

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

E. CHEYSSON

## **Les cartogrammes à teintes graduées**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 28 (1887), p. 128-134

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1887\\_\\_28\\_\\_128\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1887__28__128_0)

© Société de statistique de Paris, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

III.

LES CARTOGRAMMES A TEINTES GRADUÉES.

*Système de classification à adopter pour rendre comparables une série de cartogrammes exprimant des faits homogènes.*

Communication faite à la Société de statistique dans la séance du 17 février 1887

Par M. E. CHEYSSON, ancien président de la Société.

1° Cartogramme isolé.

Les *cartogrammes à teintes graduées* sont trop connus pour que j'aie à y insister. On sait qu'ils consistent en cartes géographiques, dont les divisions régionales sont recouvertes de teintes, nuancées suivant l'intensité du fait statistique à exprimer. Ces cartes peuvent être, d'ailleurs, à une ou plusieurs couleurs, la couleur unique ou les couleurs multiples étant elles-mêmes subdivisées en nuances de manière à augmenter les ressources dont dispose le dessin.

Une même nuance est affectée à tous les faits voisins, de même famille, compris entre des limites déterminées, de sorte qu'un coup d'œil jeté sur la carte montre immédiatement la répartition géographique du phénomène qu'on étudie, en fait apparaître les lieux d'élection ou d'affinité et souvent même en révèle les causes ou les lois.

La difficulté de ces cartogrammes réside dans la classification des faits qu'ils expriment. Sur ce point, les statisticiens ne sont pas d'accord et chacun d'eux a sa méthode qu'il préfère.

Supposons qu'on dispose de 7 teintes différentes : il s'agit de distribuer les faits en 7 groupes distincts, dont chacun sera caractérisé par une teinte spéciale. Comment délimiter ces groupes ?

La première idée consiste à prendre l'écart entre les deux faits extrêmes, occupant le haut et le bas de la liste, et à le diviser en 7 parties égales ; mais elle conduit dans la pratique à des résultats inadmissibles.

Par exemple, veut-on consacrer un cartogramme à la valeur du centime départemental. Ses valeurs extrêmes sont :

Pour la Seine, de . . . . .	538,270
Pour la Corse, de . . . . .	5,439
L'écart est de . . . . .	<u>532,831</u>

Divisé par 7, cet écart donne des échelons de 76,119.

En appliquant cette échelle, on constate que le premier compartiment absorbe, à lui seul, 80 départements ; et le second, le reste, sauf un seul département, celui de la Seine, qui correspond au dernier échelon. On aurait donc dans ce système la disposition suivante :

1 <sup>er</sup> groupe . . . . .	80 départements.
2 <sup>e</sup> groupe . . . . .	6 —
3 <sup>e</sup> , 4 <sup>e</sup> , 5 <sup>e</sup> et 6 <sup>e</sup> groupes . . . . .	Néant.
7 <sup>e</sup> groupe . . . . .	1 département.

De même, pour la densité des départements.

Les valeurs extrêmes, rapportées au nombre d'habitants par kilomètre carré, sont les suivantes :

Seine. . . . .	5,844
Basses-Alpes. . . . .	19
Différence . . . . .	<u>5,825</u>

Les échelons seraient égaux au septième de 5,825, soit à 832.

Avec cette échelle, le 1<sup>er</sup> groupe comprendrait tous les départements, moins la Seine renvoyée au 7<sup>e</sup> groupe, et les groupes intermédiaires resteraient vides.

De tels résultats condamnent le système : il est clair qu'une traduction graphique ne saurait s'en accommoder.

Pour diminuer ces inconvénients, on a proposé de négliger les faits exceptionnels, qui constituent de véritables anomalies et faussent l'écart moyen. Avec ce palliatif, le système est assurément moins défectueux ; mais il est encore loin d'être satisfaisant. D'abord, il ouvre la porte à l'arbitraire, en faisant porter l'élimination, au gré du rédacteur de la carte, sur les faits qui le gênent ; de plus, il laisse toujours subsister, dans une mesure variable avec l'importance de la sélection qu'on a pratiquée, ce groupement dissymétrique, qui parque presque tous les faits dans les premiers groupes et alimente très parcimonieusement les autres.

Ces défauts tiennent à l'égalité des échelons : on pourra les atténuer par des expédients, mais non pas les supprimer, puisqu'ils sont inhérents au système.

A mon sens, le mode de groupement doit dépendre de « l'allure » de chaque phénomène statistique et se plier à ses exigences. Il faut là un vêtement sur mesure, et non une de ces « confections » banales, qui, sous prétexte d'aller à tout, ne vont à rien.

Pour mettre cette allure en évidence, le mieux est de dresser un diagramme auxiliaire, où l'on range, par ordre de grandeurs décroissantes ou croissantes, toutes les valeurs à exprimer. Si l'on réunit d'un trait continu le sommet de toutes ces ordonnées, on obtient une courbe plus ou moins ondulée. C'est à cette courbe qu'il faut demander les groupements du cartogramme, en les écrivant en quelque sorte sous sa dictée.

On s'arrangera pour grouper ensemble les faits qui correspondent à des divisions très nettes, sans se soucier si les échelons sont égaux ou non. Ils seront ce que la courbe, c'est-à-dire le phénomène qu'elle incarne, voudra qu'ils soient. On obtiendra ainsi une distribution des faits rationnelle, harmonieuse, au lieu qu'ils soient versés pêle-mêle et sans ordre dans des compartiments qui ne vont pas à leur taille (1).

Ces groupes étant obtenus, on peut les figurer sur la carte, soit par le procédé monochrome qui est le plus économique en ce qu'il n'exige qu'un seul tirage, soit par le procédé à plusieurs couleurs, qui est plus expressif, mais plus coûteux.

Dans le système monochrome, les teintes sont graduées par des points ou des hachures, depuis la nuance la plus foncée jusqu'à la nuance la plus claire. C'est celui qui est le plus usuel, le plus populaire, et peut-être, en effet, le plus accessible aux masses. On sait que le baron Charles Dupin l'a adopté, sous la Restauration, pour

---

(1) M. Toussaint Loua remplace ce diagramme par un tableau qu'il construit très simplement, en inscrivant le nom de chaque département, ainsi que le rapport qui lui convient, à la place marquée par l'intersection d'une double rangée de chiffres (de 0 à 9), l'une horizontale, l'autre verticale, formant comme une sorte de table de Pythagore.

sa carte de l'instruction primaire, où la teinte était d'autant plus noire que le département comptait plus de conscrits illettrés. Depuis lors, on en a fait d'innombrables applications et notamment dans les beaux albums des ministères de l'intérieur, des finances, du recensement professionnel allemand....

A côté de ses précieux avantages, ce système a un inconvénient : celui de masquer la moyenne, ou du moins de ne pas la mettre en relief. Ce que recherche surtout le lecteur d'un cartogramme, ce n'est pas le fait absolu et son taux numérique, pour lesquels le dessin ne remplacera jamais le tableau ; c'est le fait relatif, c'est le rapport, c'est surtout l'écart par rapport à la moyenne. En présence d'un cartogramme qui figure la densité, la mortalité, l'attention se portera de suite sur les départements où la population est la plus compacte ou la plus clairsemée, sur ceux où l'on meurt plus ou moins qu'en moyenne. La correction, la neutralité, la médiocrité, se passent de commentaires. Ce qui attire, c'est l'anomalie : elle est suggestive, provoque la réflexion, et, dès lors, c'est elle que la carte doit signaler avec une insistance toute particulière.

Pour y parvenir, la meilleure solution est d'adopter un nombre impair de groupes et de consacrer le groupe du centre à la moyenne et à ses alentours (1). Les groupes supérieurs seront affectés aux faits qui dépassent la moyenne et les groupes inférieurs à ceux qui ne l'atteignent pas.

Quant aux teintes, elles seront au nombre de 2 ou de 3, suivant qu'on appliquera une couleur spéciale à la zone centrale ou qu'on la laissera en blanc (2). Les deux autres couleurs seront réservées : l'une, pour la série des groupes supérieurs à la moyenne ; l'autre, pour la série des groupes inférieurs. D'ailleurs, dans la même série, les groupes qui la composent seront distingués par des nuances plus ou moins foncées (3).

C'est dans ce système polychrome que sont exécutées la plupart des cartes à teintes graduées que contiennent les atlas de M. Levasseur et les albums du ministère des travaux publics.

## 2° Série de cartogrammes exprimant des faits homogènes.

Quand on n'a affaire qu'à un cartogramme isolé, la question est d'une simplicité relative, comme on vient de le voir. Mais elle se complique singulièrement, s'il s'agit d'une série de cartogrammes afférents à des faits homogènes et de même famille.

Par exemple, on voudra représenter, dans une série de cartes réunies en un album, l'étendue des diverses cultures par rapport au territoire total, ou bien encore

---

(1) M. Levasseur supprime le groupe central et fait apparaître l'affinité entre les deux groupes qui encadrent la moyenne, en ponctuant d'un pointillé noir la teinte caractéristique de chacun de ces groupes. (*La Statistique graphique*, Jubilé-volume, p. 238.)

(2) Ce dernier système est celui que préconisent M. Loua et l'auteur de cette note. (Voir son travail intitulé : *Les Méthodes de statistique graphique* à l'Exposition de 1878. — *Journal de la Société de statistique*, 1878.)

(3) Ici encore deux systèmes pour les nuances des groupes 5 et 7 (dans le cas de 7 groupes). M. Levasseur assigne au groupe 5 la teinte la plus foncée, et la plus claire au groupe 7. L'auteur de cette note préfère et il a employé dans toutes ses cartes le système inverse, qui proportionne l'intensité de la nuance à l'écart par rapport à la moyenne, de manière à réserver les teintes les plus fortes aux anomalies les plus accentuées.

le rapport des divers effectifs professionnels à la population ; en un mot, la décomposition d'un chiffre total en ses éléments constitutifs.

Va-t-on procéder, comme dans le cas d'une carte isolée, et traiter chaque cartogramme au mieux de ses nécessités graphiques et de ses particularités individuelles, sans se préoccuper de l'ensemble ? C'est ce qu'on fait d'ordinaire ; mais je crois que ce système soulève de graves objections.

Voici, dans l'album italien du recensement de 1881, deux cartogrammes juxtaposés sur la même planche et représentant l'effectif : l'un, des moutons ; l'autre, des porcs.

Pour chacun d'eux, les coefficients sont distribués en 8 groupes, caractérisés par des teintes spéciales et dont les limites sont les suivantes :

		POPULATION OVINE par 100 habitants.	POPULATION PORCINE par 100 habitants.
1 <sup>er</sup> groupe. —	Teinte I . . . . .	0.1 à 2.3	0.10 à 0.73
2 <sup>e</sup> —	— II . . . . .	2.4 à 8.0	0.74 à 1.22
3 <sup>e</sup> —	— III . . . . .	8.1 à 15.6	1.23 à 2.46
4 <sup>e</sup> —	— IV . . . . .	15.7 à 21.9	2.47 à 3.09
5 <sup>e</sup> —	— V . . . . .	22.0 à 33.6	3.10 à 4.09
6 <sup>e</sup> —	— VI . . . . .	33.7 à 53.9	4.10 à 5.39
7 <sup>e</sup> —	— VII . . . . .	54.0 à 84.9	5.40 à 7.39
8 <sup>e</sup> —	— VIII . . . . .	85.0 à 395.6	7.40 à 41.60

On voit que les mêmes teintes expriment sur les deux cartes des coefficients absolument dissemblables.

Il en est de même pour les cartes professionnelles de l'empire allemand. Je vous présente deux de ces cartes qui donnent le rapport entre la population totale et celle des industries textiles, d'une part, et des industries du papier et du cuir, de l'autre.

Les 8 groupes distingués sur ces cartes sont définis comme ci-après :

		POPULATION PAR RAPPORT à 100 habitants employés dans les industries	
		textiles.	de cuir et de papier.
1 <sup>er</sup> groupe. —	Teinte I . . . . .	0 à 0.9	5 à 5.9
2 <sup>e</sup> —	— II . . . . .	1 à 4.9	6 à 7.9
3 <sup>e</sup> —	— III . . . . .	5 à 9.9	8 à 9.9
4 <sup>e</sup> —	— IV . . . . .	10 à 19.9	10 à 14.9
5 <sup>e</sup> —	— V . . . . .	20 à 49.9	15 à 19.9
6 <sup>e</sup> —	— VI . . . . .	50 à 99.9	20 à 29.9
7 <sup>e</sup> —	— VII . . . . .	100 à 199.9	30 à 49.9
8 <sup>e</sup> —	— VIII . . . . .	200 et +	50 et +

Ces mêmes désaccords s'accroîtront d'autant plus que l'importance relative des divers éléments du total sera plus différente. Ainsi, dans la répartition de la population par catégories, il est clair que, si l'on veut épuiser la gamme des 7 nuances pour la carte des médecins comme pour celle des agriculteurs, la teinte la plus foncée représentera dans cette dernière carte un chiffre 1,000 à 1,500 fois plus fort que dans la seconde (1).

Cet inconvénient est sérieux. Des cartogrammes, qui traduisent aux yeux la

(1) La proportion des médecins par 100,000 habitants est, en moyenne, de 39 ; celle des cultivateurs de 48,800 ou 1,250 fois plus forte.

même opération sous ses divers aspects, ne peuvent, sans égarer le lecteur, donner la même importance graphique à des faits de très inégale intensité. En agissant ainsi, le statisticien me paraît commettre la même faute qu'un topographe qui, pour exprimer dans les feuilles d'un atlas le relief des diverses parties du territoire, utiliserait sur chacune de ces feuilles toutes les ressources de ses couleurs, de sorte que les petits vallonnements de la Beauce prendraient sur la carte de cette contrée l'aspect des Alpes et des Cordillères. C'est de la géographie à l'usage du souriceau dont parle la fable :

Que le monde, dit-il, est grand et spacieux !  
Voilà les Apennins et voici le Caucase !  
La moindre taupinée était mont à ses yeux.

D'autre part, si l'on voulait laisser à chaque fait son intensité proportionnelle et l'exprimer à la même échelle, on se heurterait à des impossibilités graphiques. Ainsi, pour reprendre l'exemple des médecins et des agriculteurs, en appliquant aux premiers l'échelle des seconds, il est clair que tous leurs chétifs coefficients tiendraient dans le premier groupe et que leur carte serait réduite à une seule nuance, ce qui lui enlèverait tout sens et toute raison d'être. On aurait chaussé des « bottes de sept lieues », dont les enjambées conviennent à l'envergure de l'Ogre, mais non à celle du petit Poucet.

Est-on dès lors réduit à l'alternative d'avoir des cartes non comparables, si on les veut correctes, ou de ne pouvoir les réaliser pratiquement, si on les veut comparables ? Je ne le pense pas. Amené en face de ce dilemme par l'étude d'un atlas de statistique agricole en cours d'exécution, il m'a semblé qu'on pouvait échapper à la difficulté *en substituant aux coefficients absolus leurs écarts par rapport à la moyenne générale*.

Si l'on appelle :  $d$  ce coefficient local,  $m$  la moyenne générale, l'écart proportionnel sera  $e = \frac{d-m}{m}$ .

Ce sont ces valeurs  $e$  que je propose d'exprimer sur le cartogramme à la place des coefficients absolus  $d$ .

On passe d'ailleurs très aisément d'une valeur à l'autre ; connaissant  $e$ , on en déduit  $d$  par l'expression très simple :  $d = m(1 + e)$ .

D'après la loi qui relie ces écarts et ces coefficients, on voit que, si l'on dresse avec l'un ou l'autre de ces arguments les listes des faits par ordre croissant ou décroissant, ces deux listes seront identiques.

La substitution des écarts aux chiffres absolus conserve donc l'importance respective des faits, leur hiérarchie, et permet de retrouver sans peine le fait lui-même sous l'écart. Mais elle a l'avantage de supprimer ces oscillations si disparates, ces vastes enjambées, qui se refusaient à une traduction comparable. Qu'importe dès lors que, eu égard à la population totale, les effectifs des médecins et des cultivateurs soient extrêmement inégaux, si leurs écarts proportionnels sont de même ordre et de même grandeur ? On peut ainsi adopter la même échelle d'écarts pour ces deux cartes sans rencontrer de difficulté graphique, tout en les laissant rigoureusement comparables. La même teinte exprimera sur chacune d'elles, non le même chiffre absolu, mais le même écart par rapport à la moyenne.

Du moment où l'on applique à toutes les cartes de la série la même échelle

d'écarts, on n'est plus maître de suivre pour chacune d'elles le groupement le plus rationnel, la classification idéale, telle qu'elle résulterait des principes exposés au début. Il faut recourir ici à ces « règles de fausse position », c'est-à-dire à ces compromis qui concilient le mieux possible tous les intérêts en présence, sans en satisfaire aucun pleinement, mais sans en sacrifier aucun.

Voici la manière pratique dont on peut procéder pour obtenir ce résultat :

S'il s'agit, par exemple, de cartogrammes départementaux, on commence par calculer, pour tous les départements et pour chaque carte, leurs écarts proportionnels ; on assigne à chaque département son numéro d'ordre, de 0 à 87, et à chacune des cartes de la série, sa lettre d'ordre caractéristique.

On écrit ensuite au-dessous l'un de l'autre, dans une colonne verticale à gauche du tableau, tous les écarts proportionnels entre lesquels se meut le fait, considéré sous les divers aspects que doit successivement figurer la série des cartogrammes à construire.

Ces écarts décroissent depuis leur valeur positive extrême jusqu'au zéro qui occupe le centre du tableau, puis ils croissent au-dessous de zéro jusqu'à leur plus grande valeur négative.

En regard de chacun de ces écarts, on trace une ligne horizontale, et l'on achève le quadrillage par des lignes verticales équidistantes, de manière à figurer une série de petites cases, toutes prêtes pour les inscriptions que va recevoir le tableau.

On appelle alors, un à un, tous les écarts calculés pour la première carte, la carte  $a$ , et l'on inscrit le numéro de chaque département sur la ligne horizontale qui correspond à son écart proportionnel, en affectant son numéro de l'exposant  $a$ . Par exemple, si cette première carte doit représenter la répartition de la superficieensemencée en céréales par rapport au territoire, et si, pour le département de la Nièvre, qui a le n° 57, l'écart proportionnel est  $+ 37$  p. 100, nous inscrirons  $57^a$  en regard de l'écart  $+ 37$ .

En opérant de même pour tous les départements et pour toutes les cartes, nous arriverons à former un tableau sur lequel tous les écarts seront figurés à la fois en nombre et en altitude. Il devient dès lors facile de les répartir entre les 7 groupes qui paraissent le mieux correspondre à la généralité des cas.

Une fois ce tableau dressé et le groupement arrêté, il ne reste plus qu'à construire les divers cartogrammes de la série, en appliquant à chaque division géographique, c'est-à-dire à la surface de chaque département, la teinte qui caractérise son écart et en y inscrivant cet écart lui-même avec son signe (1).

L'étude d'un atlas ainsi construit, où toutes les cartes auront la même signification, me paraît beaucoup plus instructive que celle de ces atlas où chaque carte a son individualité, mais ne souffre aucune comparaison avec celle qui la précède ou qui la suit.

Si deux cartogrammes voisins A et B expriment deux ordres de faits qui n'ont pas même allure, si, par exemple, le premier n'a que des variations insignifiantes,

---

(1) Pour faciliter la conversion des écarts  $e$  en coefficients absolus  $m$ , on peut, en regard des signes conventionnels de la carte, indiquer à la fois les limites de  $e$  et de  $m$  correspondant à chaque teinte ou nuance, et ajouter à la légende une échelle graduée, d'un côté, en écarts, et de l'autre, en coefficients absolus, semblable à celle d'un thermomètre avec sa double graduation en degrés Réaumur et degrés centigrades.

contenues de part et d'autre de la moyenne dans une zone étroite, pendant que le second ordre de faits a une grande amplitude d'oscillation, le cartogramme B utilisera les 7 teintes, pendant que le cartogramme A se réduira aux groupes et aux teintes du centre, sans tirer parti des teintes extrêmes.

Un simple coup d'œil jeté sur ce dernier cartogramme préviendra le lecteur qu'il s'agit d'un phénomène peu accidenté, tandis que la carte B en représentera un à ondes plus accentuées, de même que sur une carte à courbes de niveau, leur rapprochement ou leur espacement définissent le relief du sol et le mettent pour ainsi dire sous les yeux du lecteur.

Le système des cartes comparables, basées sur les écarts proportionnels, n'est pas autre chose que l'extension et le développement logiques des principes qui ont inspiré le système polychrome à deux teintes de part et d'autre de la moyenne pour le cartogramme isolé (voir ci-dessus p. 130). Il participe donc aux mêmes avantages : il parle à l'esprit en même temps qu'aux yeux ; il signale l'anomalie au lecteur ; il le force à s'étonner, à chercher, à réfléchir ; il appelle des comparaisons entre les divers aspects d'un même fait ; il rattache par un lien étroit tous les feuillets du même atlas, qui s'éclairent l'un l'autre, au lieu qu'ils soient une simple juxtaposition de feuilles volantes, dont chacune a son échelle et sa langue, et qu'il faut bien se garder de consulter à la fois, par crainte des pièges où cette discordance pourrait vous faire tomber.

En résumé, si pour le cartogramme isolé, c'est le système à deux teintes graduées de part et d'autre de la moyenne qui est le plus rationnel, ce sont aussi les écarts proportionnels par rapport à la moyenne qu'il convient de donner comme base à la construction de ces cartogrammes en série, qui se rattachent à un même ordre de faits. En adoptant pour toutes ces cartes une même gamme d'écarts, on arrive, quelle que soit la différence de leurs chiffres absolus, à les rendre toutes exactement comparables entre elles, au grand profit de leur clarté et de leur utilité pratique.

E. CHEYSSON.

---