JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

JSFS

Vie de la société

Journal de la société statistique de Paris, tome 86 (1945), p. 41-48

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1945__86__41_0>

VI

BIBLIOGRAPHIE

Théorie des opinions, par M. Jean Stœtzel, ancien élève de l'École normale supérieure. Agrégé de l'Université. Docteur ès lettres. 1 vol. in-8. Bibliothèque de philosophie contemporaine. Presses universitaires de France. Paris, 1943.

M. Stœtzel vient de nous donner un important volume de 400 pages, sur l'« Opinion ». C'est un sujet assez nouveau pour le public français. De rares articles de presse lui ont bien appris l'existence aux États-Unis de l'« Institut Gallup » et de « Conseillers en relation publique » mais on ne lui en a presque toujours présenté que le côté pittoresque, et un ouvrage sérieux sur la question recevra certainement un accueil favorable. Le statisticien, pour sa part, prendra, à sa lecture, un intérêt tout particulier, puisqu'il verra, avec une évidente satisfaction, son outil préféré, la statistique, éclairer d'un jour nouveau les domaines les plus variés de la psychologie des masses et des individus.

L'auteur précise d'abord le plan sur lequel doit se placer toute étude des opinions. C'est un fait banal que l'aspect extérieur d'un individu trahit souvent son caractère, et l'importance qu'a prise de nos jours la morphopsychologie en fournit la meilleure preuve. Mais si la « forme » a souvent été l'objet d'étude, l'« action » a été bien négligée, et il ne fait cependant aucun doute que c'est en agissant que l'homme se révèle le mieux. D'autre part, les actions symboliques telles que le langage doivent engager beaucoup plus que toutes les autres la personnalité de l'individu et une étude des opinions individuelles présentera donc un intérêt certain pour la connaissance psychologique de l'homme.

Par ailleurs, l'étude des opinions des foules paraît tout aussi importante et il semble donc que tout travail sur les opinions doive se placer tantôt sur le plan de la psychologie individuelle, tantôt sur le plan de psychologie sociale. En fait, il se placera entre les deux : l'opinion est un centre de perspective, elle est d'ordre psychosocial.

M. Stœtzel examine ensuite ce qui a été fait jusqu'ici dans ce domaine des opinions :

a) Une première école a cherché à résoudre rationnellement le problème et elle est, par suite, restée loin des faits;

b) Une seconde école a accumulé des expériences sans chercher à les relier.

Pour faire le point entre ces deux tendances, il faut une théorie des opinions et tel est le but que s'est proposé l'auteur en rédigeant son ouvrage.

Il indique d'abord que c'est la forme des opinions qui retiendra son attention. Un classement par matière ne conduirait en effet qu'à une infinité inextricable de subdivisions. Or la forme d'une opinion c'est la manière d'opiner et il s'agit donc de préciser maintenant comment on opine. Adhère-t-on plus ou moins à une formule ou adhère-t-on totalement à une formule plus ou moins nuancée? C'est évidemment la seconde manière de s'exprimer qui est correcte, la première indiquant seulement que le sujet n'est pas arrivé à formuler son opinion d'une manière satisfaisante, d'où cette première définition de l'opinion :

« *L'opinion d'un individu est la formule nuancée qui, sur une question déterminée, reçoit l'adhésion sans réserve du sujet.* »

L'auteur passe ensuite à l'« évaluation » des opinions. Quand on donne son opinion on est plus ou moins partisan d'une certaine réforme. Il semble donc que les diverses formules auxquelles les sujets donnent leur adhésion puissent être ordonnées hiérarchiquement, et qu'en conséquence les opinions soient repérables.

Il importe de remarquer, avant de continuer cette analyse, qu'il se pourrait que l'ordre dans lequel on peut ranger diverses opinions varie suivant le point de vue auquel on se place. M. Stœtzel admet, tout au moins provisoirement, que les opinions peuvent être repérées en se plaçant à un seul point de vue : il postule ce qu'il appelle l'« unidimensionalité des opinions ».

Comment va-t-on alors comparer entre elles les opinions? On pourrait par exemple demander à des juges de ranger un certain nombre d'opinions selon leur ordre hiérarchique. Mais l'expérience montre que l'ordre dans lequel les opinions sont présentées aux juges a une influence importante sur la façon dont les juges exécutent le classement. Aussi, pour éviter cet inconvénient, différentes méthodes ont-elles été élaborées.

I. — *Méthode de comparaison par paires.*

Soient A, B, C, D, quatre opinions. Groupons les en six paires : AB, AC, AD, BC, BD, CD, et demandons à chaque juge de dire pour chaque paire quelle est l'opinion qui lui semble supérieure à l'autre. Les cas suivants sont alors à distinguer :

a) Si tous les juges (100 %) disent que A est inférieur à B on écrit : $A < B$;

b) Si 50 % des juges disent que A est inférieur à B et si les 50 % restant disent que A est supérieur à B, on écrit : $A = B$;

c) Si 75 % des juges disent que A est inférieur à B et 25 % que A est supérieur à B, on admet que c'est la majorité qui exprime l'ordre objectif des deux opinions A et B, et on pose $A < B$.

De même si 85 % des juges disent que A est inférieur à C, et 15 % que A est supérieur à C, on écrira $A < C$. De plus, comme 85 est plus grand que 75 il faut admettre que B est entre A et C, et on doit vérifier dans la paire (B C) que l'ordre indiqué par les fréquences des juges est bien $B < C$. On peut encore préciser le problème et nous nous servirons pour cela d'un exemple emprunté à un domaine qui nous est plus familier que celui des opinions. Soit deux fragments de matière A et B que nous pesons à l'aide d'une balance de haute précision. Soit P_A et P_B leurs poids et nous supposerons pour fixer les idées que P_A est inférieur à P_B.

Imaginons maintenant que nous disposions d'une seconde balance beaucoup moins précise que la précédente et supposons de plus que nos deux poids P_A et P_B soient suffisamment voisins pour que notre nouvelle balance ne nous permette pas de dire à coup sûr lequel est inférieur à l'autre. Autrement dit, si nous plaçons A et B chacun sur les plateaux de la balance dans 25 % des cas par exemple, c'est A qui fera pencher le plateau alors que ce sera B dans les 75 % restant. Nous désignerons par k le rapport de ces deux éventualités.

Mesurons alors un grand nombre de fois avec notre balance peu précise et à l'aide par exemple d'une boîte de poids marqués, le poids de notre fragment A. Si les conditions d'application de la théorie des erreurs sont réalisées, nous allons trouver une série de valeurs toutes différentes en général et qui se répartissent normalement autour d'une valeur moyenne qui sera très voisine de la valeur P_A donnée par la balance très précise. Par ailleurs étant donnée l'hypothèse que nous avons faite sur la proximité des poids de nos deux fragments de matière, il va se trouver des mesures dont le résultat sera supérieur à P_B et le rapport entre le nombre de ces dernières et de celles donnant des poids inférieurs à P_B, tendra au sens du calcul des probabilités vers une valeur r qu'il est facile de calculer en fonction de l'écart $P_B - P_A$, à l'aide de l'intégrale de la fonction de Gauss. Inversement, connaissant ce rapport r, nous pouvons en déduire l'écart $P_B - P_A$. Or r est aussi la limite au sens du calcul des probabilités du rapport k que nous avons trouvé dans la première partie de notre expérience. Nous pouvons donc faire correspondre à k, à l'aide de l'intégrale de la fonction de Gauss, un écart e qui tendra aléatoirement vers l'écart vrai $P_B - P_A$.

Revenons maintenant aux opinions. On reconnaît dans la comparaison des fragments de matière à l'aide de la balance peu précise, la comparaison des opinions par paires. Nous ne connaissons pas pour les opinions l'homologue de la balance très précise qui nous donnait les vraies valeurs P_A et P_B, mais nous supposerons que ces valeurs existent et la cohérence des résultats obtenus vérifiera d'ailleurs *a posteriori* cette hypothèse. Si nous avons deux opinions très voisines A et B, nous sommes alors en mesure de faire correspondre, à la proportion des juges qui placent A avant B par exemple, un écart e qui tend aléatoirement vers l'écart vrai $P_B - P_A$. C'est cet écart que l'auteur propose de prendre comme « mesure de la distance » de nos deux propositions A et B. Notons en passant que le mot « mesure » ne doit pas faire illusion. Une différence d'opinion est de la même nature qu'une différence de température. En fait l'opinion n'est pas une grandeur mesurable, elle n'est qu'une grandeur repérable.

II. — *Méthode de Thurstone ou des intervalles paraissant égaux.*

La méthode des comparaisons par paires n'a qu'un intérêt théorique. Elle montre que les opinions peuvent être repérées. Dès qu'il s'est agi de passer à des problèmes pratiques, il a fallu élaborer des méthodes moins longues. C'est ainsi qu'avec Thurstone on présente à un grand nombre de juges un certain nombre de cases numérotées de I à n, et on demande à ces juges de placer par ordre de grandeur croissante, n propositions dans ces cases à raison d'une proposition par case.

On étudie alors la répartition des fréquences d'une proposition déterminée et, par convention, la proposition envisagée est placée sur l'échelle de I à n à la valeur médiane déterminée par la répartititon des fréquences.

III. — *Méthode simplifiée.*

Avec la méthode de Thurstone, pour avoir l'opinion d'un individu il faut lui soumettre l'échelle qu'on vient de déterminer et lui demander avec quelle proposition il est d'accord. On a cherché à diminuer le travail en éliminant la construction de l'échelle et en la déduisant de l'étude des réponses des individus interrogés sur leur accord avec un certain nombre de questions. En effet, plus deux propositions sont voisines, plus les nombres des individus qui les acceptent sont voisins, et on pouvait espérer déduire la distance entre deux propositions de l'écart entre les nombres d'individus qui les acceptent. L'expérience a malheureusement montré que cet écart était non seulement fonction de la distance des propositions mais aussi de leur popularité et de leur pertinence et on a été amené à appliquer une méthode un peu différente due à Lickert.

Considérons un ensemble de propositions qui s'excluent mutuellement et demandons à chaque juge de choisir celle qui exprime le mieux son opinion. Supposons de plus que nous connaissions la distance des diverses propositions envisagées. En portant sur un graphique, pour chaque proposition, en abcisse sa distance à une proposition origine et en ordonnée le nombre des juges qui l'ont choisie, on obtiendra ce qu'on appelle la distribution des propositions dans le groupe étudié. Si l'on connaît *a priori*, la forme de la courbe obtenue pour représenter cette distribution, on pourra inversement déduire la distance des propositions de l'observation du nombre des individus qui les acceptent. C'est ce que fait Lickert en supposant que la courbe en question est une courbe de Gauss, dont il détermine facilement les paramètres en examinant les réponses données par les juges.

Il a d'ailleurs encore simplifié sa méthode en réduisant à 5 les propositions s'excluant mutuellement, en supposant égaux les intervalles de ces propositions auxquelles il affecte un nombre variant de 0 à 5. Cela revient, on le voit, à supposer construite une fois pour toutes l'échelle d'opinion.

Ces deux dernières méthodes paraissent bien rudimentaires et elles n'ont pas manqué de susciter des objections. Elles justifient cependant leur emploi par la corrélation élevée qui existe entre leurs résultats et ceux que donnent des méthodes plus perfectionnées, et nous arrivons ainsi à une deuxième définition :

L'opinion d'un individu est la position sur une échelle objective de la proposition à laquelle cet individu accorde son adhésion totale.

Maintenant que la possibilité d'évaluer les opinions a été établie, il faut se demander si la précision attendue de ces méthodes par leurs auteurs n'est pas illusoire. On a vu que le procédé simplifié de Lickert donne d'aussi bons résultats que des méthodes plus raffinées. L'expérience montre, d'autre part, que la position de la proposition à laquelle l'individu accorde son adhésion totale est loin d'être stable. Elle varie dans un très court espace de temps et on doit remarquer que dans un même moment un individu est disposé à prendre des positions assez différentes. A quoi bon alors tant de précision pour une mesure si instable? En fait le paradoxe n'est qu'apparent et il est d'ailleurs familier au statisticien. C'est en effet tout le problème de la dispersion. Si la position d'un individu varie, c'est autour d'une valeur moyenne, et cette position moyenne repère ce que les philosophes ont dénommé « une attitude », sorte de disposition permanente et en quelque sorte virtuelle de l'individu sur un problème déterminé, autour de laquelle se répartiront les comportements très divers qui se produisent en réalité. Et cela nous mène à une troisième définition :

L'opinion est la manifestation, consistant dans l'adhésion à certaines formules, d'une attitude qui peut être évaluée sur une échelle objective.

***

Munis des instruments que constituent ces échelles, nous pouvons maintenant entreprendre l'étude des opinions. M. Stœtzel commence par en examiner l'aspect social, l'opinion d'un individu n'ayant en effet de raison d'être qu'en fonction des autres individus. Il étudie d'abord la distribution des opinions dans un groupe déterminé. Nous avons vu à propos de la méthode de Lickert ce qu'il faut entendre par ce mot distribution et c'est d'ailleurs une notion bien connue des statisticiens. Nous devons d'ailleurs remarquer que les distributions expérimentales vont se trouver soumises à une double cause d'erreurs provenant :

a) Du choix des propositions pour constituer l'échelle;
b) Du choix d'un nombre limité de sujets interrogés.

Sur le second point, le calcul des probabilités nous permet par des méthodes classiques de préciser la valeur des résultats obtenus; il n'en est malheureusement pas de même du premier point pour lequel il n'y a en réalité que des cas d'espèces. C'est un fait qu'il ne faudra jamais perdre de vue chaque fois qu'on cherchera à confronter l'expérience avec la théorie. Mais d'abord, que donne la théorie dans ce domaine?

M. Stœtzel dégage deux types théoriques de distributions :

— Les distributions normales;
— Les distributions en J.

Imaginons que nous disposions de n propositions relatives à un problème d'opinion et pour lesquelles la réponse est oui ou non. Supposons qu'aucun lien n'apparaisse entre ces propositions pour les juges interrogés et de plus que chaque juge réponde indépendamment des autres. Si le groupe des juges est homogène (même éducation, même situation sociale, etc.), la probabilité de répondre dans un sens ou dans l'autre est déterminée pour chaque épreuve et elle est la même pour chaque épreuve. Autrement dit, le rapport des réponses affirmatives au nombre total des réponses, tend, au sens du calcul des probabilités, vers un nombre fixe quand le nombre des juges augmente indéfiniment, ce nombre fixe caractérisant en quelque sorte le groupe des juges sur le point de vue que l'on étudie. On reconnaît le schéma de l'urne qui contient un certain nombre de boules blanches et de boules noires, et dans laquelle on fait des séries de n tirages en remettant à chaque fois la boule tirée. On sait que la répartition de la fréquence des boules blanches par exemple tend, quand le nombre des tirages augmente indéfiniment, vers une distribution normale. Si donc nous examinons dans notre groupe la répartition des réponses affirmatives par exemple, nous aurons une répartition qui tendra vers la normale.

Nous avons choisi un exemple où la réponse à chaque proposition ne peut être que oui ou non. Cela peut paraître restreindre la généralité du problème, mais en fait il est facile de voir que tout problème d'opinion peut se ramener à de telles réponses. Il suffit de se souvenir de la méthode des comparaisons par paires. En général on procède avec cette méthode de la façon suivante : après avoir construit une échelle d'opinions on la soumet aux individus du groupe dans lequel on veut étudier la distribution des opinions, et on leur demande à quelle position ils se placent sur l'échelle. Mais on peut tout aussi bien présenter aux individus du groupe étudié les paires de propositions qui ont servi à construire l'échelle et leur demander pour chacune de ces paires quelle est la proposition qu'ils préfèrent. La méthode des comparaisons par paires suppose habituellement que chaque comparaison est indépendante des autres, si de plus les réponses des divers individus sont également indépendantes et si le groupe est homogène, on retrouvera le schéma précédent et la distribution obtenue tendra vers la normale. On voit sur cet exemple, la difficulté d'obtenir en pratique des distributions normales, les conditions d'indépendance et surtout d'homogénéité du groupe ne se trouvant d'ordinaire pas réalisées.

Aussi les distributions expérimentales sont-elles loin d'être toutes du modèle précédent. On en trouve à deux maxima, à maximum déporté vers la droite ou vers la gauche de l'échelle. Le type en J sera celui où le maximum est tout à fait à une extrémité de l'échelle. La courbe représentative correspondante aura la forme de la lettre J ou de cette lettre renversée, d'où la dénomination adoptée par M. Stœtzel. On voit tout de suite qu'on obtiendra ces distributions quand une contrainte sociale créera une tendance à l'unanimité d'opinion, la courbure plus ou moins accentuée de la courbe en J correspondant à la force plus ou moins grande de la contrainte. Mais il y a lieu de remarquer que l'existence d'une contrainte n'est pas connue le plus souvent *a priori*, et la mise en évidence de ces contraintes est même un des résultats de l'étude des opinions. Le problème se présentera alors de la manière suivante : la distribution des opinions sur un certain sujet dans un groupe déterminé donnera une courbe à maximum très dévié vers la droite ou vers la gauche de l'échelle. Cela nous permettra de mettre en évidence l'existence d'une contrainte; munis de ce renseignement supplémentaire, nous reprendrons alors l'étude des opinions du groupe et nous obtiendrons une courbe en J.

Voici l'exemple que M. Stœtzel emprunte à F. H. Alport. Notons l'arrivée des ouvriers dans une usine. Nous verrons qu'à partir d'un certain moment, vers une extrémité de l'échelle, le nombre des ouvriers qui arrivent pendant l'unité de temps choisie augmente puis décroît rapidement. On a donc une courbe à maximum très dévié. La contrainte est dans ce cas évidente, c'est l'obligation pour l'ouvrier d'arriver à l'heure de début du travail sous peine de sanctions d'ordres divers. Munis de ce renseignement supplémentaire, nous pouvons « repenser » le problème. L'existence d'une contrainte nous montre que nous avons affaire à un phénomène social et c'est donc à ce nouveau point de vue que nous devons nous placer. Or le but que s'impose le groupe social formé par les ouvriers est d'arriver au plus tard juste à l'heure du travail et, par conséquent, tous ceux qui arrivent avant l'heure réalisent ce but au même titre que ceux qui arrivent à l'heure. Ils sont donc équivalents au point de vue social et pour évaluer « socialement » la contrainte étudiée, il suffit d'examiner la répartition des ouvriers arrivant en retard, en cumulant dans une même classe à une extrémité de l'échelle tous ceux qui sont à l'heure ou en avance. D'un point de vue social, c'est donc à une courbe en J que nous aboutissons. Il ne faudrait pas croire d'ailleurs que la répartition des ouvriers qui arrivent en avance est dénuée d'intérêt, elle est tout simplement hors du problème social. Elle résulte en effet de la façon dont sont distribués à l'intérieur du groupe les traits de prévoyance et de ponctualité et elle est d'ordre psychologique ou tout au plus d'ordre psychosocial. Ainsi donc il sera très rare de trouver en pratique des courbes en J. Nous trouverons plutôt des courbes à maximum déporté qui se transformeront en courbes en J dès que l'on tiendra compte de la signification sociale du phénomène.

L'expérience est évidemment loin de pouvoir dire à coup sûr dans chaque cas si l'on a affaire à une distribution normale ou à une distribution en J. Une condition indispensable à l'obtention des types à l'état pur : homogénéité des groupes étudiés, n'est jamais réalisée. On n'obtient donc que des combinaisons des divers types et M. Stœtzel en donne d'ailleurs quelques exemples très suggestifs. On voit aussi à quoi correspondent ces deux types d'opinions :

La distribution normale qui correspond aux opinions indépendantes exprimées librement sera l'apanage des opinions privées. La distribution en J où des facteurs de conformité interviennent sera celle des opinions publiques. Une question se pose maintenant. Comment passe-t-on d'un type à un autre : est-ce d'une manière continue ou discontinue? Il semble, par les exemples donnés par l'auteur que la discontinuité soit la règle et il faut alors admettre que les deux états coexistent chez le même individu. L'homme, interrogé en tant que membre d'un groupe social, donne donc des réponses différentes de celles qu'on obtient de lui à titre privé. N'est-ce pas là d'ailleurs tout le mystère de la réussite de la propagande qui, dans une première phase, détruira le facteur de conformité et créera ainsi un état d'opinion privée et dans une seconde phase reconstruira une nouvelle opinion publique, avec un nouveau facteur de conformité.

***

Mais il est temps de quitter le plan social pour revenir à l'individu. Après avoir étudié la distribution d'une opinion entre les divers êtres humains d'un groupe, il convient d'étudier maintenant l'interaction des diverses opinions dans un même individu. Les diverses opinions évoluent-elles dans des domaines indépendants ou réagissent-elles les unes sur les autres? Les observations contradictoires abondent mais un examen, même superficiel, montre que c'est surtout parce qu'on n'a pas fait les distinctions nécessaires. Tout n'est pas de même nature dans le domaine des opinions, il faut y distinguer les opinions profondes des autres :

D'un côté les slogans, les clichés, les mots d'ordre, les symboles constituent chez l'individu toute une série d'opinions stéréotypées, inaccessibles à la nuance mais sans action les unes sur les autres et qui peuvent par conséquent être contradictoires. De l'autre, les attitudes profondes qui engagent la personnalité tout entière de l'individu et engendrent des opinions qui lui tiennent à cœur et qui forment un ensemble cohérent.

C'est ainsi que M. Stœtzel cite les résultats d'une étude américaine où les opinions d'un certain groupe d'individus relative aux problèmes de Dieu, de l'Église, du patriotisme, de la guerre, de l'observance du dimanche, de la prohibition, du contrôle des naissances, de l'évolution du divorce, du communisme, peuvent s'expliquer par l'existence de deux facteurs qu'on peut appeler « conservatisme » et « nationalisme ». La détermination de ces facteurs utilise les procédés de l'analyse statistique tels que l'analyse factorielle et la corrélation. L'application de ces procédés est certes discutable, remarque M. Stœtzel, et la technique d'étude des attitudes profondes est loin d'être parfaite. On peut toutefois considérer comme acquis l'existence de l'interconnexion de ces attitudes profondes. Et cela amène l'auteur à se demander s'il existe des « tempéraments d'opinions » qui correspondent à cette interconnexion. On voit tout l'intérêt d'une telle recherche. Si elle était couronnée de succès, il serait possible de prévoir l'opinion que professera tel individu dans des circonstances déterminées et connues.

L'auteur passe alors en revue : le tempérament conformiste et dissident, le tempérament radical et conservateur, les tempéraments économique, théorique, esthétique, social et religieux. Il donne de nombreux exemples de tels tempéraments, mais insiste sur le fait qu'il n'est pas toujours facile de classer un individu déterminé. De plus, nous n'avons vraiment pas là affaire à des tempéraments au sens psychologique du terme. Lorsque nous réussissons à déterminer le tempérament d'un individu, nous n'obtenons pas, à proprement parler, des renseignements sur cet individu lui-même, mais plutôt sur la vie qu'il a menée, sur l'éducation qu'il a reçue, sur sa situation de fortune. Les tempéraments sont d'ordre social plutôt que psychologique. On est dissident parce qu'on a eu une enfance malheureuse, et on est conservateur parce qu'on est riche. C'est donc à tort qu'on parle des tempéraments. Ce sont en fait des traits généraux d'ordre psychosocial et non des traits innés. Remarquons d'ailleurs que les recherches qui ont été faites dans ce domaine l'ont été un peu au hasard et qu'il y aurait lieu de les reprendre sur des bases plus solides.

Il nous reste à préciser les relations entre actions et opinions pour compléter cette analyse. Il apparaît tout de suite que la liaison entre ces deux notions n'est pas biunivoque. Tel radical notoire agira dans certaines circonstances comme conservateur. Doit-on alors accepter telles quelles toutes les opinions ou doit-on y faire un tri, qui présentera, on le prévoit, beaucoup de difficulté. Le fait vaut qu'on s'y arrête car si nous ne parvenons pas à éluder cette contradiction, c'est tout le système péniblement élaboré jusqu'ici qui s'effondre. En réalité, c'est toute la question de la sincérité qui se pose et précisément le problème va s'éclairer quand nous aurons précisé la signification du mot mensonge. C'est un mot qui devrait être banni de la philosophie et cantonné dans la morale, explique M. Stœtzel. Mentir c'est agir, c'est exprimer une opinion. Si un individu hésite à dévoiler son opinion dans certaines circonstances, il apporte une nuance d'opinion nouvelle à cette opinion même et le psychologue doit donc accepter toutes les opinions professées par le sujet qu'il examine. Les opinions correspondent exactement sux actions si les circonstances sont identiques, et si l'expérimentateur connaît parfaitement ces circonstances, le problème de la liaison des opinions et des actions sera résolu.

Nous avons jusqu'ici examiné comment évoluent les opinions dès qu'elles sont constituées, soit dans le groupe social, soit dans l'individu; mais nous n'avons pas encore précisé comment se formaient ces opinions chez un individu déterminé. Après avoir décrit la « vie » des opinions, il est temps d'en préciser la « naissance », et c'est à cette étude que M. Stœtzel consacre le dernier chapitre de son ouvrage. Il distingue trois zones d'approche de plus en plus intime pour la détermination des opinions. Ces zones appartiennent respectivement aux domaines de la psychologie différentielle, de la psychologie personnelle et de la psychologie personnaliste.

La *psychologie différentielle* s'occupe des déterminations externes des opinions : corps, milieu, intelligence. On voit facilement que ces déterminations externes ne suffisent pas à faire prévoir à coup sûr la conduite d'opinion d'un sujet particulier. Elles n'aboutissent qu'à des moyennes. De plus ce n'est pas à proprement parler le fait biologico-financier de l'âge, du sexe et de la catégorie économique qui produit les différences d'opinions; c'est plutôt la signification psychologique et sociale de ce fait pour l'individu et son milieu qui possède une efficace causale. Entre les déterminations externes et la conduite d'opinions se place un processus mental ou intermental, d'où la nécessité d'une *psychologie personnelle* des opinions. Cette psychologie étudera les mécanismes continus de formation des opinions. On y distinguera l'intégration, la différenciation et l'adaptation de l'individu à son groupe social. Mais passer des déterminations externes aux déterminations mentales, c'est encore rester dans le déterminé. La pensée de l'individu est certes bien souvent déterminée mais il ne semble pas faire de doute qu'au moins dans certains cas l'individu peut s'arracher à ce déterminisme. Les opinions peuvent encore, dans une certaine mesure, devenir son œuvre. En un mot, c'est le problème de la liberté humaine qui se pose, d'où la nécessité d'une troisième étape dans l'élaboration des opinions : la *psychologie personnaliste* qui nous présentera l'individu créant sa personnalité; l'individu qui reste esclave de son groupe social mais qui a pleine connaissance de cet esclavage et qui y consent.

***

Comme on le voit, M. Stœtzel nous a fait parcourir les domaines les plus divers de la psychologie. Comme il nous le dit lui-même en manière de conclusion, il est loin d'avoir épuisé le sujet. L'histoire, la politique, la morale, doivent être « repensées » en fonction de l'opinion ou plutôt en fonction des deux natures de l'opinion. L'opinion a deux sources, tantôt elle est contrainte, soumission aux coutumes : c'est l'opinion publique; tantôt elle innove et s'invente elle-même : c'est l'opinion privée. Nous retrouverons les profondes analyses de Bergson sur les deux sources de la morale et de la religion. Comme pour elles deux nous avons pour l'opinion, d'un côté l'obéissance et le respect et de l'autre l'amour et l'élan. D'un côté le clos, le définitif, de l'autre l'ouvert et le progrès; et si M. Stœtzel a réussi à convaincre ses lecteurs de cette dualité de l'opinion, ce ne sera pas là un des moindres résultats de son ouvrage.

Jean Bourgeois.

***

Les probabilités associées à un système d'événements compatibles et dépendants, par M. Maurice Fréchet, professeur de calcul des probabilités à la Faculté des Sciences de Paris. — IIe partie : Cas particuliers et applications (211 pages, 1943, quatorzième des exposés d'analyse générale, chez Hermann).

M. Maurice Fréchet vient de publier la 2e partie de son ouvrage sur les probabilités associées à un système d'événements compatibles et dépendants, consacrée plus spécialement aux cas particuliers et applications.

Ce travail, dont la publication a été retardée par suite des circonstances actuelles, avait fait l'objet d'un cours à la Sorbonne en 1940-1941.

***

M. Fréchet a eu l'heureuse idée de rappeler dans un formulaire préliminaire les notations et formules de la première partie, ce qui facilite beaucoup la lecture de l'ouvrage.

Le premier chapitre de la seconde partie, qui est en réalité le troisième chapitre de l'ensemble, est consacré aux *cas particuliers*.

Le premier cas particulier examiné est celui du schéma de Bernoulli, qui se déduit du problème général en supposant que les événements A_i sont indépendants et ont la même probabilité. L'auteur retrouve ainsi la formule élémentaire de Bernoulli et il donne la formule de la probabilité de l'arrivée de plus t de r événements qu'il transforme élégamment en remarquant que $\frac{p^t}{t} = \int_0^p s^{t-1}\,ds$, ce qui lui permet d'introduire les fonctions Bêta, complète et incomplète. On a ainsi une formule exacte qui permet d'obtenir une meilleure approximation que l'intégrale de Laplace, qui n'est qu'une formule approchée, et pour l'application de laquelle on peut utiliser les tables des fonctions Bêta établies par K. Pearson.

M. Fréchet traite ensuite du rang de la première épreuve favorable. Il établit que si l'on définit la « durée de retour » de l'événement A, l'intervalle qui sépare les deux premières épreuves où A se produit, sa loi de probabilité est la même que celle du rang de la première épreuve favorable. Il rejoint ainsi la théorie de Gumbel relative à la durée de retour des grandes valeurs d'une variable aléatoire.

Le problème de l'itération se simplifie dans le cas de Bernoulli. L'application de ses formules permet à M. Fréchet de donner une expression asymptotique très simple du nombre moyen d'itérations de longueur l dans le cas où la probabilité de l'événement est 1/2 ou voisine de 1/2 : si m est le nombre des épreuves, l la longueur de l'itération, c'est-à-dire le nombre d'arrivées successives de l'événement et si l est petit vis-à-vis de m, on a approximativement, pour le nombre moyen d'itérations : $m/2^{l+1}$.

M. Fréchet applique cette formule à l'étude de Marbe, qui avait cru observer une discordance entre la réalité et les prévisions, déduites du calcul des probabilités, d'après le relevé de 200.000 naissances de l'état civil et concernant le nombre des naissances masculines et féminines.

Le deuxième cas particulier examiné est celui du problème de Bernoulli pour plusieurs événements.

Le troisième cas particulier est relatif au cas des « événements échangeables », c'est-à-dire celui où les probabilités $p_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_r}$ des événements simultanés $A_{\alpha_1} A_{\alpha_2} \dots A_{\alpha_r}$ ne dépendent que du nombre n de ces événements, problème étudié directement par différents auteurs (Haag. de Finetti, Ch. Jordan, Polya, etc...). Ce problème peut être considéré comme une généralisation de celui des événements indépendants. En appelant $p^{(r)}$ la probabilité d'une réalisation déterminée de r événements simultanés, la probabilité que dans m épreuves il y aura r réalisations simultanées est, d'après M. Fréchet, sous forme symbolique $P_{[r]} = C_m^r \left(\left(p^r (1 - p)^{m-r}\right)\right)$ formule dans laquelle on remplace, après développement de $p^r (1 - p)^{m-r}$, $p^r p^s$ par $p^{(r+s)}$.

M. Fréchet donne également la formule inverse, qui permet de calculer $p^{(r)}$ si on connaît $P_{[r]}, P_{[r+1]} \dots P_{[m-r]}$. On peut aussi calculer $p^{[r]}$, c'est-à-dire la probabilité que r événements simultanés choisis d'avance se réalisent et *ceux-là seulement.* Enfin M. Fréchet traite les problèmes du premier rang favorable et de l'itération dans le cas des événements échangeables, et il donne des formules symboliques relativement simples de la probabilité du premier rang favorable, de la valeur moyenne du premier rang favorable, et de l'écart moyen quadratique correspondant, de la valeur moyenne du nombre d'itérations de longueur déterminée et de l'écart moyen quadratique correspondant.

Dans le deuxième chapitre (4e de l'ensemble), M. Fréchet traite de quelques applications relativement simples : problème de l'épuisement des numéros (probabilité que tous les numéros d'une loterie sortent au moins une fois dans un nombre de tirages donné), problème des Brelans, étudié par Bertrand pour le jeu de la bouillotte et généralisé par Haag, et qui est un exemple de probabilité relative à des événements échangeables; événements en chaîne; problème des compartiments déjà étudié par Hostinsky et Baticle, mais avec des manières différentes de faire intervenir le hasard dans la répartition fortuite des boules dans les compartiments; enfin problème de la contagion étudié pour la première fois par Tschuprow et généralisé par Eggenberger et Polya. On sait que ce dernier problème consiste à évaluer la probabilité de tirer r boules blanches en m tirages dans une urne contenant initialement b boules blanches et n boules noires et dans laquelle on remet après chaque tirage $k + 1$ boules de la couleur tirée. Il s'agit là encore d'événements échangeables. Les fonctions Bêta permettent de donner la probabilité cherchée sous forme simple. M. Fréchet donne le calcul de la probabilité que la première épreuve favorable aura le rang r ; la valeur moyenne du rang r et l'écart quadratique moyen correspondant.

Il montre que la valeur moyenne de la fréquence du nombre d'extractions de boules blanches est égale à la proportion primitive de boules blanches dans l'urne comme dans le cas de Bernouilli, mais que l'écart quadratique moyen est plus grand et qu'au lieu de tendre vers zéro quand le nombre d'extractions augmente indéfiniment, il a une limite non nulle, différence remarquable, déjà signalée par Markoff et Polya, avec le cas de Bernoulli. Enfin, M. Fréchet donne des indications sur le cas où on enlèverait des boules après chaque tirage au lieu d'en ajouter.

***

Le troisième chapitre (5e de l'ensemble) est consacré au *problème des rencontres*, ou des *coïncidences*, étudié en 1708 par de Montmort, et qui a fait l'objet de nombreuses généralisations (Laplace et Haag, de Moivre et Haag, Andrade et Haag, Baticle, Lines, Kaplansky). M. Fréchet indique d'ailleurs une généralisation plus large qui englobe toutes celles données par ces auteurs. Il la schématise de la manière suivante :

On a des boules colorées diversement ou non colorées et une suite de compartiments colorés, ou non, disposés de telle manière que tous ceux d'une même couleur sont sur une même rangée. Le nombre des boules de chaque couleur est quelconque, de même que le nombre des compartiments de chaque couleur, le nombre total des compartiments étant inférieur ou au plus égal au nombre total des boules. On place les boules dans une urne et on les distribue successivement dans les compartiments formés en rangées. Il y a rencontre quand une boule est placée dans un compartiment de même couleur qu'elle-même.

Pour appliquer ses formules générales au cas du problème des rencontres, M. Fréchet commence par évaluer la probabilité $p_{j_1 j_2 \dots j_r}$ pour qu'il y ait rencontre au moins aux tirages des rangs $j_1 j_2 \dots j_r$ et en supposant que les nombres de rencontres fixées d'avance soient pour chacune des couleurs $a_1 a_2 \dots a_r$ $(a_1 + a_2 + \dots + a_r = r)$. En faisant la somme de toutes les probabilités composées possibles, il obtient pour chaque valeur de r une quantité S_r et il peut ainsi donner, d'après les formules établies dans la première partie les probabilités :

$$P^{[r]} = \text{Prob}\,(R = r) = \Sigma_{k=r}^{m} (-1)^{k-r}\, C_r^k\, S_k$$

$$P_r = \text{Prob}\,(R \geqslant r) = \Sigma_{k=r}^{m} (-1)^{k-r}\, C_{k-1}^{r-1}\, S_k.$$

Ces formules se simplifient notablement dans l'application aux cas particuliers traités par les auteurs signalés ci-dessus.

On conçoit sans peine, étant donné l'énoncé du problème des rencontres sous sa forme générale, qu'il soit susceptible d'un grand nombre d'applications en statistique mathématique, chaque fois qu'il s'agira d'apprécier la valeur de certaines prédictions. M. Fréchet traite de cette manière le problème de la radiesthésie et il montre que le nombre de réussites des radiesthésistes chargés de découvrir un trésor dans un certain nombre de chambres est du même ordre de grandeur que celui donné par la théorie des rencontres.

Dès que le nombre des couleurs des boules et des compartiments dépasse quelques unités, le calcul par les formules obtenues devient inextricable : M. Fréchet donne des méthodes dites de « factorisation interne » qui permettent de calculer plus facilement les expressions des diverses probabilités.

Les quantités S_k des formules citées ci-dessus s'obtiennent en faisant toutes les sommes possibles des produits des permutations $a_i!$ par les combinaisons du nombre de compartiments (ρ_i) de chaque couleur a_i à a_i et par les combinaisons du nombre de boules (ν_i) de chaque couleur a_i à a_i, le total étant lui-même multiplié par le nombre des arrangements avec répétition r à r du nombre des compartiments. La simplification envisagée consiste à n'avoir que des sommes de produits où n'entrent que l'un des triples $(\nu_i\, \rho_i\, a_i)$ ou des couples $(\nu^i\, \rho_i)$ ou $(\nu_i\, a_i)$.

M. Fréchet montre qu'on peut y arriver de plusieurs manières :

1° *Par intégration* en partant de la formule :

$$(N - r)! = \int_0^{+\infty} e^{-t}\, t^{\nu_1 - a_1}\, t^{\nu_2 - a_2} \ldots\ldots t^{\nu_n - a_n}\, dt$$

où :

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = r,$$

2° *Par dérivation*, en partant de la formule symbolique :

$$(N - r)! = \Pi_{i=1}^{n} \left(\left(D^{\nu_i - a_i} x^{\nu_i - a_i}\right)\right),$$

où on convient, D étant le symbole d'une dérivation, de représenter par $D^{u+m} f(x)\, g(x)$ le produit symbolique $((D^n f(x)))\, ((D^m g(x)))$;

3° Par *itération*, en partant encore de la transformation de $(N - r)!$ en facteurs symboliques, transformation résultant de l'introduction de la notation symbolique :

$$E f(x) = f(x+1) \qquad E^{n+1} f(x) = EE^n f(x) \qquad E^1 f(x) = E f(x),$$

d'où :

$$E^n f(x) = f(x+n),$$

et

$$E^{h_1 + h_2 + \ldots\ldots + h_n} f(x) = E^{h_1} E^{h_2} \ldots\ldots E^{h_n} (f(x) = f(x + h_1 + h_2 \ldots h_n).$$

M. Fréchet retrouve ainsi des formules factorisées que Kaplansky avait obtenues par une méthode de récurrence.

Il faut savoir gré à M. Fréchet d'avoir montré tout le parti que l'on pouvait tirer de ce mode de calcul, non seulement en ce qui concerne le cas particulier des rencontres, mais encore dans beaucoup de problèmes plus généraux d'analyse combinatoire.

Le chapitre relatif aux « coïncidences » se termine par deux extensions du problème : 1° le jeu des coïncidences multiples étudié par Loeve (Coïncidences lors d'une première série de m tirages, puis lors des tirages restants); 2° une généralisation analytique du jeu de rencontre classique étudiée par Gumbel. Le point de départ de ce dernier problème réside dans la considération d'une probabilité égale au produit de la probabilité de r rencontres au moins fixées d'avance par a^r, a étant un nombre positif < 1. Bien que M. Fréchet ait indiqué un schéma conduisant aux probabilités dérivant de cette probabilité arbitraire, cette théorie ne paraît comporter qu'un intérêt purement spéculatif.

***

En terminant l'analyse du livre de M. Fréchet, nous signalons le soin qu'a mis l'auteur dans le choix des notations. Il a constitué tout un système de symboles très clairs dont l'adoption par tous les probabilistes serait très désirable.

Enfin, il y a lieu de remarquer que cet ouvrage se rattache directement à la théorie classique des probabilités sans faire appel aux notions nouvelles que M. Fréchet a d'ailleurs magistralement traitées en d'autres ouvrages déjà analysés dans la revue de la Société de statistique de Paris par M. Risser, et il montre ainsi qu'on peut résoudre par les méthodes classiques de nombreux problèmes touchant de près à ceux qu'ont précisément en vue les théories nouvelles.

E. Baticle.

Le Gérant : R. WALTHER.

BERGER-LEVRAULT, IMPRIMEUR, NANCY, N° 31.0580. — 1945.
N° d'ordre : 15595. — Dépôt légal : 3e trimestre 1945.
N° d'imprimeur : 96. — N° d'éditeur : 40.