

LUCIEN AMY

Probabilités. Groupes sanguins et paternité

Journal de la société statistique de Paris, tome 85 (1944), p. 194-204

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1944__85__194_0

© Société de statistique de Paris, 1944, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

II

PROBABILITÉS

GROUPES SANGUINS ET PATERNITÉ

C'est maintenant un bien commun que de constater l'envahissement du domaine scientifique par le calcul des probabilités. Mais n'est-ce pas un paradoxe que de vouloir appliquer ce dernier aux problèmes de police scientifique? Si en physique, en chimie, en biologie une erreur est toujours fâcheuse, elle reste réparable; par contre, en justice, où elle peut atteindre l'inculpé dans sa fortune, son honneur, sa liberté, sa vie même, il semble qu'il ne devrait y avoir que des certitudes.

C'est un fait qu'en pratique les juges se prononcent souvent sur un faisceau de présomptions. Nous estimons, dans ces conditions, que c'est faire œuvre utile que de préciser la valeur de celles-ci.

Les calculs que nous allons vous présenter sont relativement simples, mais nous avons éprouvé, dans nos études sur les groupes sanguins et leur application à la recherche de la paternité, des difficultés sérieuses à bien préciser la signification exacte des probabilités

que nous obtenions. Aussi, avant d'en tirer des applications judiciaires proprement dites, nous avons estimé indispensable de les soumettre à un aéropage particulièrement éclairé. La technique même de détermination des groupes sanguins, les lois de leur hérédité étant établies d'une manière tout à fait solide ce n'était ni à des biologistes, ni à des anthropologues qu'il convenait de s'adresser, mais bien à des statisticiens spécialement compétents pour discuter les méthodes de calcul plus importantes ici que le sujet auquel nous les avons appliquées.

* * *

LES FAITS BIOLOGIQUES (1)

Les groupes sanguins. — Si l'on injecte à une personne le sang d'une deuxième, on observe souvent, mais pas toujours, des accidents plus ou moins graves lorsque les patients sont choisis au hasard. Classés d'après les différentes incomptabilités ainsi observées, on peut distinguer quatre types de sangs de propriétés différentes.

Les phénomènes observés au cours des transfusions sanguines sont complexes. On les simplifie beaucoup en séparant sérum et globules et en mélangeant *in vitro* un sérum donné avec une suspension de globules d'origine différente. Suivant les cas, les globules sont ou ne sont pas agglutinés. On admet universellement que les globules agglutinés renferment une substance (agglutinogène) sur laquelle réagit une deuxième substance (agglutinine) contenue dans le sérum.

Il existe deux agglutinogènes A et B sur lesquels agissent spécifiquement deux agglutinines α et β . Un même sang ne peut renfermer un agglutinogène dans ses globules et l'agglutinine correspondante dans son sérum car il y aurait autoagglutination, mais s'il ne renferme pas un agglutinogène, il renferme nécessairement l'agglutinine correspondante et réciproquement.

Les globules d'un même sang peuvent renfermer l'un ou l'autre des agglutinogènes, ou les deux à la fois ou aucun. On désigne les groupes sanguins par la présence ou l'absence de ces agglutinogènes A et B. On peut donc dresser le schéma suivant de la composition du sang des quatre groupes :

Groupes sanguins	Agglutinogènes	Agglutinines
A	A	β
B	B	α
A B	A et B	»
O	»	α et β

Ainsi les globules du sang O ne renferment aucun agglutinogène et ne sont jamais agglutinés tandis que le sérum O renferme les deux agglutinines et agglutine les globules des trois autres groupes. Au contraire les globules A B renferment les deux agglutinogènes et sont agglutinés par les sérums des trois autres groupes, tandis que le sérum A B ne provoque jamais d'agglutination.

Hérédité des groupes sanguins. — La présence des agglutinogènes dans le sang d'un individu est déterminé par les règles d'hérédité suivantes :

Un agglutinogène ne peut exister dans les globules sanguins d'un enfant s'il n'existait au préalable dans le sang d'au moins l'un de ses parents.

La transmission d'un agglutinogène est facultative. Un père A, par exemple, peut avoir un enfant n'ayant pas l'agglutinogène A.

Dans le cas particulier d'un parent du groupe A B il y a transmission obligatoire de l'un des deux agglutinogènes A ou B mais pas des deux à la fois. Un enfant ne pourra donc être A B que s'il reçoit l'agglutinogène A d'un de ses parents et l'agglutinogène B de l'autre.

Il n'y a aucune distinction à faire entre le père et la mère au point de vue de la transmission des agglutinogènes. La fréquence des groupes sanguins est du reste la même chez les hommes et chez les femmes.

Le tableau suivant résume les groupes des enfants compatibles avec ceux de leurs parents. On remarquera la parfaite symétrie du tableau quant au père et à la mère.

(1) On trouvera dans la thèse, encore inédite, que doit soutenir incessamment M^{me} Nicoud-Barge devant la Faculté de Pharmacie de Paris, une revue d'ensemble très complète sur les faits biologiques, la détermination pratique des groupes sanguins, les applications aux taches de sang et autres liquides organiques, et enfin une bibliographie très complète.

TABLEAU I

Relation entre le groupe sanguin des enfants et ceux des parents.

		GROUPE DU PÈRE			
		O	A	B	AB
GROUPE DE LA MÈRE	O	O	O A	O B	A B
	A	O A	O A	O B A AB	A B AB
	B	O B	O B A AB	O B	A B AB
	AB	A B	A B AB	A B AB	A B AB

Théorie de Bernstein. — Pour interpréter ces faits, le mathématicien Bernstein a proposé la théorie suivante :

La présence des agglutinogènes est liée à celle de facteurs héréditaires appelés gènes. Il y aurait trois espèces de gènes que Bernstein désigne par les lettres A, B et R.

Lorsqu'un individu possède le gène A, son sang renferme l'agglutinogène A. La présence de l'agglutinogène B est de même liée à celle du gène B. Au gène R ne correspond aucune substance décelable biologiquement.

Chaque individu possède nécessairement deux gènes identiques ou différents.

Les individus ayant des facteurs identiques sont appelés homozygotes et ceux dont les facteurs sont différents hétérozygotes. Il y a donc en tout six groupes d'individus : trois homozygotes et trois hétérozygotes, mais les homozygotes A A sont indiscernables des hétérozygotes A R, de même les individus B B et B R sont indiscernables. Ce qui ramène bien à quatre groupes discernables par les propriétés de leur sang.

Le tableau suivant résume la formule dite « génétique » des individus suivant leurs groupes sanguins :

TABLEAU II

Groupe sanguin	O	A	B	AB
Formule génétique	RR	AA ou AR	BB ou BR	AB

Le père comme la mère transmettent chacun à leur enfant l'un des deux gènes qu'ils possèdent. Si les deux gènes sont différents, la transmission se fait strictement suivant les lois du hasard. Il y a donc exactement une chance sur deux pour que l'enfant possède l'un des deux gènes paternels et une chance sur deux pour qu'il possède l'autre.

Chez l'individu les gènes d'origine paternelle et maternelle sont indiscernables.

Remarque. — Si les homozygotes AA et BB sont respectivement indiscernables des hétérozygotes AR et BR par des expériences biologiques ou chimiques directes de leur sang, l'étude de leur ascendance ou de leur descendance permet parfois de trancher la question. En effet, supposons un individu du groupe A dont les parents seraient tous deux AB. Ces derniers ne possédant pas le gène R ne peuvent le transmettre. L'individu A ne peut donc posséder que des gènes A il est homozygote AA. De même, supposons un individu du groupe A ayant eu un enfant du groupe O. Ce dernier ne possède que des gènes R, chacun de ses parents lui a transmis un gène R et le possède donc. L'individu A possède un gène A et un gène R il est hétérozygote AR.

La théorie de Bernstein explique parfaitement les lois héréditaires énoncées précédemment. Elle est également conforme aux règles quantitatives de ces lois. Enfin ajoutons qu'elle se rattache à toute une série d'explications analogues relatives à la transmission des caractères chez un grand nombre d'êtres vivants qui ont été élaborés par les généticiens dans ces cinquante dernières années. Nous nous appuierons donc dans ce qui va suivre sur

la théorie de Bernstein, mais en faisant remarquer qu'elle ne constitue qu'un schéma com- mode simplifiant l'exposé des calculs. Ceux-ci finalement ne dépendent que des lois expéri- mentales qualitatives et quantitatives de l'hérédité des groupes sanguins et resteraient valables si la théorie de Bernstein venait à être modifiée.

* * *

RECHERCHE DE LA PATERNITÉ

La recherche de la paternité est un problème qui se pose très fréquemment en justice. Les analyses sanguines ont été entreprises au début exclusivement dans des cas d'incestes ou d'attentats criminels. Par suite des dispositions de la loi française, elles ne s'étendent que lentement aux cas ordinaires de recherche de paternité. Certains pays au contraire, comme l'Allemagne ou les États-Unis y recourent couramment et effectuent chaque année des centaines d'examens de laboratoire.

Théoriquement les groupes sanguins pourraient être aussi utilisés pour rechercher une mère inconnue, mais nous devons dire que les applications (erreurs dans les cliniques, vols d'enfants, etc...) ressortent beaucoup plus du roman que de la réalité. Nous nous placerons donc exclusivement au point de vue de la recherche de la paternité. Les résultats obtenus s'étendraient du reste aisément à ceux où le père et la mère seraient tous deux inconnus.

Il suffit de consulter le tableau I pour constater qu'il peut y avoir incompatibilité entre le groupe sanguin d'un enfant, celui de sa mère et celui d'un père présumé. Dans ce cas, l'élimination du père présumé peut être formelle.

Dans le cas contraire le point de vue classique consistait simplement à dire : *rien ne s'oppose à ce que le père présumé soit effectivement le père de l'enfant.*

Nous nous sommes demandés s'il n'était pas possible d'aller plus loin et si l'étude de la fréquence des différents groupes sanguins et de la probabilité de transmission des gènes, par le père et par la mère, ne permettraient pas d'apporter quelque précision numérique sur la vraisemblance de la paternité.

Le but essentiel de ce travail est d'exposer les résultats théoriques auxquels nous som- mes arrivés dans ce domaine et de donner les résultats numériques correspondants calculés d'après la fréquence des groupes sanguins dans le cas de la population française.

PROBABILITÉ DE PATERNITÉ SEMBLABLE

Considérons la mère et un père présumé et déterminons leurs groupes sanguins. Le père et la mère pourraient en général avoir des enfants dont les groupes sanguins seraient dif- férents. Tous les groupes sanguins ne peuvent pas apparaître chez les enfants, mais, parmi ceux qui peuvent apparaître, tous ne sont pas également probables. On peut définir et cal- culer en particulier la probabilité ω pour que le père présumé ait avec la mère un enfant dont le groupe sanguin serait justement celui de l'enfant en question.

Nous appellerons cette quantité *probabilité de paternité semblable*. Il nous paraît indis- pensable de souligner que ω ne représente pas la *probabilité de paternité*, du père présumé. Cette dernière expression est complètement dépourvue de sens si l'on considère un homme isolé. Pour s'en rendre compte, il suffit d'envisager le cas où le père présumé, la mère et l'enfant sont du groupe O. Alors tous les enfants que le père présumé et la mère pourraient avoir ensemble seraient du groupe O comme l'enfant de question : $\omega = 1$; la probabilité de paternité deviendrait une certitude de paternité. Or, il est évident, si l'on se place au seul point de vue des caractéristiques sanguines que tous les hommes du groupe O ont les mêmes probabilités et qu'un seul au plus peut être le père.

Si la probabilité de paternité semblable n'est pas nulle, la paternité est possible; si ω est petit la paternité est peu vraisemblable tandis qu'elle est au contraire très vraisemblable si ω est voisin ou égal à 1. Nous pouvons donc dire que ω mesure cette vraisemblance.

Nous allons montrer que l'on peut préciser cette notion en comparant les probabilités de paternité semblables de plusieurs hommes. Nous envisagerons successivement le cas de deux pères présumés, puis celui d'un père présumé et d'un homme choisi au hasard.

1° *Cas de deux pères présumés.* — Nous supposons ici que l'un des deux hommes est certainement le père et que en dehors des caractéristiques sanguines, les présomptions de paternité sont exactement les mêmes pour les deux pères. Appelons ω_1 et ω_2 les probabilités de paternité semblable.

Nous sommes ici dans le cas bien typique de la recherche de la paternité des causes. Nous pouvons donc appliquer la formule de Baye et obtenir de véritables *probabilités de paternité* qui seront respectivement :

$$\frac{\omega_1}{\omega_1 + \omega_2} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$$

2° *Cas où le nombre des pères présumés est indéterminé.* — Si le nombre de pères possibles augmente, la formule de Baye montre que la probabilité de paternité tend vers O. Cette

notion cesse donc d'être utilisable d'autant plus qu'en général le nombre de pères possibles est en réalité indéterminé et que les présomptions de paternité qui pèsent sur chacun d'eux, en dehors des caractéristiques sanguines, sont extrêmement variables et impossibles à préciser.

Mais si la probabilité de paternité d'un individu isolé n'est pas définie, la probabilité de paternité semblable reste calculable. On peut donc comparer à ce point de vue deux individus ayant les mêmes présomptions de paternité. Or, le premier de ces individus peut être l'inculpé. Pour le deuxième, on prendra un individu quelconque dont on supposera les caractéristiques sanguines inconnues et on formera le rapport $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ de ces deux probabilités. Suivant que ce rapport sera plus grand ou plus petit que 1, on pourra alors dire :

Nous ne pourrions pas éliminer formellement l'inculpé mais nous pouvons dire que du seul point de vue de ses caractéristiques sanguines, il a $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ fois plus de chances qu'un individu quelconque d'engendrer avec la mère un enfant présentant les caractéristiques sanguines de l'enfant de question;

ou au contraire

Nous ne pourrions pas éliminer formellement l'inculpé mais nous pourrions dire que, du seul point de vue de ses caractéristiques sanguines, il a $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ fois moins de chances qu'un individu quelconque d'engendrer avec la mère un enfant présentant les caractéristiques sanguines de l'enfant de question. Autrement dit le rapport

$$\frac{\text{probabilité de paternité semblable du père présumé}}{\text{probabilité de paternité semblable d'un individu quelconque.}}$$

mesure l'augmentation ou la diminution introduite par les études sanguines dans les charges qui pèsent sur le père présumé.

Telle est la notion que nous proposons d'introduire en médecine légale.

Nous allons maintenant indiquer comment se calcule les probabilités de paternité semblable, mais comme nos raisonnements s'appuient essentiellement sur la fréquence des gènes, il est au préalable nécessaire que nous indiquions comment nous calculons ces fréquences.

CALCUL DE LA FRÉQUENCE DES GROUPES ET DES GÈNES

Remarquons tout d'abord qu'il y a quatre groupes sanguins, donc que l'on obtient expérimentalement quatre fréquences. La somme de ces fréquences est égale à un, ce qui donne une première relation. D'autre part, dans la théorie de Bernstein, il y a trois gènes dont la somme des fréquences est encore égale à un, cela ne donne que deux variables indépendantes. Il doit donc y avoir une deuxième relation entre les fréquences des groupes sanguins, mais ces fréquences étant d'origine statistique, cette relation ne sera qu'imparfaitement vérifiée. C'est d'ailleurs ce que Bernstein lui-même a établi et l'étude des écarts entre la relation théorique et les vérifications expérimentales constitue justement l'un des arguments les plus probants de sa théorie. Si l'on accepte cette dernière, les fréquences à adopter doivent vérifier la relation en question, on peut donc calculer des valeurs plus probables des groupes sanguins que les valeurs obtenues expérimentalement. De ces fréquences, on déduira celles de gènes.

En réalité, nous avons constaté qu'il était plus simple de calculer directement la fréquence des gènes et de remonter ensuite à celle des groupes sanguins. C'est donc ainsi que nous allons conduire nos calculs.

Soient a , b , o et c les fréquences expérimentales des quatre groupes sanguins A, B, O et AB; α , β , ω et γ les fréquences vraies; x , y , et z les fréquences des gènes A, B et R.

On a d'abord :

$$\begin{aligned} a + b + o + c &= 1 \\ \alpha + \beta + \omega + \gamma &= 1 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned} \tag{1}$$

D'autre part, pour qu'un individu soit homozygote AA, BB ou RR, il faut que chacun des parents ait apporté le même gène. Les fréquences de ces individus sont donc respectivement x^2 , y^2 et z^2 .

Un individu hétérozygote d'un type déterminé peut, au contraire, s'obtenir de deux manières différentes suivant que l'un des gènes est d'origine paternelle et l'autre d'origine maternelle ou réciproquement. La fréquence des hétérozygotes AB, AR et BR est donc respectivement $2xy$, $2xz$ et $2yz$.

Enfin, un individu du groupe A peut être homozygote AA ou hétérozygote AR, de même un individu du groupe B peut être BB ou BR. On a donc finalement les quatre relations :

$$\begin{aligned} \alpha &= x^2 + 2xz \\ \beta &= y^2 + 2yz \\ \omega &= z^2 \\ \gamma &= 2xy \end{aligned} \tag{2}$$

En éliminant x, y et z entre ces quatre équations et l'équation (1), on trouve justement la relation de Bernstein :

$$\sqrt{\alpha + \omega} + \sqrt{\beta + \omega} - \sqrt{\omega} = 1.$$

Soit, d'autre part, n le nombre d'individus dont on a examiné les groupes sanguins. On a observé an individus du groupe A, bn du groupe B, on du groupe O et cn du groupe AB. Si nous admettons qu'*a priori* toutes les valeurs de α, β, ω et γ étaient également probables, la probabilité pour que n examens aient justement donnés ces valeurs an, bn, on et cn est :

$$\mathcal{P} = \frac{n!}{(an)!(bn)!(on)!(cn)!} \alpha^{an} \beta^{bn} \omega^{on} \gamma^{cn}$$

Suivant l'usage nous adopterons les valeurs de α, β, ω et γ qui rendent \mathcal{P} ou ce qui revient au même $\log_{\text{nep}} \mathcal{P}$ maximum.

$\log \mathcal{P}$ est une fonction de x, y, z . Comme d'autre part x, y et z doivent être compatibles avec l'équation (1) $\log \mathcal{P}$ est un maximum lié.

Appelons λ le facteur de Lagrange. Nous devons chercher le maximum de l'expression :

$$\log \mathcal{P} + \lambda (1 - x - y - z)$$

ce qui donne trois équations de la forme

$$\frac{\partial \log \mathcal{P}}{\partial x} - \lambda = 0$$

Éliminons λ :

$$\frac{\partial \log \mathcal{P}}{\partial x} = \frac{\partial \log \mathcal{P}}{\partial y} = \frac{\partial \log \mathcal{P}}{\partial z}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \frac{a}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{b}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{o}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{c}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial x} &= \frac{a}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{b}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{o}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{c}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial y} = \\ &= \frac{a}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \frac{b}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{o}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{c}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial z} \end{aligned}$$

enfin remplaçons $\frac{\partial \alpha}{\partial x}, \frac{\partial \beta}{\partial x}, \dots, \frac{\partial \alpha}{\partial y}, \dots$ par leurs valeurs tirées des équations (2) :

$$\frac{a}{\alpha} (x + z) + \frac{c}{\gamma} y = \frac{b}{\beta} (y + z) + \frac{c}{\gamma} x = \frac{a}{\alpha} x + \frac{b}{\beta} y + \frac{o}{\omega} z$$

et en remplaçant α, β, ω et γ par les valeurs tirées des équations (2)

$$\begin{aligned} \left(\frac{o}{z^2} - \frac{a}{x^2 + 2xz} \right) z + \left(\frac{b}{y^2 + 2yz} - \frac{c}{2xy} \right) y &= 0 \\ \left(\frac{o}{z^2} - \frac{b}{y^2 + 2yz} \right) z + \left(\frac{a}{x^2 + 2xz} - \frac{c}{2xy} \right) x &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

L'ensemble des équations 1 et 3 permet de calculer x, y et z .

Le calcul conduit à deux équations du 6^e degré que l'on doit résoudre par approximation successive.

Or, on peut avoir facilement des valeurs approchées x_1, y_1 et z_1 de x, y, z , il suffit de remplacer α et ω par a et o dans la première et la troisième équation 2 par exemple et de tirer y_1 de l'équation 1. On pourrait alors développer les équations 3 en série de Taylor puis calculer les corrections à apporter à x, y et z . L'expérience nous a montré qu'il était plus simple d'opérer de la manière suivante.

Appelons ε et φ les valeurs que prennent les premiers membres des équations 3 lorsque x, y et z ont des valeurs quelconques; ε_1 et φ_1 les valeurs de ε et φ lorsque l'on remplace x, y et z par x_1, y_1 et z_1 telles que :

$$x_1 + y_1 + z_1 = 1$$

laissons y_1 fixe puis augmentons x_1 et diminuons z_1 d'une même quantité (0,01 par exemple), les premiers membres des équations (3) prennent les valeurs ε_2 et φ_2 . Par interpolation on obtient immédiatement de combien il faut modifier x_1 et z_1 en laissant y_1 fixe pour annuler soit ε , soit φ .

Laissons maintenant x_1 fixe et modifions y_1 et z_1 , nous obtiendrons deux nouvelles corrections permettant d'annuler ε ou φ . Une construction graphique linéaire élémentaire donnera immédiatement les corrections à faire subir à x_1, y_1, z_1 pour annuler simultanément ε et φ . Dans le cas où la correction serait une extrapolation importante, il serait prudent de recalculer ε et φ à partir de ces nouvelles valeurs et de procéder, s'il y a lieu, à une nouvelle interpolation.

Les quantités x, y, z connues, on calculera les fréquences les plus probables des groupes sanguins à partir des équations 2.

Voici les résultats obtenus pour la population moyenne de la France.

TABLEAU III
Fréquence des gènes de la population française.

A	0,268
B	0,074
R	0,668

TABLEAU IV
Fréquence des groupes sanguins de la population française.

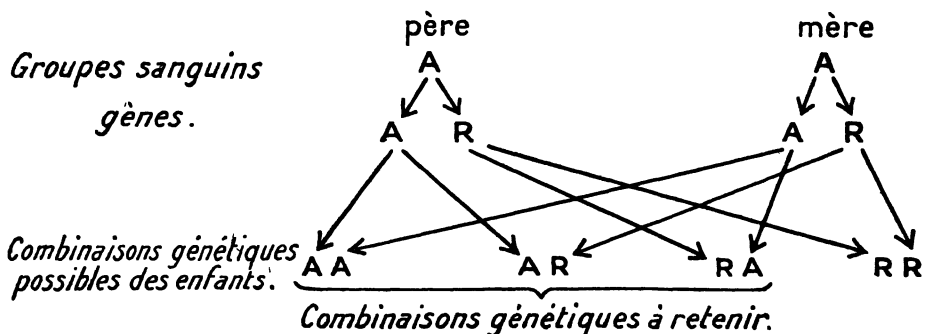
GROUPES sanguins	FRÉQUENCES expérimentales	FRÉQUENCES calculées	COMBINAISONS génétiques	FRÉQUENCES calculées
A	0,426	0,417	A A A R	0,069 0,348
B	0,112	0,104	B B B R	0,006 0,098
O	0,432	0,440	R R	0,440
AB	0,030	0,030	A B	0,030

CALCUL DE LA PROBABILITÉ DE PATERNITÉ SEMBLABLE.

1° Pour un individu dont on connaît le groupe sanguin. — (On suppose, bien entendu, dans tout ce qui va suivre, que les groupes sanguins de la mère et de l'enfant sont également connus.)

Nous déterminons, à partir du tableau II, les gènes paternels et maternels, puis nous formons les combinaisons génétiques possibles. Parmi ces combinaisons, il n'y a lieu de retenir que celles qui correspondent au groupe sanguin de l'enfant de question.

Exemple, le père et la mère sont A et l'enfant est A. On peut dresser le schéma suivant :



Nous déterminons ensuite la fréquence des gènes. Le produit de la fréquence du gène paternel par le gène maternel donne la fréquence de la combinaison génétique. Enfin, la probabilité de paternité semblable est la somme des fréquences des combinaisons génétiques correspondant au groupe sanguin de l'enfant.

La détermination de la fréquence des gènes ne soulève en général aucune difficulté. Si l'individu est un homozygote, les deux gènes sont identiques et la fréquence cherchée égale à 1. S'il est hétérozygote il a deux gènes différents, chacun d'eux a une fréquence égale à 0,5.

Le problème est un peu plus compliqué dans le cas d'un individu du groupe A ou-B car on ignore alors le plus souvent s'il est homozygote ou hétérozygote. Prenons par exemple le cas du groupe A. Les fréquences respectives des individus AA et AR sont, nous l'avons vu, x^2 et $2xz$. Sachant qu'un individu est A, il y a donc les probabilités :

$$\frac{x^2}{x^2 + 2xz} = \frac{x}{x + 2z} \quad \text{et} \quad \frac{2xz}{x^2 + 2xz} = \frac{2z}{x + 2z}$$

pour qu'il soit respectivement AA et AR. D'autre part, pour transmettre le gène R il faut que l'individu soit AR et à ce moment il n'a encore qu'une chance sur deux de le faire. La probabilité pour un individu de transmettre le gène R est donc :

$$\frac{z}{x + 2z}$$

et corrélativement la probabilité de transmettre le gène A sera :

$$1 - \frac{z}{x + 2z} = \frac{x + z}{x + 2z}$$

Ces valeurs peuvent être modifiées lorsque l'on connaît l'ascendance ou la descendance de l'individu, nous verrons un peu plus loin le calcul de ces corrections.

2° *Pour un individu à groupe sanguin inconnu.* — Comme précédemment, le calcul consiste à combiner la fréquence des gènes maternels et paternels. La fréquence des premiers se calcule de la même façon. La fréquence des gènes paternels n'est autre que x, y ou z . Il faut, en effet, faire dans chaque groupe, le produit des fréquences du groupe sanguin par la fréquence du gène, puis faire la somme de produits relatifs à chacun des groupes. Or, ces sommes ne sont autres que la fréquence du gène dans l'ensemble de la population.

On peut encore simplifier les calculs dans le cas où le gène paternel est connu sans ambiguïté. Il est alors inutile de tenir compte de la mère puisque ce qui nous intéresse c'est le rapport des probabilités de paternité semblable pour le père présumé et pour un père quelconque. La fréquence des gènes maternels identique dans les deux cas s'élimine.

Exemple, l'enfant est O. Quelle que soit la mère, le gène d'origine paternelle est R. Si le père présumé est lui-même O, tous ses gènes sont R tandis que la probabilité d'un gène R, dans l'ensemble de la population, est z . Le rapport cherché est $1/z$.

CORRECTIONS APPORTÉES PAR LA CONNAISSANCE DES GROUPES SANGUINS CHEZ LES ASCENDANTS DANS LA FRÉQUENCE DES HOMOZYGOTES AA ET BB, ET DES HÉTÉROZYGOTES AR ET BR (1).

Nous prendrons comme exemple le cas des individus du groupe A.

1° *Modifications introduites par l'ascendance.*

a) L'un des ascendants seul est connu. Si ce dernier est O ou B, il a sûrement transmis le gène R l'individu est hétérozygote. Si l'un des ascendants est AB il a sûrement transmis le gène A. La probabilité, pour que le deuxième ascendant fournisse A ou R, est alors proportionnel à la fréquence de ces gènes, c'est-à-dire respectivement,

$$\frac{x}{x + z} \quad \text{et} \quad \frac{z}{x + z}$$

et ces fréquences correspondent aux probabilités respectives pour que l'individu soit homo ou hétérozygote.

Enfin si le seul ascendant connu est A, la probabilité pour qu'il donne le gène A est, d'après le paragraphe précédent, $\frac{x + z}{x + 2z}$. Pour avoir le type AA il faut que le deuxième ascen-

(1) Nous n'envisagerons pas ici tous les cas possibles, il suffit en effet d'indiquer le principe du calcul. On trouvera, dans la thèse de M^{me} Nicoud-Barge, des détails plus complets sur ces calculs.

dant donne aussi le gène A dont la probabilité, nous venons de le voir, est $\frac{x}{x+z}$. La probabilité du type AA est donc :

$$\mu = \frac{x+z}{x+2z} \times \frac{x}{x+z} = \frac{x}{x+2z}$$

et naturellement celle du type AR.

$$\nu = 1 - \mu = \frac{2z}{x+2z}$$

b) On traiterait de la même manière le cas où les deux ascendants seraient connus.

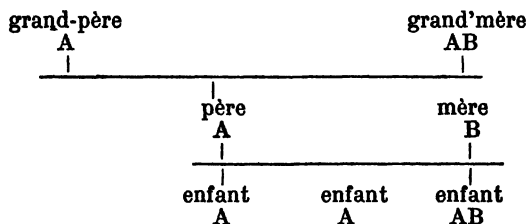
2° Modifications introduites par la descendance.

Soient μ et ν les probabilités respectives pour que l'individu soit homozygote et hétérozygote compte tenu s'il y a lieu de l'ascendance mais non de la descendance. Soit d'autre part m et n les probabilités pour qu'un homozygote et un hétérozygote puissent avoir la descendance observée. La formule de Bayes, sur la probabilité des causes, donnera les probabilités à *posteriori* suivantes :

$$\frac{\mu m}{\mu m + \nu n} \quad \text{et} \quad \frac{\nu n}{\mu m + \nu n}$$

pour que l'individu soit respectivement homo et hétérozygote.

Exemple I. — Une famille est constituée suivant le schéma suivant :



Le père de cette famille est, d'autre part, accusé d'être également le père d'un enfant illégitime du groupe O qu'une mère du groupe O vient de mettre au monde.

L'enfant illégitime a reçu de son père le gène R. La probabilité de ce gène pour un individu quelconque est z . Quelle est la probabilité pour que l'inculpé transmette ce gène à un de ses enfants.

La grand'mère a sûrement fourni le gène A, pour que l'inculpé soit AR il faut que le grand-père lui ait fourni le gène R. Or, cette éventualité a une probabilité $\frac{z}{x+2z}$ de se produire. On a donc :

$$\nu = \frac{z}{x+2z} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{x+z}{x+2z}$$

Les trois enfants ont le gène A. La mère n'ayant pas ce gène, ne peut le transmettre, ces trois gènes sont à l'origine paternelle. Or un individu AA transmet à tous ses enfants le gène A : $m = 1$ tandis qu'un individu AR n'a qu'une chance sur $2^3 = 8$ de transmettre consécutivement trois gènes A. On a donc $n = \frac{1}{8}$. La probabilité pour que l'inculpé soit AR est donc :

$$\frac{z/8}{x+z+z/8} = \frac{z}{8x+9z}$$

Enfin, si l'inculpé est hétérozygote, il n'a encore qu'une chance sur deux de transmettre le gène R. C'est-à-dire que la probabilité totale, pour l'inculpé de transmettre le gène R à l'un de ses enfants, est finalement :

$$\frac{z}{16x+18z}$$

Le rapport des probabilités entre l'inculpé et un individu quelconque ayant *à priori* les mêmes charges contre lui, est donc :

$$\frac{1}{16x + 18z}$$

Remplaçons x et z par les valeurs numériques tirées du tableau III, nous obtenons la valeur :

$$\frac{1}{16,14} = 0,062$$

Ainsi, nous pouvons dire que du seul point de vue des groupes sanguins l'inculpé avait 16, 14 fois moins de chance qu'un individu quelconque d'engendrer, avec la mère de l'enfant illégitime, un enfant présentant les caractéristiques sanguines de ce dernier. Nous n'éliminons pas formellement la paternité de l'inculpé, mais nous réduisons nettement, et d'une manière précise, les charges qui pèsent sur lui.

Exemple 2. — Réciproquement : un individu B a ses deux parents du groupe AB. Il est supposé d'être le père d'un enfant B, dont la mère est du groupe O.

Les parents de l'inculpé lui ont transmis tous deux le gène B. L'inculpé est donc BB et ne peut transmettre à ses enfants que le gène B.

La mère de l'enfant n'a pu transmettre le gène B qui est donc d'origine paternelle.

Pour l'inculpé la probabilité de transmettre le gène B est 1 ; pour un individu quelconque c'est y . Le rapport des probabilités est ici :

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{0,074} = 13,5$$

Nous ne pouvons pas affirmer que l'inculpé est le père, mais nous pouvons dire, en nous plaçant au seul point de vue des groupes sanguins, qu'il a 13,5 fois plus de chance qu'un individu pris au hasard d'engendrer avec la mère un enfant présentant les caractéristiques sanguines de ce dernier. Nous augmentons ainsi sérieusement les charges qui pèsent sur lui.

* * *

Tous les cas ne sont certes pas aussi favorables que ceux que nous venons de présenter. N'y en aurait-il que quelques-uns, cela suffirait à justifier notre travail. De plus, il est également très utile dans le cas où le rapport des probabilités est très voisin de 1 de savoir que l'étude des groupes sanguins n'a pu modifier en réalité sensiblement les charges qui pèsent contre l'inculpé et que la formule : « rien ne s'oppose à ce que l'inculpé soit le père de l'enfant en question mais rien non plus ne nous permet de l'affirmer » n'est pas, en réalité, une clause de style qui cache la conviction de l'expérimentateur. Mais l'intérêt essentiel de notre travail n'est pas là.

Si le principe de calcul que nous vous présentons est correct, il est susceptible de généralisation. Or, les groupes sanguins ne sont pas les seuls caractères héréditaires chez l'homme. Dès maintenant, on utilise, en médecine légale, l'hérédité d'autres « facteurs » sanguins dénommés M et N (1), de plus, nous pouvons citer de nombreuses maladies et anomalies anatomiques ou physiologiques à caractères héréditaires (un livre entier leur a été consacré) sans compter des caractères non pathologiques de toutes sortes, aussi diverses que la disposition des lignes de la main ou des sensations gustatives. Ces caractères ne sont pas encore utilisés pour la recherche de la paternité, soit parce que leurs lois de transmissions sont encore discutées, soit parce que leur détermination, dans la première enfance, est trop délicate, soit enfin parce que leurs probabilités sont mal connues. On peut faire confiance aux généticiens et être assurés qu'ils mettront bientôt définitivement à notre disposition à la fois certains de ces éléments, et d'autres encore insoupçonnés. Il sera nécessaire cependant de ne les utiliser qu'avec la plus grande prudence et en particulier de n'introduire leurs fréquences dans les calculs que lorsque l'on aura la certitude de l'absence de corrélation des différents caractères ou lorsque l'on pourra tenir compte de cette corrélation.

Ces nouveaux éléments agiront surtout en augmentant le nombre d'éliminations formelles dans les cas de non-paternité, ce qui naturellement augmentera les rapports de probabilité dans les cas de paternité. Dès maintenant, nous pourrions indiquer que l'introduction des facteurs M et N a permis, dans le cas le plus favorable à la paternité, de multiplier par 2,27 la valeur obtenue par le seul emploi des groupes sanguins proprement dits. Le rapport des probabilités établi dans le cas précédemment étudié passerait, dans ces conditions, de 13,5 à la valeur 30,6.

Lucien AMY.

(1) Voir à ce sujet la thèse de M^{me} Nicoud-Barge.

DISCUSSION

M. LEPRINCE-RINGUET demande comment ont été établies les fréquences des groupes sanguins et des gènes. Il demande, d'autre part, si les autres éléments d'hérédité, qui permettent d'accroître considérablement la probabilité des conclusions, ont donné lieu à des évaluations de fréquence statistique.

M. Lucien AMY répond :

« 1° Les fréquences expérimentales des groupes sanguins que nous donnons proviennent des centres de transfusion sanguine. Elles sont relatives uniquement aux candidats donneurs de sang et correspondent par conséquent à des personnes en parfaite santé.

« 2° Sauf pour les facteurs M et N auxquels nous avons fait allusion dans le cours de notre exposé, il n'existe pas, à notre connaissance, de données quantitatives précises sur les fréquences des autres facteurs héréditaires humains ni surtout sur les corrélations qui pourraient exister entre ces facteurs et ceux relatifs aux groupes sanguins. »

M. Paul VINCENT demande comment il se fait que, de la transfusion du sang d'un donneur universel (du groupe O) à un récepteur universel (du groupe AB) il n'y ait pas agglutination, alors qu'inversement un sujet du groupe AB ne peut donner son sang à un sujet du groupe O.

M. le Dr MALTHÈTE indique que c'est la faible quantité de sang injecté du transfuseur au transfusé qui, dans ce cas, explique l'absence d'agglutination des globules rouges.

A ce sujet, lorsqu'on se propose, avec des sérums connus, de grouper le sang d'un donneur éventuel, on doit prendre cette précaution essentielle : diluer une goutte du sang à examiner dans un excès de sérum témoin.

M. AMY fait remarquer que les phénomènes d'intolérance auxquels donnent lieu les transfusions sanguines de sang incompatibles sont en réalité beaucoup plus complexes que les phénomènes observés en mélangeant les sérums et globules *in vitro*, et restent pour la plupart encore inexplicables.

M. HULER demande à M. Amy si le résultat des expertises a eu parfois, pour effet, d'amener les personnes incriminées à reconnaître finalement des faits qu'ils avaient jusqu'alors niés, ce qui constituerait évidemment un véritable succès.

M. AMY indique que des aveux ont pu être obtenus à la suite des examens relatifs aux groupes sanguins ; toutefois, les calculs de probabilités qui viennent d'être exposés n'ont été jusqu'ici appliqués qu'à des affaires déjà anciennes ; leurs résultats n'ont pas encore été incorporés dans les conclusions des rapports d'expertise.

M. René ROY demande si des observations ont été faites en ce qui concerne une corrélation possible entre la nature du groupe sanguin et les qualités mentales ou physiques des sujets examinés.

Il demande, en second lieu, si l'on a songé à dégager une méthode rationnelle d'eugénisme fondée sur l'étude des groupes sanguins.

M. AMY répond qu'il n'existe à sa connaissance aucune étude sur une corrélation possible entre les qualités mentales et les groupes sanguins.

Ce que l'on sait seulement, c'est que les fréquences des groupes sanguins varient avec la race. D'une manière générale, on trouve une proportion beaucoup plus élevée de gènes B chez les Asiatiques que chez les Européens.

Il ne pense pas que l'on ait envisagé sérieusement de tenir compte du groupe sanguin en matière d'eugénisme. Cependant MONTANDON a proposé de le faire en matière de naturalisation et de refuser systématiquement celle-ci à tous les individus possédant le gène B.
