Journal de la société statistique de Paris

J. Dayre

# Essai sur le foisonnement des stocks dans l'économie concurrentielle

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 86 (1945), p. 122-130

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1945__86__122_0>

# IV

# ESSAI SUR LE FOISONNEMENT DES STOCKS DANS L'ÉCONOMIE CONCURRENTIELLE (1)

Le libre jeu de la concurrence commerciale aboutit normalement à l'ouverture de magasins de vente multiples entre lesquels se distribue la demande des acheteurs.

Même lorsque des liens de clientèle ont fini par s'établir entre tel magasin et ses acheteurs habituels, le hasard n'en continue pas moins à exercer une certaine influence sur la répartition des achats entre les établissements concurrents. Telle boutique risque d'être encombrée subitement par un afflux fortuit de clientèle au moment même où une autre boutique manque passagèrement de clients.

Pour faire face à ces pointes accidentelles dans la répartition de la demande, les commerçants concurrents sont incités à entretenir, dans l'intervalle de deux réapprovisionnements consécutifs, des stocks plus importants que si la vente était centralisée par un établissement unique. A ces stocks majorés correspondent aussi des locaux plus spacieux et, souvent aussi, des vendeurs plus nombreux.

Peut-on se faire une idée de l'importance de cette surcharge des moyens de distribution qui compense dans une certaine mesure les avantages de stimulation et d'efficience de la concurrence commerciale?

Telle est la question que nous allons essayer de traiter par l'analyse mathématique en limitant cette étude au foisonnement des stocks proprement dits.

Pour faciliter les calculs, nous poserons quelques *hypothèses simplificatrices :*

1° Les établissements concurrents sont identiques;

2° Les transactions ne portent que sur un seul produit parfaitement défini et de qualité constante;

3° Ce produit est vendu en unités égales et non divisibles (une paire de chaussures, un chapeau, une machine à écrire, etc...);

4° Il existe un nombre fixe d'acheteurs;

5° Au cours de chaque période comprise entre deux réapprovisionnements consécutifs, chaque acheteur demande une unité et une seule du produit;

6° *La demande est répartie au hasard entre les établissements concurrents :* on fait ainsi abstraction des liens éventuels de clientèle qui, dans la mesure où ils existent, ont pour effet de diminuer l'incertitude des vendeurs et par conséquent le foisonnement des stocks.

### POSITION DU PROBLÈME

Ces hypothèses étant définies, nous supposerons donnés :

1° Le *nombre N d'acheteurs* (ou, ce qui revient au même, d'unités demandées);

2° le *nombre de magasins* de vente.

Nous supposerons en outre que chaque commerçant, après avoir calculé le stock moyen N/n correspondant à la demande probable sur son magasin, majore ce stock d'une marge de sécurité $\alpha$ en vue de satisfaire avec une probabilité acceptable les afflux éventuels de clients supplémentaires.

Mais comme la marge de sécurité est rarement assez importante pour satisfaire en toute certitude tous les clients qui peuvent se présenter, il y a presque nécessairement une certaine proportion moyenne, ou probable, de clients non satisfaits, de clients refusés.

Nous chercherons donc comment varie la *proportion probable* $t_s$ *de clients refusés en fonction de la marge* $\alpha$ *de sécurité du stock.*

---

(1) Le présent essai fait suite à une étude entreprise sur notre demande par M. Thionet, administrateur du Service national des Statistiques, étude qui a déjà donné lieu à une communication de son auteur à la Société de Statistique de Paris (Voir p. 99).

L'étude de M. Thionet, fondée sur toute une gamme d'hypothèses que nous avions envisagées au seuil de la recherche, a montré la complexité du problème du foisonnement des stocks et dégagé des résultats d'un grand intérêt scientifique.

Dans le présent essai, nous nous sommes limité à l'une de ces hypothèses, celle d'une *économie concurrentielle*, où la demande d'un nombre fixe d'acheteurs se répartit au hasard entre les établissements concurrents. La formule finale à laquelle nous avons abouti pour caractériser le foisonnement des stocks (formule 11) est différente dans sa forme de la formule correspondante donnée par M. Thionet à la fin de son étude. Mais la confrontation de ces deux formules a révélé leur exacte concordance quant au fond.

Celle que nous présentons a permis de dégager, sur un graphique aisément lisible, une vue synthétique des résultats du calcul. Tel est le principal intérêt de la présente communication qu'il nous a paru utile de soumettre à la Société de Statistique, en complément à l'étude de M. Thionet.

### MÉTHODE DE CALCUL

Si les nombres de clients et de magasins étaient faibles, les formules de l'analyse combinatoire donneraient en toute rigueur la solution du problème. Mais ces formules sont impraticables dès qu'on a affaire à des nombres de quelque importance.

Nous sommes ainsi amené à utiliser les formules approchées de la loi de Gauss (1) en vue de donner aux solutions le maximum possible d'extension.

Ces formules sont d'ailleurs suffisantes étant donné le but que nous poursuivons et qui est de dégager simplement les *ordres de grandeur* des surcharges de stocks imputables au jeu de la concurrence.

Si l'on considère l'un des $n$ magasins concurrents, il apparaît que la demande peut prendre théoriquement N valeurs distinctes échelonnées de O à N (le magasin peut, tel jour, n'avoir pas de clients du tout et avoir tel autre jour pour clients les N acheteurs du marché).

Chacune de ces demandes $i$ comporte une certaine probabilité $p_i$ à laquelle correspond une espérance mathématique $i \cdot p_i$.

Parmi toutes ces demandes possibles échelonnées de 0 à N, il en est que le magasin pourra satisfaire en totalité : ce sont celles qui restent dans la limite du stock $s$ calculé avec la marge de sécurité $\alpha$ sur la demande $N/n$.

D'autres, par contre, excéderont le stock $s$ et ne pourront être entièrement satisfaites, le commerçant étant alors obligé de refuser $i - s$ clients. A chacune de ces demandes excédentaires correspondra une espérance mathématique $(i - s)\, p_i$ de clients refusés. A l'ensemble de ces demandes excédentaires (de $s$ à N) correspondra une espérance mathématique totale donnée de clients refusés.

La *proportion probable $t_s$ de clients refusés s'obtiendra en rapportant cette espérance mathématique de tous les clients refusés à l'espérance mathématique de tous les clients possibles*, c'est-à-dire à la fréquence moyenne de la demande sur le magasin, soit $N/n$.

Avant d'aborder le détail du calcul, précisons le sens des notations employées :

### NOTATIONS

Nous désignerons par :

N, le nombre total de clients;
$n$, le nombre de magasins de vente;
$s$, le stock constitué par magasin;
$\alpha$, la marge de sécurité de ce stock :

$$\alpha = \frac{s - \frac{N}{n}}{\frac{N}{n}}$$

$h$, l'écart absolu de la demande par magasin pour un nombre de clients égal au stock, ou *écart de base :*

$$h = s - \frac{N}{n} = \alpha \frac{N}{n}$$

$\varepsilon$, la valeur réduite de cet écart de base. La probabilité pour un magasin de recevoir un client étant $1/n$ et la probabilité contraire $(n - 1)/n$, cet écart réduit a pour expression :

$$\varepsilon = \frac{s - \frac{N}{n}}{\sqrt{2 \text{ N} \frac{1}{n} \frac{n-1}{n}}} = \alpha \sqrt{\frac{N}{2\,(n-1)}}$$

$p_i$, la probabilité pour un magasin de recevoir $i$ clients;
$i$, le nombre variable de clients par magasin correspondant à cette probabilité;
$y$, l'écart absolu par magasin pour un nombre de clients correspondant à cette probabilité d'un nombre $i$ de clients :

$$y = i - \frac{N}{n}$$

$p_y$, la probabilité de cet écart égale par définition à celle de la demande $i$ :

$$p_y = p_i$$

(1) Ces formules donnant des résultats d'approximation valables lorsque le nombre de clients est grand et que le nombre de magasins ne dépasse pas une trentaine.

$m$, le maximum de cet écart correspondant à la concentration de toute la clientèle N sur un seul magasin :

$$m = \mathrm{N} - \frac{\mathrm{N}}{n};$$

$\lambda$, l'écart réduit correspondant à l'écart absolu $y$ de la demande $i$ :

$$\lambda = \frac{i - \frac{\mathrm{N}}{n}}{\sqrt{2\,\mathrm{N}\,\frac{1}{n}\,\frac{n-1}{n}}} = \frac{i - \frac{\mathrm{N}}{n}}{\frac{\mathrm{N}}{n}}\sqrt{\frac{\mathrm{N}}{2\,(n-1)}}$$

$\Theta\,(\lambda)$ la probabilité pour que l'écart réduit soit compris entre $-\lambda$ et $+\lambda$ ;
$g$, l'écart probable des demandes dépassant le stock $s$ :

$$g = \Sigma_h^m\, y\, p_y$$

$\gamma$, la valeur réduite de cet écart :

$$\gamma = \frac{g}{\sqrt{2\,\mathrm{N}\,\frac{1}{n}\,\frac{n-1}{n}}} = g\,\frac{n}{\mathrm{N}}\sqrt{\frac{\mathrm{N}}{2\,(n-1)}}$$

$\mu$, la probabilité pour que la demande $i$ dépasse le stock $s$ :

$$\mu = \Sigma_h^m\, p_y$$

$t_s$, la *proportion probable de clients refusés*, qu'il s'agit de déterminer en fonction du nombre total de clients N, du nombre de magasins $n$ et de la marge $\alpha$ de sécurité du stock.

PRINCIPE DU CALCUL DE $t_s$ PAR LA MÉTHODE DE L'ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE

Tant que le nombre $i$ de clients qui se présentent à un magasin reste dans les limites du stock $s$, la demande de ces clients est satisfaite.

Si $i$ est supérieur au stock $s$, le magasin est obligé de refuser $(i - s)$ clients.

$p_i$ étant la probabilité pour un magasin de recevoir $i$ clients, l'espérance mathématique globale du nombre $(i - s)$ de clients refusés par le magasin s'écrit :

$$\Sigma_s^{\mathrm{N}}\,(i - s)\,p_i.$$

Le nombre probable de clients par magasin étant :

$$\frac{\mathrm{N}}{n}$$

la *proportion probable de clients refusés* est :

$$t_s = \frac{\Sigma_s^{\mathrm{N}}\,(i - s)\,p_i}{\frac{\mathrm{N}}{n}} \tag{1}$$

Remarquons que $(i - s)$ peut s'écrire en fonction des écarts $y$ et $h$ correspondants :

$$(i - s) = \left(\left(i - \frac{\mathrm{N}}{n}\right) - \left(s - \frac{\mathrm{N}}{n}\right)\right) = y - h.$$

Si $p_y$ est la probabilité de l'écart $y$, égale par définition à la probabilité $p_i$ de la demande $i$ et $m$ la valeur maximum de cet écart correspondant à la demande $i = \mathrm{N}$, l'expression de $t_s$ devient :

$$t_s = \frac{\Sigma_h^m\,(y - h)\,p_y}{\frac{\mathrm{N}}{n}} \tag{2}$$

Si l'on remarque que $h$ est constant et a pour valeur :

$$h = \alpha\,\frac{\mathrm{N}}{n}.$$

cette expression devient :

(3)
$$t_s = \frac{\Sigma_h^m y p_y}{\frac{N}{n}} - \alpha \Sigma_h^m p_y.$$

Comme on a désigné par :

$g = \Sigma_h^m y p_y$, l'écart probable des demandes dépassant le stock d'un magasin;
$\mu = \Sigma_h^m p_y$, la probabilité pour que la demande sur un magasin dépasse son stock,

$t_s$ peut finalement s'écrire :

(4)
$$t_s = g \frac{N}{n} - \alpha \mu.$$

Ainsi le calcul de $t_s$ se ramène au calcul :

— de l'écart probable $g$ des demandes dépassant le stock;
— de la probabilité $\mu$ de ces demandes.

1° *Calcul de l'écart probable $g = \Sigma_h^m y p_y$ des demandes dépassant le stock d'un magasin.*
Soit $\gamma$ la valeur réduite de cet écart :

(5)
$$\gamma = g \frac{n}{N} \sqrt{\frac{N}{2(n-1)}}.$$

Désignons par :
$\lambda$, la valeur réduite de l'écart variable $y$,
$\varepsilon$, la valeur réduite de l'écart de base $h$ qui correspond à un nombre de clients égal au stock :

(6)
$$\varepsilon = \alpha \sqrt{\frac{N}{2(n-1)}}.$$

On sait qu'en vertu de la loi des écarts, l'écart probable réduit $\gamma$ est donné par la formule

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_\varepsilon^{+\infty} \lambda e^{-\lambda^2} d\lambda$$

ou

(7)
$$\gamma = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\varepsilon^2}$$

On en déduit, d'après la relation (5) :

(8)
$$g = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\varepsilon^2} \frac{N}{n} \sqrt{\frac{2(n-1)}{N}},$$

et le premier terme de la formule (4) de $t_s$ s'écrit :

(9)
$$g \frac{n}{N} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\varepsilon^2} \sqrt{\frac{2(n-1)}{N}}.$$

$\varepsilon$ étant donné par la formule (6) ci-dessous.

2° *Calcul de la probabilité $\mu = \Sigma_h^m p_y$ des demandes dépassant le stock d'un magasin.*
C'est la probabilité pour que l'écart $y$ dépasse (dans le seul sens positif) l'écart de base $h$
Soit $\Theta(\lambda)$ la fonction des écarts réduits donnant la probabilité pour que l'écart réduit soit compris entre $-\lambda$ et $+\lambda$.
La probabilité pour que cet écart soit compris entre $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$ est : $\Theta(\varepsilon)$.
La probabilité pour qu'il dépasse $+\varepsilon$, ou, ce qui revient au même, pour que l'écart absolu $y$ dépasse sa valeur de base $+h$, est en conséquence :

$$\mu = \frac{1 - \Theta(\varepsilon)}{2}$$

Cette valeur est donnée par la table de $\Theta(\lambda)$.
Ainsi le deuxième terme de la formule (4) peut s'écrire :

(10)
$$\alpha \mu = \alpha \frac{1 - \Theta(\varepsilon)}{2}.$$

*Expression finale de la proportion probable* $t_s$ *de clients refusés.*

Il résulte des relations (4), (9) et (10) combinées :

$$(11) \qquad \boxed{t_s = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\varepsilon^2} \sqrt{\frac{2(n-1)}{N}} - \alpha \frac{1-\Theta(\varepsilon)}{2}}$$

avec :

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} = 0{,}2831$$

$$\varepsilon = \alpha \sqrt{\frac{N}{2(n-1)}}$$

$e = 2{,}718$ (base des logarithmes népériens),

$\Theta(\varepsilon)$ = probabilité (donnée par les tables) pour que l'écart réduit soit compris entre $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$.

On remarquera que le nombre de clients N et le nombre de magasins $n$ figurent seulement dans le rapport $N/n - 1$. Dès que le nombre de magasins devient assez grand, ce rapport coïncide sensiblement avec le *nombre de clients par magasin*.

Le tableau de calcul annexé donne les valeurs de $t_s$ pour quelques valeurs caractéristiques du rapport $N/n - 1$ et de la marge $\alpha$ de sécurité du stock. Les résultats en sont transcrits sur un graphique à coordonnées logarithmiques.

A la lecture de ce graphique, on peut se rendre compte de l'*importance des marges de sécurité* avec lesquelles les commerçants doivent calculer leurs stocks pour satisfaire la demande avec une probabilité acceptable, au moins lorsque les objets mis en vente font l'objet d'une demande réduite.

Ainsi un marché destiné à l'approvisionnement de *100 clients* achetant chacun un seul objet satisfera la demande avec une *probabilité de 100 %* s'il n'y a qu'*un seul magasin.* Il suffira que ce magasin unique constitue un stock égal à la demande globale.

S'il y a plusieurs magasins, et si ces magasins s'imposent de satisfaire la demande, non plus avec une probabilité de 100 %, mais seulement avec une *probabilité de 95 %*, il faudra constituer sur les stocks des marges de sécurité croissantes avec le nombre de magasins, soit approximativement :

10 % avec 5 magasins;
20 % avec 10 magasins;
40 % avec 20 magasins;
80 % avec 50 magasins.

### COEFFICIENT D'INEFFICACITÉ CONCURRENTIELLE

Supposons que les magasins concurrents s'imposent de fonctionner avec les mêmes frais de distribution totaux qu'un magasin unique, ce qui revient à admettre qu'ils ne prendront pas de marge de sécurité sur leurs stocks et autres moyens de distribution.

La proportion $t_s$ de clients refusés augmentera rapidement avec le nombre de magasins concurrents. Dans cette hypothèse particulière, où le stock de chaque magasin est calculé sans marge, on peut désigner le taux de refus $t_s$ sous le nom de « coefficient d'inefficacité concurrentielle ».

Ce terme ne signifie pas que la concurrence soit « absolument » inefficace (elle peut être appelée à jouer son rôle de régulateur économique), mais que la concurrence, à stock global constant, se traduira par une certaine inefficacité « relative » à l'égard des besoins de la clientèle, une proportion croissante d'acheteurs ne parvenant plus à trouver les produits cherchés à mesure que les magasins se multiplient.

La valeur $c$ du coefficient d'inefficacité concurrentielle s'obtient en annulant la marge de sécurité $\alpha$ dans la formule (11), ce qui donne très sensiblement :

$$c = 0{,}4 \sqrt{\frac{n-1}{N}}.$$

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs caractéristiques de ce coefficient :

*Coefficient d'inefficacité concurrentielle*
*(ou proportion probable de clients refusés dans une économie concurrentielle à stock global constant et égal à la demande totale).*

| | 100 clients | 1.000 clients |
|---|---|---|
| 1 magasin | 0% | 0% |
| 2 — | 4 | 1 |
| 5 — | 8 | 2 |
| 10 — | 12 | 4 |
| 20 — | 17 | 5 |
| 50 — | 28 | 9 |

## CONCLUSIONS

Il semble possible de déduire de cet essai quelques directives pour une *organisation rationnelle de la distribution*, particulièrement à l'échelon du commerce de détail.

Si l'on met à part les avantages de la concurrence comme facteur de régulation du marché, il semble que l'organisation idéale serait représentée par un magasin unique où tous les postes de vente sont rapprochés les uns des autres et alimentés par un stock commun, de telle manière qu'en cas d'encombrement fortuit d'un poste, la clientèle puisse immédiatement refluer sur le poste voisin et être servie sans délai. La disposition des guichets de vente des billets dans les grandes gares donne une idée de cette structure optimum.

Cependant l'éloignement des postes de vente peut se justifier par les besoins d'une clientèle disséminée (boutiques de quartier et de village). Une telle dispersion se recommande particulièrement pour la vente des objets courants (denrées alimentaires, romans populaires et journaux, produits pharmaceutiques, etc.).

Elle est plus difficilement défendable pour les articles de marché restreint, comme les objets d'équipement ménager, les ouvrages scientifiques, etc..

Il est permis de penser que des économies importantes de stocks, de locaux et de vendeurs pourraient être réalisées si, pour ces articles de marché restreint, la distribution était assurée par des *centrales de vente spécialisées*.

Ces centrales pourraient d'ailleurs comporter des stands de vente concurrents s'il apparaissait que l'importance de la demande justifie l'ouverture de plusieurs rayons dans un même magasin. Un tel schéma permettrait de concilier l'économie des moyens avec le stimulant d'une concurrence organisée.

J. Dayre.

## Annexe 1.

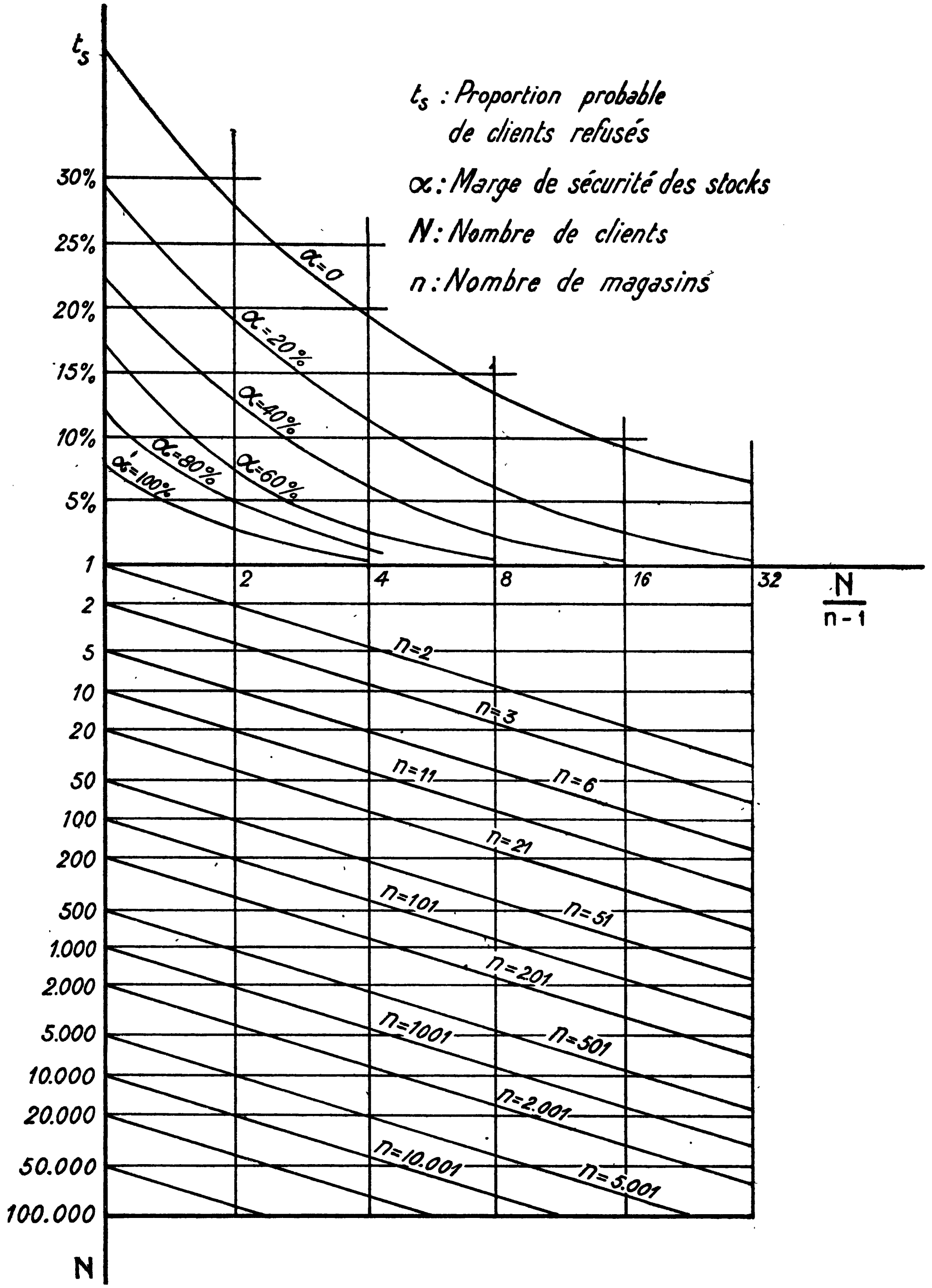
*Calcul de la proportion probable $t_s$ de clients refusés.*

| $\frac{N}{n-1}$ | $\sqrt{\frac{N}{2(n-1)}}$ | $\alpha$ (%) | $\varepsilon$ | $\varepsilon^2$ | $e^{\varepsilon^2}$ | $\Theta(\varepsilon)$ | $\frac{1-\Theta(\varepsilon)}{2}$ | $\frac{0,[illegible]831}{e^{\varepsilon^2}\sqrt{\frac{N}{2(n-1)}}}$ | $\alpha\frac{1-\Theta(\varepsilon)}{2}$ | $t_s$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,707 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 40 | 0 | 40 |
| | | 20 | 0,1414 | 0,02 | 1,020 | 0.158 | 0,421 | 39,2 | 8,4 | 30,8 |
| | | 40 | 0,2828 | 0,08 | 1,082 | 0,310 | 0,345 | 37 | 14,8 | 22,2 |
| | | 60 | 0,4242 | 0,18 | 1,197 | 0,451 | 0,275 | 33,4 | 16,5 | 16,9 |
| | | 80 | 0,5656 | 0,32 | 1,377 | 0,576 | 0,212 | 29,1 | 16,7 | 12,4 |
| | | 100 | 0,707 | 0,50 | 1,66 | 0.682 | 0,159 | 24,1 | 15,9 | 8,2 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0,500 | 28,3 | 0 | 28,3 |
| | | 20 | 0,2 | 0,04 | 1,040 | 0,222 | 0,389 | 27,2 | 7,8 | 19,4 |
| | | 40 | 0,4 | 0,16 | 1,174 | 0,428 | 0,286 | 24,1 | 11,4 | 12,7 |
| | | 60 | 0,6 | 0,36 | 1,433 | 0,604 | 0,198 | 19,7 | 11,9 | 7,8 |
| | | 80 | 0,8 | 0,64 | 1,896 | 0,742 | 0,129 | 14,9 | 10,3 | 4,6 |
| | | 100 | 1,0 | 1 | 2,718 | 0,843 | 0,078 | 10,4 | 7,8 | 2,6 |
| 4 | 1,414 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0,500 | 20 | 0 | 20 |
| | | 20 | 0,2828 | 0,08 | 1,082 | 0,310 | 0,34[illegible] | 18,4 | 6,9 | 11,5 |
| | | 40 | 0,5 56 | 0,32 | 1,377 | 0,575 | 0,212 | 14,5 | 8,5 | 6,0 |
| | | 60 | 0,8484 | 0,72 | 2,054 | 0,769 | 0,115 | 9,75 | 6,9 | 2,85 |
| | | 80 | 1,1312 | 1,28 | 3,596 | 0,8 0 | 0,055 | 5,57 | 4,4 | 1,17 |
| | | 100 | 1,414 | 2 | 7,388 | 0,954 | 0,023 | 2,71 | 2,3 | 0,41 |
| 8 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0,500 | 14,16 | 0 | 14,16 |
| | | 20 | 0,4 | 0,16 | 1,174 | 0,428 | 0,286 | 12,0[illegible] | 5,72 | 6,33 |
| | | 40 | 0,8 | 0,64 | 1,896 | 0,742 | 0,129 | 7,47 | 5,16 | 2,21 |
| | | 60 | 1,2 | 1,44 | 4,220 | 0,910 | 0,045 | 3,35 | 2,70 | 0,65 |
| | | 80 | 1,6 | 2,56 | 12,933 | 0,976 | 0,012 | 1,09 | 0,9[illegible] | 0,13 |
| 16 | 2,828 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0,500 | 10 | 0 | 10 |
| | | 20 | 0,56 6 | 0,32 | 1,377 | 0,575 | 0,212 | 7,26 | 4,24 | 3,02 |
| | | 40 | 1,1312 | 1,28 | 3,596 | 0,890 | 0,055 | 2,78 | 2,20 | 0,58 |
| 32 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0,500 | 7,08 | 0 | 7,08 |
| | | 20 | 0,8 | 0,64 | 1,896 | 0,742 | 0,129 | 3,73 | 2,58 | 1,15 |
| | | 40 | 1,6 | 2,56 | 12,933 | 0,976 | 0,012 | 0,55 | 0,48 | 0,07 |

ANNEXE 2

*Variations de la proportion probable de clients refusés*

*en fonction* { *de la marge de sécurité des stocks* / *du nombre de clients* / *du nombre de magasins.*



# APPENDICE

## POSSIBILITÉS DE VÉRIFICATION NUMÉRIQUE

Les formules utilisées étant basées sur la loi des grands nombres, il est pratiquement impossible d'en vérifier l'exactitude par les méthodes de l'analyse combinatoire, qui ne sont praticables que dans d'étroites limites.

Mais on peut envisager des recoupements sur des séries de nombres dont maintes expériences ont fourni les relevés, notamment sur les séries des jeux de hasard.

Ainsi, des permanences de la roulette peuvent constituer d'excellents tests pour les sondages de vérification qu'on désirerait entreprendre sur la loi de distribution proposée.

Considérons, par exemple, la série de 786 boules jouée le lundi 29 avril 1935. Le tableau ci-dessous donne les fréquences de sortie des numéros :

| NUMÉROS | FRÉQUENCES | NUMÉROS | FRÉQUENCES | NUMÉROS | FRÉQUENCES |
|---|---|---|---|---|---|
| | | *Report.* . . . . | 277 | *Report* . . . . | 524 |
| 0 | 27 | 13 | 16 | 25 | 23 |
| 1 | 19 | 14 | 20 | 26 | 18 |
| 2 | 20 | 15 | 14 | 27 | 32 |
| 3 | 18 | 16 | 24 | 28 | 21 |
| 4 | 21 | 17 | 17 | 29 | 17 |
| 5 | 19 | 18 | 17 | 30 | 22 |
| 6 | 17 | 19 | 20 | 31 | 17 |
| 7 | 23 | 20 | 31 | 32 | 26 |
| 8 | 19 | 21 | 28 | 33 | 18 |
| 9 | 25 | 22 | 25 | 34 | 22 |
| 10 | 26 | 23 | 25 | 35 | 21 |
| 11 | 26 | 24 | 10 | 36 | 25 |
| 12 | 17 | | | | |
| *A reporter* . . . | 277 | *A reporter.* . . . | 524 | TOTAL. . . . | 786 |

Les 786 boules peuvent être assimilées à 786 clients, et les 37 cases de la roulette à 37 magasins.

On peut supposer, par la pensée, que les 786 boules sont différentes les unes des autres (le croupier les abandonnant au fur et à mesure du lancement) et que chaque case a une certaine capacité de logement pouvant recevoir plusieurs boules.

Imaginons que la capacité des cases soit égale à la fréquence moyenne, soit :

$$\frac{786}{37} = 21,2 \text{ boules.}$$

Dans cette hypothèse, qui correspond à une marge de sécurité $\alpha = 0$, un certain nombre de cases peuvent recevoir toutes les boules qui se présentent à elles (1 : 19 boules — 2 : 20 boules — 3 : 18 boules, etc...). Mais, sur d'autres cases, il y aura un refus (0 : 27 — 21,1 = 7,9 boules — 7 : 23 — 21,1 = 1,9 boules, etc...). Le nombre total de boules refusées sera ainsi de 72, soit 9,1 % du nombre total de boules lancées (786).

Si l'on suppose que la capacité des cases est égale à la fréquence moyenne *majorée de 20 %*, soit :

$$1,2 \times \frac{786}{37} = 25,4.$$

ce qui correspond à une marge de sécurité $\alpha = 0,20$, un plus grand nombre de cases recevront toutes les boules qui leur sont envoyées, mais certaines d'entre elles refuseront encore des boules (0 : 27 — 25,4 = 1,6 boules — 20 : 31 — 25,4 = 5,6 boules, etc...). Le nombre total de boules refusées sera de 18,2, soit 2,3 % du nombre total de boules lancées (786).

Nous avons effectué une vérification sur 14 séries quotidiennes : 7 prises dans la semaine du 29 avril au 5 mai 1935, 7 prises dans la semaine du 13 au 19 avril 1936. Ces 14 séries totalisent 10.591 boules. Elles varient de 534 à 880 avec une moyenne de 756 boules par jour.

Nous avons calculé les refus dans les deux hypothèses :

$$\alpha = 0 \qquad\qquad \alpha = 20\ \%.$$

Nous avons trouvé les résultats suivants :

$\alpha = 0$ Refus de $\frac{66,5}{756} = 8,79\ \%$ contre un taux théorique de 8,7 % ;

$\alpha = 20\ \%$ Refus de $\frac{17,9}{756} = 2,36\ \%$ contre un taux théorique de 2,14 %.

Nota. — A défaut de relevés des jeux de hasard, on peut rechercher des vérifications sur des séries de nombres se succédant dans un ordre apparemment quelconque, par exemple sur des tableaux de chiffres pris dans des tables de formulaires (chaque chiffre de la numération décimale pouvant être assimilé à une case de roulette à 10 numéros). Toutefois, les essais que nous avons tentés sur certaines tables ont fait apparaître des répétitions anormales sur les séries de chiffres d'une même colonne, même pour les dernières décimales. Il convient donc de n'utiliser ce procédé qu'avec circonspection.

Malgré ces anomalies, des vérifications faites sur 22 séries de 36 chiffres prises dans des tables ont révélé des correspondances assez satisfaisantes.

Taux obtenus :

22,5 % contre un taux théorique de 20 %,
10,6 % — 12 %,
4,7 % — 6,5 %.

J. D.