Journal de la société statistique de Paris

Pierre Des Essars

La répartition des revenus en Autriche

Journal de la société statistique de Paris, tome 43 (1902), p. 222-225
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1902__43__222_0>

II.

LA RÉPARTITION DES REVENUS EN AUTRICHE (1).

Notre savant confrère M. Vilfrede Pareto a découvert, il y a quelques années, et exposé dans le *Giornale degli Economisti* et dans son cours d'économie politique à l'Université de Lausanne (2) une loi sur la répartition de la richesse qui paraît générale et qui du moins s'applique sans condition ni restriction aux différents pays considérés et dans un même pays aux différentes époques qu'il a pu examiner. Il est intéressant de vérifier cette loi chaque fois qu'on en trouve l'occasion et c'est une vérification pour l'Autriche qui fait l'objet de ma communication.

Dans le dernier *Bulletin de statistique de l'Enregistrement* on trouve la statistique pour 1899 des revenus en Autriche d'après l'impôt, la voici :

Revenus	Nombre des contribuables.
De 599 à 2 000 florins	642 398
De 2 001 à 6 000 —	91 774
De 6 001 à 10 000 —	9 851
De 10 001 à 20 000 —	5 422
De 20 001 à 30 000 —	1 400
De 30 001 à 40 000 —	605
De 40 001 à 50 000 —	350
De 50 001 à 60 000 —	204
De 60 001 à 70 000 —	120
De 70 001 à 80 000 —	108
De 80 001 à 90 000 —	63
De 90 001 à 100 000 —	36
Au-dessus de 100 000 —	258

La courbe qui résulterait de ces chiffres ne se prête pas à une étude mathématique.

(1) Communication faite dans la séance du 16 avril 1902.

(2) 2 vol. in-8°; Lerouge, éditeur, Lausanne.

Il est facile de la construire d'une manière différente et qui répondra mieux à l'objet que nous avons en vue. Considérons les contribuables ayant plus de 599 florins de revenu, ce sera le total des contribuables portés dans le tableau, puis passons aux contribuables ayant plus de 2 000 florins, ce sera le nombre total des contribuables moins ceux ayant de 599 à 1 999 florins de revenu et ainsi de suite. Si nous construisons une courbe d'après ces données, les ordonnées diminueront d'un palier à l'autre et la courbe sera continue. Voici du reste les éléments de cette courbe.

Revenus de plus de :	Nombre des contribuables.	Revenus de plus de	Nombre des contribuables.
599 florins. . . .	752 589	50 000 florins. . . .	789
2 000 —	110 191	60 000 —	585
6 000 —	18 417	70 000 —	465
10 000 —	8 566	80 000 —	357
20 000 —	3 144	90 000 —	294
30 000 —	1 744	100 000 —	258
40 000 —	1 139		

Comme l'indique M. Vilfredo Pareto, prenons les logarithmes des nombres figurant dans les deux colonnes. Pour simplifier j'appelle la première x, la seconde y. Il vient :

x.	y.	x.	y.
2,77 815. . . .	5,87 651	4,69 897. . . .	2,89 708
3,30 103. . . .	5,04 179	4,77 815. . . .	2,76 716
3,77 815. . . .	4,26 505	4,84 510. . . .	2,66 745
4	3,93 278	4,90 309. . . .	2,51 267
4,30 103. . . .	3,49 748	4,95 424. . . .	2,46 835
4,47 712. . . .	3,24 155	5	2,41 162
4,60 206. . . .	3,05 652		

Dans tous les cas observés par M. Pareto, si on construit la transformée logarithmique de la courbe des revenus, on obtient très sensiblement une ligne droite ; nous allons voir s'il en est de même dans le cas actuel.

On sait que pour que trois points soient en ligne droite, il faut et il suffit que la différence de leurs ordonnées soit proportionnelle à la différence de leurs abscisses, en d'autres termes si $(x'y')$ $(x''y'')$ $(x'''y''')$ sont les coordonnées de trois points, ils sont en ligne droite, si la relation

$$\frac{y' - y''}{x' - x''} = \frac{y'' - y'''}{x'' - x'''}$$

est satisfaite.

En calculant successivement les rapports qui précèdent, nous obtenons à l'approximation de la règle à calcul :

— 1,52	— 1,47	— 1,77	— 1,84
— 1,65	— 1,47	— 1,62	— 1,80
— 1,44	— 1,46	— 1,43	

Le coefficient obtenu pour les revenus de plus de 100 000 florins s'écarte notablement des chiffres précédents, vraisemblablement par suite de déclarations inexactes.

Ces rapports qui pourraient fort bien être quelconques sont au contraire assez voisins les uns des autres et définissent une ligne qui se rapproche beaucoup d'une ligne droite. Leur moyenne arithmétique est de 1,58 ; on pourrait obtenir un nombre plus probable mais l'exactitude de ce coefficient, étant donné le doute qui existe sur les éléments qui ont servi à l'établir, est suffisante, étant donné surtout qu'il ne s'agit que d'une démonstration.

La droite dont je viens de démontrer l'existence ne passe pas par l'origine des coordonnées puisque les plus grandes ordonnées sont les plus voisines de l'origine, et elle est de la forme

$$y = -ax + b.$$

Le coefficient $-a$ est connu ; comme nous l'avons dit, sa valeur est 1,58 ; le coefficient b est facile à tirer de l'équation précédente

$$b = y + ax.$$

En remplaçant les lettres par les nombres qu'elles représentent, nous obtenons pour b les valeurs ci-après :

	10,265 99
	10,257 41
	10,234 53
	10,252 28
	10,293 21
	10,315 40
	10,327 77
	10,321 45
	10,316 64
	10,323 67
	10,299 55
	10,296 05
Moyenne. . .	10,292 00

Nous connaissons donc tous les coefficients de la droite

$$y = -ax + b,$$

et si nous passons de cette équation à l'équation véritable, nous avons

$$y = \frac{\text{nombre lg}\, b}{x^a}.$$

En posant nombre lg b = A, il vient :

$$y = \frac{A}{x^a}.$$

Telle est, avec une approximation satisfaisante, la loi de la distribution des revenus en Autriche et probablement la loi de la distribution des revenus dans tous les pays.

Nous avons maintenant à vérifier l'exactitude de la formule.

La valeur de A est 19 589 000 000.

Si nous introduisons ce nombre, le coefficient 1, 58 et les différentes valeurs de x dans l'équation donnant y, nous pourrons comparer les résultats du calcul à ceux de l'observation.

Revenus au-dessus de	Nombre des contribuables réel	calculé
599 florins	752 589	798 898
2 000 —	110 191	119 227
6 000 —	18 417	21 013
10 000 —	8 516	9 377
20 000 —	3 144	3 136
30 000 —	1 744	1 653
40 000 —	1 139	1 049
50 000 —	789	737
60 000 —	585	552
70 000 —	465	433
80 000 —	357	350
90 000 —	294	291

On pouvait compter sur l'exactitude absolue des données mises en œuvre et si les coefficients avaient été calculés avec une plus grande approximation, les chiffres vrais et calculés se rapprocheraient certainement davantage, mais, tels qu'ils sont, ils établissent la réalité de la loi

On peut, il est vrai, faire à cette loi une objection et M. Pareto n'a pas manqué de se la faire : il est possible que la courbe ne soit autre que celle que l'on obtiendrait si on calculait la probabilité d'une répartition des revenus faite au hasard. M. Hertzen, ingénieur à Lausanne, a étudié la question par une méthode très élégante.

Supposons, dit-il, que nous ayons 1000 fr à partager entre 100 personnes de la manière suivante : on inscrit les noms de chacune des 100 personnes sur un bulletin, on met les 100 bulletins dans une urne, on effectue le tirage en ayant soin de remettre dans l'urne le bulletin sorti à chaque tirage et on donne 10 fr. à chaque personne dont le nom sort de l'urne.

On calcule facilement la probabilité qu'une même personne ait les 1000 fr. ou 500 fr ou 100 fr., etc , ou rien ; si on construit la courbe de ces probabilités, elle n'a rien de commun avec la courbe des revenus et particulièrement sa transformée logarithmique n'est pas une ligne droite Il est donc certain que les revenus ne se répartissent pas au hasard mais suivant une loi parfaitement déterminée ; c'est un fait digne de la plus haute attention.

Pierre DES ESSARS.