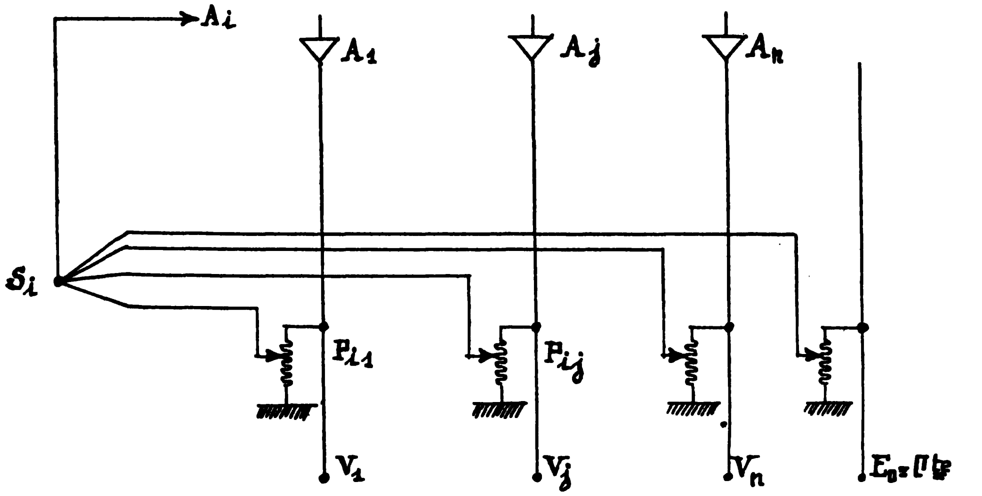

Fig. 1. — Connexions du réseau sommateur de ligne *i* dans le rack-matrice.

amplificateur A_j qui délivre une tension V_j. La dernière colonne étant alimentée sous tension constante E_0 (second membre).

Le réseau d'ordre i du sommet S_i délivre une tension u_i :

$$u_i = \frac{1}{n+1}\left[\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}\, V_j + b_i\, E_0\right]$$

c'est une combinaison linéaire des tensions V_j appliquées aux colonnes. C'est pour cette raison que ce réseau est appelé *réseau sommateur* ou *additionneur*.

Si l'on peut régler les V_j de manière que $u_i = o$ on satisfait à l'*une* des équations du système à résoudre. C'est ici qu'intervient le rôle des *amplificateurs d'asservissement* A_j. Ceux-ci recherchent par tâtonnements toutes les tensions V_j qui rendent simultanément nuls tous les u_i.

A l'état d'équilibre, nous aurons les n relations :

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}\frac{V_j}{E_0} + b_i = 0.$$

Les tensions finales V_j donnent les mesures des n inconnues du système à résoudre.

Un pont et un commutateur permettent à l'opérateur de lire directement les rapports $x_i = \frac{V_j}{E_0}$.

D'autres équipements permettent de résoudre des systèmes linéaires ou non de 5 équations différentielles du troisième ordre.

Aux ingénieurs qui s'intéressent spécialement à ces questions, nous ne saurions mieux faire que de leur signaler l'ouvrage récent et très remarquable : « Servo-mécanisme » publié par la S. E. D. E. S. avec la collaboration de M. H. Raymond, chef de travaux au Conservatoire national des Arts et Métiers (1).

Robert Hénon.

(1) Le chapitre V comporte la conférence de M. Raymond intitulée « Les Servo-mécanismes dans les mathématiques expérimentales ».