

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

E. KRUMMEICH

Contribution à l'étude du mouvement de la population (fin)

Journal de la société statistique de Paris, tome 68 (1927), p. 230-240

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1927__68__230_0

© Société de statistique de Paris, 1927, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

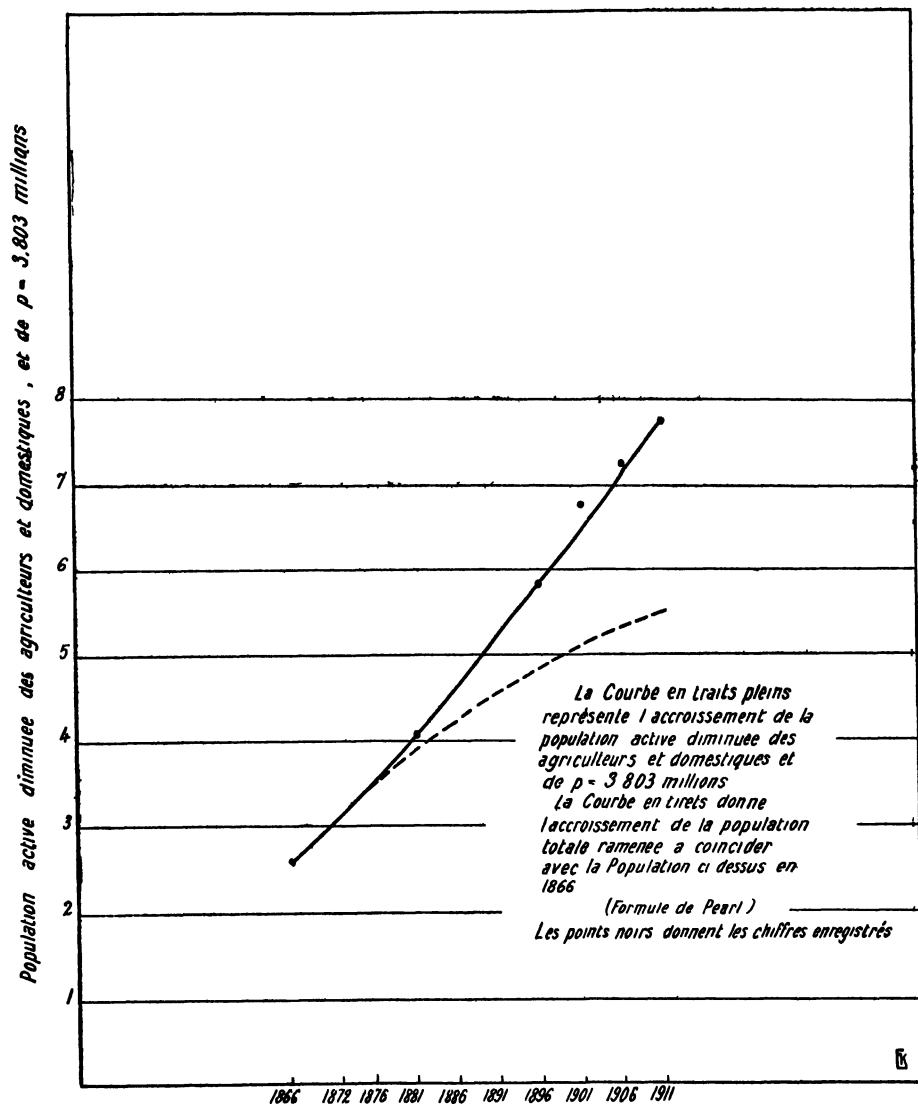
III

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU MOUVEMENT DE LA POPULATION (*ftn*)

19° *Ajustement de la population urbaine par la formule de Verhulst.* — On a établi dès 1846 une distinction entre la population urbaine et la population rurale. La population urbaine est la population totale de toutes les communes dont la population agglomérée au chef-lieu dépasse 2.000 habitants. Le but de cette distinction, qui était de mettre en évidence la population agricole, n'est évidemment pas rempli, car par suite du voisinage d'un centre industriel, la plus grande partie d'une petite commune peut avoir des occupations industrielles, de même qu'il existe des agglomérations de plus de 2.000 habitants tous agriculteurs. Néanmoins, cette distinction n'est pas sans intérêt au point de vue urbain, et d'autre part, on dispose ici de statistiques précises et remontant assez loin.

La population rurale étant en constante décroissance, ne peut évidemment suivre un cycle de Verhulst, et cette étude devra être limitée à la population urbaine.

Les chiffres fournis par les recensements ont dû être corrigés pour tenir compte



de la perte de l'Alsace-Lorraine. Pour chaque année nous avons multiplié le chiffre brut du recensement par le rapport :

$$\frac{\text{Population vivant sur le territoire de 1911}}{\text{Population légale}}$$

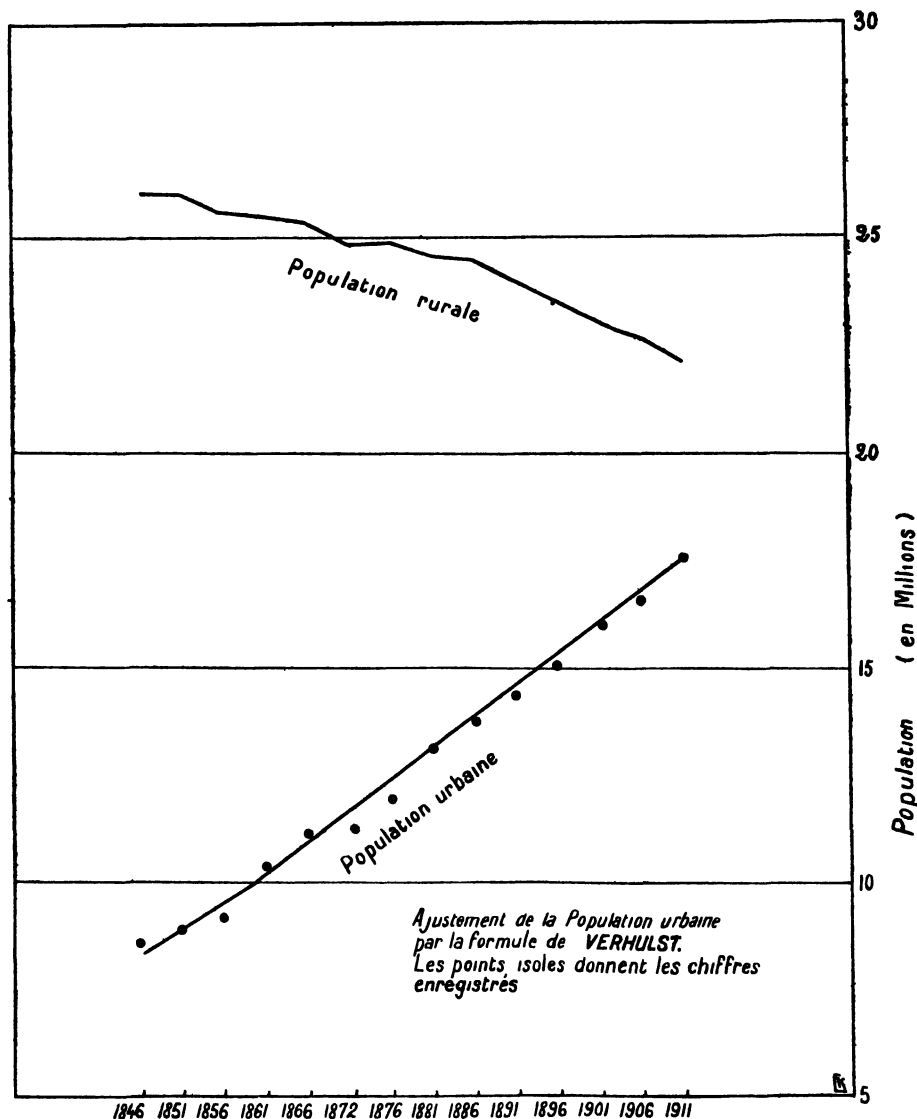
Les procédés que nous indiquons plus haut pour obtenir l'ajustement par la formule de Pearl sont en défaut ici. Nous appliquerons donc la formule simple de Verhulst en utilisant les trois recensements équidistants 1851, 1881, 1911.

On obtient la formule :

$$y_t = \frac{28,178}{1 + e^{\frac{1889,5 - t}{48,202}}}$$

Le tableau ci-joint permet de comparer la population urbaine ajustée, à la population enregistrée.

ANNÉE	POPULATION rurale rectifiée de 1846 à 1866	POPULATION URBAINE		ÉCARTS	
		rectifiée de 1846 à 1866	ajustée de 1846 à 1866	en +	en —
1846.	26,007	8,540	8,286	0,254	
1851.	25,991	8,911	8,911	,	
1856.	25,566	9,608	9,561	0,047	
1861.	25,493	10,342	10,233	0,109	
1866.	25,372	11,113	10,926	0,187	
1872.	24,868	11,235	11,781		0,546
1876.	24,928	11,978	12,361		0,383
1881.	24,576	13,096	13,096		,
1886.	24,452	13,767	13,838		0,071
1891.	24,032	14,311	14,582		0,271
1896.	23,492	15,026	15,325		0,299
1901.	23,005	15,957	16,064		0,107
1906.	22,715	16,537	16,793		0,256
1911.	22,093	17,609	17,509		,
				0,597	1,933



$$\text{Écart moyen} = \frac{2,530}{14} = 0,180.$$

Les écarts négatifs, même si on néglige les gros écarts accidentels de 1872 et 1876, sont presque doubles des écarts positifs; de 1846 à 1866, les points enregistrés sont constamment au-dessus de la courbe ajustée, tandis qu'ils sont constamment au-dessous de 1881 à 1911, ce qui est l'indice d'un ajustement médiocre.

L'écart moyen est 0,180.

Il peut être intéressant de rapprocher la date du point d'inflexion (1889,5) de celle très rapprochée (1897) trouvée pour l'inflexion de la population active industrielle; mais par ailleurs, les intervalles-types sont trop différents dans les deux courbes pour laisser supposer leur parallélisme. Du reste, le changement de sens de la courbure de part et d'autre de 1889,5 est à peine perceptible; les chiffres enregistrés dessinent aussi bien une ligne droite qu'une courbe de Verhulst.

La détermination de la valeur limite de la population urbaine est dénuée d'exactitude par suite du peu d'extension de la courbe à droite du point d'inflexion, bien que le chiffre trouvé soit parfaitement compatible avec la valeur limite de la population totale et le chiffre lentement décroissant de la population rurale.

Malgré le petit nombre de données à notre disposition; il est intéressant de voir si la répartition des écarts entre les chiffres ajustés et les chiffres bruts est normale. Le tableau suivant nous fournit cette comparaison, l'écart-type étant calculé à l'aide des écarts de 1851 à 1911, en négligeant les écarts de 1872 et 1876 :

Valeur supérieure des écarts	Distribution théorique des écarts	Distribution observée
$\pm 1/3 \sigma = 0.055$	26 % = 2,9	4
$\pm 2/3 \sigma = 0.110$	50 % = 5,5	7
$\pm \sigma = 0.165$	68 % = 7,4	7
$\pm 4/3 \sigma = 0.220$	82 % = 9	8
$\pm 2 \sigma = 0.330$	95 % = 10,5	11
$\pm 3 \sigma = 0.495$	100 % = 11	11

Bien que cette distribution soit assez satisfaisante, on ne peut rien en conclure en faveur de l'exactitude de la loi, par suite du petit nombre des observations.

QUATRIÈME PARTIE

LES FACTEURS QUI INFLUENT SUR LA POPULATION

20° *Variations de la composition par âges, et de la mortalité d'une population suivant un cycle Verhulst.* — A défaut d'une théorie mathématique qui reste encore à faire, de la distribution par âges d'une population suivant une loi de Verhulst, M. Yule a étudié le problème sur la population anglaise qui est une des populations qui vérifient le mieux la loi.

$$Y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Il a pris pour unité de temps l'écart-type, supposé égal à 50 ans.

Le taux de décès par âges *supposés constants tout le long de la courbe*, sont fournis par une table de survie quelconque.

M. Yule suppose d'abord que la population a été stable jusqu'à $\tau = -4$, il prend comme composition par âges à cette date des nombres proportionnels à ceux de la table de survie anglaise, et dont le total soit égal à $Y^{(-4)}$ fourni par la table de la fonction $Y(\tau)$.

Si les groupes d'âges sont de 10 ans, on a la composition :

$y_0^{(-4)}$,	nombre d'individus de	0 à 10 ans au temps	— 4
$y_{10}^{(-4)}$,	—	10 à 20	— 4
.			
$y_{100}^{(-4)}$,	—	de plus de 100 ans	— 4

avec :

$$Y^{(-4)} = \sum_{i=0}^{i=100} y_i^{(-4)}.$$

Si au temps $\tau = -4$, la population est entrée dans un cycle de Verhulst, au temps $\tau = -3,8$, les groupes auront veilli de 10 ans et seront devenus :

$y_0^{(-3,8)}$	=	$y_{10}^{(-4)}$
$y_{10}^{(-3,8)}$	=	$y_{20}^{(-4)}$
.		
$y_{100}^{(-3,8)}$	=	$y_{110}^{(-4)}$

avec :

$$Y^{(-3,8)} = \sum_{i=0}^{i=100} y_i^{(-3,8)}.$$

L'augmentation de population n'a pu se produire que par l'élévation du nombre de naissances et par conséquent n'affecte que le groupe $y_0^{(-3,8)}$. On a par suite :

$$y_0^{(-3,8)} = Y^{(-3,8)} \sum_{i=10}^{i=100} y_i^{(-4)}.$$

La composition par âge à l'époque $-3,8$ est ainsi complètement déterminée. De proche en proche, on calculera les compositions par âges aux époques : $-3,6$, $-3,4$ etc...

On ramène facilement à ce cas celui d'une population ayant toujours suivi un cycle de Verhulst. Il suffit de remplacer la valeur exacte de y par celle d'une exponentielle, courbe qui se confond avec la première pour les grandes valeurs négatives de τ .

Cette étude est particulièrement intéressante, car elle nous montre comment varient les taux généraux de mortalité et de natalité de populations suivant la loi de Verhulst.

Soient, en effet, $q_0, q_{10}, \dots, q_{100}$ les taux annuels de mortalité des différents groupes d'âges considérés.

Pour $\tau = -3,8$ par exemple, les décès annuels pour les groupes d'âges successifs seront :

ordre de taux de mortalité décroissante. L'emploi du taux de natalité change à peine le classement, et la corrélation entre les deux séries est + 0,81 (période 1901-1910). Il faut mettre à part l'Irlande, pays où l'émigration des classes adultes cause une augmentation artificielle du taux brut de mortalité, et la France, pays qui précède les pays européens sur le cycle d'évolution de Verhulst et où, conformément à l'hypothèse de ce dernier le taux de natalité semble tendre vers le taux de mortalité, indice de stabilité de la population (en 1901-1910, taux de mortalité = 19,4, taux de natalité = 20,6). Le même auteur a publié la tableau de décroissance des taux de mortalité et de natalité entre 1871 et 1910, de 19 pays européens. La corrélation entre les deux séries de taux est + 0,75.

La loi d'accroissement étant supposée connue, la connaissance d'un des deux taux de mortalité et de natalité suffit pour déterminer l'autre. Rien ne nous permet *a priori* de dire quel est celui de ces facteurs que l'on peut considérer comme régulateur de l'autre. La densité de population semble exercer une influence indéniable sur la mortalité et la natalité.

Il existe une corrélation très nette entre la densité de population de différents quartiers d'une ville ou de subdivisions d'une même région, et la mortalité dans ces mêmes quartiers ou subdivisions. On peut d'ailleurs trouver de ce fait une preuve biologique. Elle est fournie par les recherches de Pearl et de S. Parker (1924) sur la *Drosophila melanogaster* dont la rapidité de reproduction et l'existence de deux types très différents et pouvant s'accoupler ont permis des expériences très variées (la vie moyenne étant de 40 jours dans un type, de 15 dans l'autre). Elles montrent l'existence d'une densité optimale à partir de laquelle la mortalité s'accroît avec la densité. Il convient de remarquer que les courbes de survie chez l'homme et chez la drosophile sont comparables si on fait coïncider leurs extrémités; cependant, la courbe de l'homme est entièrement au-dessus de l'autre à une faible distance; il est permis de supposer que l'hygiène et la science médicale retardent la mort des hommes débiles, ce qui explique l'écart de la partie moyenne des deux courbes; la mortalité est ensuite plus rapide chez l'homme. Ce dernier semble donc avoir troublé une loi biologique.

Il semble par contre que la tendance de la mortalité à s'accroître avec la densité ne se vérifie pas du tout si on considère un même pays à des époques successives. Dans la plupart des pays européens, tandis que la population croissait avec une grande rapidité, on voyait le taux de mortalité diminuer considérablement. Ainsi en Norvège, le taux brut qui était de 25,2 ‰ en 1801-1810, était seulement de 14,9 en 1922; en France, il passa de 26,3 en 1806-1810 à 17,7 en 1922. Le phénomène est le même pour la population internationale. Dans beaucoup de pays, le taux a diminué de moitié.

L'intervention de facteurs plus forts que la densité nous empêche donc de regarder la mortalité comme le facteur ayant déterminé la limitation de la population.

22° Étude du taux de la natalité. — On ne possède pas de statistiques démontrant que le taux de natalité varie avec la densité de population; mais un argument sérieux est fourni par les expériences de Pearl. Dans des conditions

identiques et constantes d'alimentation et de température, on enferma dans des bouteilles de lait, de 1 à 50 couples de drosophiles, et pour chacune des 50 bouteilles on enregistra les naissances. La bouteille à 1 couple donnait 21,4 naissances par femelle et par jour, celle de 2 couples 12,6 et celle à 50 couples 0,33.

Il semble qu'en réalité les taux de natalité et de mortalité soient soumis à des périodicités naturelles. Malheureusement, les statistiques suédoises qui remontent à 1750 et qui auraient pu nous aider à élucider le problème, dérivent de registres de populations et sont par suite sujettes à caution. Faute de pouvoir étudier les périodes étendues, M. Dudley Buxton a mis en évidence une périodicité assez nette de 4,6 ans pour le taux de natalité de la Finlande et du Brandebourg (moins nette pour l'Allemagne), de 7,3 ans pour la mortalité en Finlande. La courbe d'accroissement naturel est évidemment compliquée puisqu'elle provient des interférences des oscillations de la natalité et de la mortalité.

L'influence des périodicités naturelles sur les taux de natalité et de mortalité est probablement importante; elle disparaît par suite des relations économiques actuelles et l'étendue des nations qui englobent des surfaces géographiquement différentes. L'énorme accroissement de la population humaine dû à l'industrialisme a masqué ces périodicités probablement plus visibles à d'autres époques.

Si le problème de la natalité est de nature biologique, il doit y avoir des périodes de forte et de faible natalité comme il y a des périodes d'épidémies, d'invasions d'animaux nuisibles. Dès 1908 le Dr Brownlee a signalé que dans les épidémies et dans les invasions de sauterelles et de rats il y a des oscillations périodiques que l'on peut rapprocher des migrations de peuples. Des micro-organismes peuvent causer de grands ravages périodiquement (grippe, choléra) puis entre temps, sans cause apparente, perdre leur virulence, de même, des scandinaves, du VIII^e au X^e siècles, envahirent périodiquement et colonisèrent l'Europe de l'Ouest, ce qui est l'indice d'une natalité élevée. Or, ces migrations cessèrent brusquement, ce qu'on ne peut expliquer que par un arrêt de la natalité, la Norvège ne présentant pas à cette époque de grandes ressources. On pourrait citer de même les invasions venues de l'Orient.

La théorie du Dr Brownlee consiste à admettre que les cellules génératrices accumulent de l'énergie qui se déchaîne à un moment donné, puis recommencent ensuite une nouvelle accumulation, il en résulte une alternance d'accroissements et d'arrêts. Il dit à l'appui de sa thèse que les périodes de grand accroissement numérique de la population coïncident avec les périodes d'apparition d'individualités éminentes.

Cette théorie est en contradiction avec le fait que des peuples du passé ont vu leur accroissement suivi d'une chute qui ne fut jamais suivie d'un accroissement nouveau, mais bien d'une disparition. Les mouvements rythmiques signalés par Brownlee peuvent être dus en réalité à la substitution de certains groupes à d'autres sans que cela soit apparent, les nouveaux venus épousant la civilisation déjà existante.

Dans l'ensemble, tous les pays montrent une chute du taux de natalité depuis 1871-1880, et la France a simplement précédé ce mouvement d'ensemble;

il convient de noter que la chute dans les différents pays est d'autant plus rapide que le taux de natalité était plus élevé. La Saxe en fournit un exemple saisissant (sa population étant passée de 1.558.000 en 1892 à 4.807.000 en 1910), elle montre à partir de 1880 une chute absolument vertigineuse de sa natalité. Le taux français, resté ce qu'il était est aujourd'hui rejoint par les taux de la plupart des autres pays (l'Italie, l'Espagne font exception). La Suède et la Suisse ont même des taux inférieurs. La guerre de 1914-1918 a causé une grosse chute du taux de natalité, suivie d'un relèvement, puis d'une nouvelle chute rapide, sauf pour la France où l'on constate plutôt une amélioration.

Le Dr Stevenson a fait remarquer qu'à l'explication d'un taux de natalité conduisant la population le long de la courbe de Verhulst il est peut-être préférable de substituer l'hypothèse d'un changement de cycle d'évolution, ainsi que cela eut lieu au début du XIX^e siècle dont la courbe de Verhulst ne convient nullement au XVIII^e siècle. Il est difficile, en effet, de concevoir que les taux de natalité de nombreux pays soient restés à peu près constants jusqu'en 1880, puis que tous aient subi à partir de ce moment la même chute vertigineuse, à moins d'admettre qu'ils soient à des points identiques de leur cycle de Verhulst.

Le taux de fécondité, c'est-à-dire le nombre de naissances légitimes pour 1.000 femmes mariées de quinze à quarante-neuf ans, constitue un moyen d'étude plus exact. Dans la période 1886-1895, la fécondité des différents pays européens variait entre 225 et 270, sauf pour la Russie (299), les Pays-Bas (299), la Hongrie (225) et la France (149) alors que les taux de natalité variaient de 200 à 500. La fécondité légitime était donc à cette époque à peu près constante; comme des pays placés dans des conditions économiques aussi différentes n'ont aucune raison de pratiquer la limitation des naissances à un taux aussi uniforme, on est amené à conclure qu'ils la pratiquent peu, tandis qu'en France les variations très fortes de la fécondité d'un département à l'autre (supérieures à celle d'un État à l'autre) semblent dénoncer le rôle important joué par la limitation.

La fécondité en 1881 était presque identique à ce qu'elle était en 1876 pour 18 pays européens; par contre, en 1911 elle n'était plus que de 79,4% du chiffre de 1881 pour l'Europe (57,3 % pour la Saxe). Pour tous ces pays, les fluctuations sont très légères autour d'un même niveau jusque vers 1880, puis aussitôt après commence une chute sans cesse accrue.

Bien que les enregistrements suédois depuis 1750 semblent montrer des fluctuations périodiques des naissances, la Suède partage aujourd'hui la chute rapide de la fécondité. On expliquerait difficilement ceci par la physiologie de la race. On l'expliquerait aussi mal par le mouvement économique, car l'Angleterre, l'Allemagne et la France qui, en 1880, étaient à des phases complètement différentes de leur développement économique, montraient la même chute de fécondité.

Rappelons ici que là où la limitation des naissances ne s'effectue pas par des pratiques anti-conceptionnelles, elle peut s'exercer par la limitation des mariages. Ainsi, l'Irlande qui présentait un taux de fécondité normal, avait un taux de nuptialité très bas, aussi son taux de natalité était-il très bas malgré une fécondité élevée.

M. Corrado Gini a essayé de trouver un critérium de l'action de la volonté sur la natalité. Il appelle *fécondabilité* de la femme la probabilité p qu'une femme prise parmi n couples également aptes à procréer, concevra durant une période menstruelle. Le nombre de conceptions se produisant dans la $m^{\text{ième}}$ période après le mariage est le m^{e} terme d'une progression géométrique de raison $(1-p)$. Donc, si le nombre des observations est suffisant, le quotient de deux des nombres mensuels successifs observés doit nous donner $1-p$, d'où p . Ceci suppose évidemment toutes les femmes du groupe fécondables, et en réalité, les statistiques donneront seulement la fécondabilité des femmes qui ont conçu.

Les données qu'on possède pour Berlin, la Saxe, l'Italie et quelques États australiens pour les vingt-quatre premiers mois de mariage, montrent que la fécondabilité des primipares dans les premiers mois est à peu près identique dans tous les pays où on peut l'établir, alors que la fécondité y est différente. On constate également le fait remarquable qu'après le premier mois de mariage, la fécondabilité de la femme primipare ne varie pas quand varie son âge.

La fécondabilité n'a montré aucune tendance systématique en Saxe de 1900 à 1912, tandis que la fécondité diminuait du tiers en ce temps.

Le calcul de la fécondabilité est indépendant de la pratique de la limitation si on admet que les femmes qui la pratiquent sont fécondables au même degré que les autres; c'est là un point faible de cette théorie, car la pratique de la limitation n'est pas toujours couronnée de succès, et alors on obtient un chiffre de fécondabilité inférieur au vrai. D'autre part, les données statistiques ne permettent d'appliquer la méthode qu'aux primipares.

On ne peut du reste en tirer aucune preuve pour ou contre l'interprétation biologique du déclin du taux de natalité, l'affaiblissement de l'instinct de la génération pouvant être le prodrome d'une diminution ultérieure de l'aptitude à procréer.

23° Influence des facteurs économiques sur l'accroissement de la population. — La comparaison des taux de mortalité, de nuptialité et de natalité avec l'activité économique, doit être faite en deux phases. Dans la première on détermine, par exemple par le procédé de la moyenne mobile pour des périodes de onze années, l'allure générale des courbes représentant ces taux. Dans une deuxième phase, on étudie les oscillations des taux enregistrés, autour de ces courbes. On traduit les facteurs économiques par les taux de salaires, la consommation, le revenu par tête de population, en ayant soin de corriger les chiffres bruts de variations du prix de la vie. M. Beveridge a publié de tels tableaux indiquant pour l'Angleterre les variations de la nuptialité et de la fécondité et celles des facteurs économiques. Son travail avait pour but de montrer que les affirmations de M. Keynes désignant l'année 1880 comme tournant de l'histoire économique de l'Europe occidentale à partir duquel une unité de travail produirait un rendement de subsistances décroissant, sont erronées et dues à l'emploi d'indices des prix non comparables. Tandis que le revenu montre un accroissement rapide et continu, le taux de nuptialité décroît après avoir présenté un maximum vers 1880. La chute du taux de fécondité est encore plus rapide. Les raisons économiques ne suffisent donc pas à expliquer le déclin

de la natalité; celle-ci est aussi livrée au caprice de notre intervention. La possibilité pour l'homme de réduire à volonté le taux de natalité, empêche évidemment de considérer ce dernier comme facteur régulateur d'une population suivant une loi rationnelle.

Quant aux oscillations des taux autour des courbes qui traduisent leur allure générale, on peut en tirer des conclusions très nettes à l'aide d'un graphique dressé par M. Yule pour l'Angleterre. Comme index de l'activité économique, il utilise la valeur de la somme des importations et exportations par tête d'habitant; le taux de mortalité n'a pas la moindre tendance à varier en sens inverse du commerce et du taux de nuptialité, et on constate même, ce qui est certainement accidentel, qu'aux périodes plus prospères correspond souvent une mortalité plus élevée. Par contre, les oscillations du taux de nuptialité suivent fidèlement avec un décalage d'environ deux ans, celles des affaires. Les oscillations du taux de natalité sont synchrones, bien qu'avec moins de netteté et un décalage plus accentué. Elles semblent montrer en tout cas l'influence que pourraient avoir les conditions économiques sur la natalité si l'intervention humaine ne venait modifier irrésistiblement la forme générale de la courbe représentant la natalité.

Nous résumons sous forme de tableau une étude dans laquelle M. Bourdon indique l'influence de l'aisance sur l'accroissement de la population, et dont la troisième catégorie correspond à l'accroissement des nations industrielles du XIX^e siècle.

DEGRÉ D'AISSANCE	NUPTIALITÉ	NATALITÉ	MORTALITÉ	ACCROISSEMENT de la population.
1° Ni aisance, ni prévoyance.	Précoce et très forte.	Très forte.	Forte.	Rapide, tant qu'une guerre, famine ou épidémie ne vient pas décimer le pays
2° Premier degré d'aisance. (Régions agricoles Angleterre et France au XVIII ^e siècle.)	Les gens se marient lorsqu'ils ont une situation établie. Mariages peu nombreux et tardifs.	Le retard des mariages réduit le nombre des femmes fertiles mariées. Introduction d'un confort type réduisant le nombre des enfants.	Diminuée.	Accroissement plus lent mais moins sujet à de violentes fluctuations.
3° Large aisance. (Régions agricoles très riches et contrées industrielles où l'apprentissage est rapide.)	Mariages nombreux et assez précoces.	Très forte tant qu'on ne pratique pas la limitation des naissances : elle devient alors très faible.	Très réduite par l'aisance et l'hygiène.	Accroissement exceptionnellement rapide jusqu'à l'instant où apparaît la limitation volontaire.

De même qu'une loi mathématique simple est impuissante à traduire l'évolution d'une population autrement que pour permettre une interpolation valable pendant quelques années, l'intervention humaine masque l'action de facteurs économiques dont l'influence est cependant indéniable; on ne pourrait tirer aucune indication de leur évaluation future, même si on n'était pas réduit à obtenir celle-ci à l'aide d'hypothèses souvent gratuites.

Paris, mai 1926.

E. KRUMMEICH.