JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

L. LECORNU

Sur la Mécanique physique

Journal de mathématiques pures et appliquées 9e série, tome 7 (1928), p. 159-171.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1928_9_7__159_0>

Sur la Mécanique physique;

PAR L. LECORNU.

Les physiciens modernes considèrent la matière comme formée d'éléments séparés les uns des autres par des distances énormes relativement à leurs dimensions et possédant la propriété d'exercer, quand le rapprochement de deux d'entre eux tend à s'accentuer, une répulsion capable d'empêcher la rencontre. Voici par exemple ce qu'écrit à ce sujet M. Jean Perrin (1).

« La matière d'un atome pourrait bien être enfermée dans une sphère de diamètre extrêmement petit, repoussant avec une violence extrême tout atome qui s'en rapproche au delà d'une certaine limite, en sorte que la distance minimum des centres de deux atomes qui s'affrontent avec des vitesses de l'ordre du kilomètre par seconde reste bien supérieure au diamètre réel de ces atomes. Ainsi la portée des canons d'un navire dépasse énormément l'enceinte de ce navire. Cette distance minimum est le rayon d'une sphère de protection concentrique à l'atome et beaucoup plus vaste que lui. »

L'auteur ajoute, il est vrai, que si l'on réussit à accroître beaucoup la vitesse qui précède le choc, les atomes percent la sphère de protection au lieu de rebondir sur elle. Mais il s'agit là de phénomènes de radioactivité dont il paraît inutile de tenir compte au point de vue de la Mécanique usuelle.

Cette conception de la matière cadre bien avec les idées soutenues

(1) *Les atomes*, p. 96.

jadis par Poisson, à la suite de Boscowitch. On sait que, d'après Poisson, les corps ne sont continus qu'en apparence et que, partant de là, il proposait de créer, à côté de la Mécanique analytique de Lagrange reposant sur la notion de liaisons définies par certaines équations, une Mécanique physique, dont le principe est de tout ramener à des actions moléculaires. Une liaison devient dès lors une pure abstraction. Considérons par exemple le cas d'un point matériel placé au contact d'un corps solide. Celui-ci est lui-même composé de points matériels, dont chacun agit pour son compte sur le point donné, et c'est la résultante de ces actions élémentaires qui constitue la force de liaison, c'est-à-dire la réaction apparente de la surface. Si le point a plus de difficulté à se mouvoir vers l'intérieur du corps que tangentiellement à la surface, c'est parce que la résultante des actions élémentaires croît très rapidement à mesure que se produit la pénétration, et, en réalité, le corps ne peut résister sans se déformer plus ou moins, en sorte que cette liaison ne saurait être mathématiquement représentée par une équation $f(x, y, z,) = 0$ indépendante des forces données.

De nos jours, Duhem a vivement combattu la distinction établie par Poisson entre la Mécanique analytique et la Mécanique physique. Pour lui, le contact de deux corps, mettant en jeu l'impénétrabilité de la matière, ne serait pas réductible à des actions à distance. Il a, notamment, cru voir dans ce fait l'explication de la dissemblance des résultats auxquels on parvient, dans la théorie de l'Élasticité, suivant qu'on regarde un corps solide comme continu ou discontinu : existence, dans le premier cas, de deux coefficients indépendants λ et μ (coefficients de Lamé) caractérisant les propriétés d'un corps isotrope; égalité nécessaire, dans le second cas, de ces deux coefficients, à moins qu'on ne consente à abandonner l'hypothèse des forces centrales. Sans entrer à cet égard dans une discussion approfondie, je me borne à rappeler l'opinion formulée par Poincaré, dans ses *Leçons sur la théorie de l'Élasticité*.

« Supposons, dit-il (page 38), deux molécules assujetties à rester à une distance invariable r_0 l'une de l'autre. Tout se passe comme s'il existait entre elles une force attractive ou répulsive dirigée suivant la droite qui les joint et fonction seulement de leur distance, cette force étant supposée nulle pour $r = r_0$, très grande et répulsive pour $r = r_0 - \varepsilon$, très grande et attractive pour $r = r_0 + \varepsilon$. La force de liaison apparaît donc, dans cet exemple simple, comme un cas limite de la force ordinaire. On pourrait faire une étude analogue pour les liaisons quelconques, et l'on arriverait au même résultat. On ne généralise donc pas en introduisant des liaisons.... Si l'introduction de liaisons ne donne pas une plus grande généralité; si, par conséquent, on peut arriver à des résultats tout aussi étendus en n'introduisant que des forces ordinaires, à condition de ne pas préciser la nature de ces forces, comment se fait-il qu'on ait créé des théories différentes en faisant usage de liaisons? La raison en est simple : il est certains esprits auxquels répugne la conception d'actions à distance autres que les forces centrales; dans les cas où l'hypothèse des forces centrales ne rend pas compte des faits observés, ils introduisent des liaisons qui leur permettent d'expliquer ces faits sans renoncer à leur hypothèse fondamentale. »

Il faut ajouter que, contrairement à ce qui a lieu pour les forces données, les forces de liaison ne sont pas connues *a priori*.

Dans la Mécanique analytique, apparaissent souvent des paradoxes qui cessent d'exister dès qu'on se place au point de vue de la Mécanique physique, seule capable de s'adapter complètement à l'explication des phénomènes naturels. La question mérite qu'on s'y arrête un instant.

La méthode classique de Lagrange permet de trouver les conditions d'équilibre d'un système quelconque sans se préoccuper de la grandeur des forces de liaison. Si l'on veut ensuite calculer ces dernières, on s'aperçoit parfois qu'elles se présentent sous forme infinie. Cette circonstance se produit évidemment quand les forces de liaison agissant en un point du système sont, d'après la nature des liaisons, dirigées dans un même plan sans que la force extérieure appliquée en ce point appartienne audit plan. Or une force infinie est, physiquement parlant, un non-sens.

En pareil cas, il faut conclure que le problème envisagé est la limite d'un problème plus général, dans lequel les forces de liaison sont finies mais tendent à grandir infiniment à mesure qu'on se rapproche des conditions données. Alors, en réalité, les déformations des liaisons cessent d'être négligeables, et c'est ce qui permet aux forces de liaison de demeurer finies.

Quand il en est ainsi, la méthode de Lagrange demeure utile pour fournir, mais seulement à titre de première approximation, une position d'équilibre du système. Si l'on considère en effet l'état d'équilibre réel, accompagné d'une déformation des liaisons, on ne trouble pas cet équilibre en rendant les liaisons rigoureusement invariables dans leur nouvelle configuration, et l'on peut alors se servir des équations de Lagrange pour obtenir les coordonnées des points du système et les forces de liaison. Les liaisons étant, par hypothèse, très peu déformées, leurs équations diffèrent très peu de celles des liaisons indéformables. Or la connaissance des équations de liaison, jointe à celle des forces directement appliquées, suffit pour le calcul des coordonnées d'équilibre. Ajoutons que si l'on fait tendre simultanément vers zéro toutes les composantes X, Y, Z des forces appliquées sans modifier leurs rapports, les déformations des liaisons s'atténuent de plus en plus, et, à la limite, la position d'équilibre est exactement celle que fournit l'hypothèse de liaisons rigides.

D'après cela, si x, y, z désignent les coordonnées limites et $x+\xi$, $y+\eta$, $z+\zeta$ les coordonnées réelles, les quantités ξ, η, ζ sont très petites. Ces quantités ne peuvent être évaluées que si l'on sait de quelle façon se déforment les liaisons. Voici un exemple de ce genre de calcul.

Deux points A_1 et A_2 sont, dans un plan, assujettis à demeurer sur deux circonférences de rayons r_1 et $r_2 (r_2 > r_1)$ ayant pour centre commun l'origine O et reliés par une tige de longueur L. Ces points sont respectivement sollicités dans le plan par des forces F_1 et F_2, données en grandeur et en direction. On demande l'état d'équilibre.

Supposons d'abord les circonférences parfaitement rigides et la tige inextensible. Les équations de liaison sont :

$$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2-L^2=0,$$
$$x_1^2+y_1^2-r_1^2=0,$$
$$x_2^2+y_2^2-r_2^2=0.$$

et la méthode de Lagrange fournit les quatre équations

$$X_1+\lambda(x_1-x_2)+\lambda_1 x_1=0, \qquad X_2-\lambda(x_1-x_2)+\lambda_2 x_2=0,$$
$$Y_1+\lambda(y_1-y_2)+\lambda_1 y_1=0, \qquad Y_2-\lambda(y_1-y_2)+\lambda_2 y_2=0.$$

Par élimination de λ_1 et λ_2, il vient

$$X_1 y_1 - Y_1 x_1 + \lambda(x_1 y_2 - x_2 y_1) = 0,$$
$$X_2 y_2 - Y_2 x_2 - \lambda(x_1 y_2 - x_2 y_1) = 0,$$

d'où la condition d'équilibre

(1) $$X_1 y - Y_1 x_1 + X_2 y_2 - Y_2 x_2 = 0.$$

La tension T de la tige est λL. Si L diffère de moins en moins de $r_2 - r_1$, le binome $x_1 y_2 - x_2 y_1$ tend vers zéro. Alors T croît indéfiniment à moins que la quantité

(2) $$M = X_1 y_1 - Y_1 x_1 = Y_2 x_2 - X_2 y_2,$$

qui mesure la valeur absolue du moment, par rapport à O, de chacune des forces F_1 et F_2, n'ait elle-même une limite nulle, ce qui exige le parallélisme de ces forces. Hormis ce cas particulier, les pressions sur les guides circulaires deviennent, comme T, supérieures à toute grandeur donnée.

Mais alors intervient la déformation des liaisons. Admettons, pour ne pas trop compliquer, que la tige soit beaucoup moins rigide que ses guides, en sorte qu'on puisse continuer à négliger les variations des rayons r_1 et r_2. La longueur L éprouve une petite variation l. Posons :

$$x_1 = r_1 \cos\theta_1, \qquad x_2 = r_2 \cos\theta_2,$$
$$y_1 = r_1 \sin\theta_1, \qquad y_2 = r_2 \sin\theta_2,$$

étant entendu que les coordonnées se rapportent ici à l'équilibre correspondant à la longueur $L + l$. La différence $\theta_2 - \theta_1$ étant supposée très petite, on peut écrire

$$x_1 y_2 - x_2 y_1 = r_1 r_2 (\theta_2 - \theta_1).$$

La tension est, en valeur absolue :

(3) $$T = \frac{ML}{x_1 y_2 - x_2 y_1} = \frac{ML}{r_1 r_2(\theta_2 - \theta_1)}.$$

En négligeant l^2, la variation de longueur l est fournie par la formule

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = L^2 + 2Ll,$$

qui, d'après l'égalité $L = r_2 - r_1$, se réduit à

$$r_2 r_1 - (x_1 x_2 + y_1 y_2) = L l,$$

ou bien

$$r_1 r_2 (\theta_2 - \theta_1)^2 = 2 L l.$$

L'allongement proportionnel $\frac{l}{L}$ est proportionnel à T, de sorte qu'en appelant f une constante donnée, très petite par hypothèse, on peut écrire

$$(4) \qquad T = \frac{l}{fL} = \frac{r_1 r_2 (\theta_2 - \theta_1)^2}{2 f L^2}.$$

Des équations (3) et (4) on tire

$$T^3 = \frac{M^2}{2 f r_1 r_2}$$

et

$$(\theta_2 - \theta_1)^3 = \frac{2 f M L^3}{r_1^2 r_2^2}.$$

Soit 2ε l'écart $\theta_2 - \theta_1$ ainsi déterminé, et soit θ la moyenne $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$, d'où

$$\theta_1 = \theta - \varepsilon, \qquad \theta_2 = \theta + \varepsilon.$$

La condition d'équilibre (1) donne, en négligeant ε^2 :

$$\tan\theta = \frac{r_1 (Y_1 + \varepsilon X_1) + r_2 (Y_2 - \varepsilon X_2)}{r_1 (X_1 - \varepsilon Y_1) + r_2 (X_2 + \varepsilon Y_2)}.$$

Pour $\varepsilon = 0$, on retrouve la valeur de θ qui serait fournie immédiatement pour l'hypothèse de l'inextensibilité de la tige.

Enfin, la considération du triangle OAB permet de calculer l'inclinaison θ_3 de la tige sur l'axe de x. On trouve :

$$\theta_3 = \frac{\theta_1 r_2 - \theta_2 r_1}{r_2 - r_1}.$$

Envisageant maintenant le cas général d'un système de n points dont toutes les liaisons intérieures sont constituées par des tiges légèrement élastiques reliant les points deux à deux, commençons par nous procurer les x, y, z correspondant à l'équilibre sans variation de longueur de ces tiges, puis cherchons les corrections ξ, η, ζ.

En passant de sa longueur initiale L à sa longueur finale $L+l$, chaque tige éprouve une tension $\frac{1}{f}\frac{l}{L}$, le petit coefficient f pouvant d'ailleurs varier d'une tige à une autre.

Supposons d'abord qu'il n'y ait pas de liaisons extérieures, et écrivons que le point d'indice i est en équilibre sous l'action combinée des forces extérieures et des tensions, nous obtenons $3n$ équations de la forme

$$X_i + \sum \frac{1}{f_{ij}} \frac{l_{ij}}{L_{ij}} \frac{x_j - x_i + \xi_j - \xi_i}{L_{ij} + l_{ij}} = 0. \tag{5}$$

La sommation s'applique aux valeurs de j allant de 1 à n, exclusion faite de la valeur $j = i$. On a d'ailleurs

$$(L_{ij} + l_{ij})^2 = (x_j - x_i + \xi_j - \xi_i)^2 + (y_j - y_i + \eta_j - \eta_i)^2 + (z_j - z_i + \zeta_j - \zeta_i)^2,$$

avec

$$(L_{ij})^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_i - \eta_i)^2 + (z_i - \zeta_i)^2.$$

L'exemple précédent montre qu'il n'est pas permis de négliger *a priori* les secondes puissances de ξ_i, η_i, ζ_i, ce qui complique singulièrement les calculs. En tout cas, le nombre $3n$ des équations est égal à celui des inconnues. Observons toutefois que ces inconnues ne figurent que par leurs différences $\xi_j - \xi_i$, $\eta_j - \eta_i$, $\zeta_j - \zeta_i$. Ici, il faut distinguer plusieurs cas. S'il n'y a pas de liaisons extérieures, l'équilibre exige que l'on ait

$$\Sigma X = 0, \qquad \Sigma Y = 0, \qquad \Sigma Z = 0,$$

et ces trois équations indépendantes des ξ, η, ζ peuvent être déduites des équations (5); en sorte qu'il reste seulement $3n - 3$ équations entre les différences $\xi_j - \xi_i$, $\eta_j - \eta_i$, $\zeta_j - \zeta_i$. On peut choisir arbitrairement le déplacement de l'un des points, et les $3n - 3$ autres quantités ξ, η, ζ se trouvent alors déterminées. Les sommes des moments des forces extérieures par rapport aux axes doivent également être nulles; mais ces sommes ne sont pas indépendantes des ξ, η, ζ. S'il y a des liaisons extérieures imposant la fixité de p points, les déplacements ξ, η, ζ sont nuls pour chacun de ces points, ce qui réduit à $3(n-p)$ le nombre des inconnues. En même temps, on voit disparaître $3p$ équations (5). Le nombre des équations reste ainsi égal à celui des inconnues.

Des circonstances analogues se rencontrent en dynamique, avec cette particularité que les théorèmes généraux peuvent alors conduire à d'apparentes contradictions : c'est ce qui arrive dans le cas suivant.

Une tige infiniment mince est assujettie à se mouvoir en demeurant tout entière sans frottement sur la surface d'un cône de révolution. Pour réaliser ce mouvement, imaginons que trois points équidistants de cette tige ne puissent s'écarter du cône et que ces points aient pour masse commune l'unité. Admettons l'absence de forces directement appliquées et négligeons notamment l'action de la pesanteur.

Les trois points se trouvent à chaque instant sur une même génératrice. Appelons $r - a$, r, $r + a$ leurs distances au sommet, a désignant une constante. Soit i l'angle des génératrices avec l'axe. Soit θ l'angle que forme avec un plan axial fixe le plan axial contenant la tige. La force vive du système est

$$2T = (3r^2 + 2a^2)\sin^2 i\,\theta'^2 + 3r'^2.$$

Les équations de Lagrange donnent

$$\frac{d}{dt}[(3r^2 + 2a^2)\theta'] = 0, \qquad r'' - r\sin^2 i\,\theta'^2 = 0.$$

On en tire l'intégrale des aires

$$(3r^2 + 2a^2)\,\theta' = \text{const.},$$

à laquelle se joint l'intégrale des forces vives

$$(3r^2 + 2a^2)\sin^2 i\,\theta'^2 + 3r'^2 = \text{const.},$$

puis l'élimination de θ' conduit, pour la détermination de r, à une simple quadrature.

Observons maintenant que chacun des points, considéré isolément, est soumis uniquement à la réaction normale du cône et à la tension de la tige. Ces deux forces rencontrant l'axe, le théorème des aires conduit aux trois équations

$$(r + a)^2\theta' = \text{const.}, \qquad r^2\theta' = \text{const.}, \qquad (r - a)^2\theta' = \text{const.};$$

d'où

$$r^2\theta' = \text{const.}, \qquad r\theta' = \text{const.}, \qquad \theta' = \text{const.}$$

Ces trois équations ne sont compatibles que dans deux cas particuliers :

1° $\theta' = 0$. La tige se meut sur une génératrice déterminée;

2° $r = \text{const.}$ $\theta' = \text{const.}$ Mais alors on a $r'' = 0$, d'où, d'après l'une des équations de Lagrange, $\theta' = 0$, en sorte que la tige demeure immobile.

Quand les données initiales excluent ces deux hypothèses, il faut examiner les choses de plus près. En calculant les forces de liaison, on constate qu'elles se présentent alors sous forme infinie, et que par conséquent la déformation du système cesse d'être négligeable. On peut éviter cette difficulté en imaginant que, pour obliger la tige à demeurer sur le cône, on matérialise les trois masses par trois petites billes emprisonnées, avec un léger jeu, dans l'espace compris entre deux cônes, parallèles au cône donné, situés de part et d'autre de celui-ci et à la même distance. Grâce à ce jeu, la tige n'est plus astreinte à se diriger rigoureusement vers le sommet du cône moyen : l'une des masses pouvant être en contact avec le cône extérieur tandis que les deux autres touchent le cône intérieur ou inversement. Dans ces conditions, les forces de liaison conservent des valeurs finies, et il n'y a plus d'inconvénient à négliger les déformations des liaisons. La constance des aires demeure vraie pour l'ensemble de la tige, attendu que les réactions des cônes sur les trois billes rencontrent l'axe; mais elle ne subsiste pas pour chacune d'elles considérée isolément parce que la tension de la tige ne passe plus par le sommet. Ainsi disparaît la contradiction signalée.

Le mouvement d'une tige sur une surface développable conduit à des résultats semblables. Au contraire, sur une surface gauche, les réactions sont toujours finies. Car elles cessent alors d'être parallèles et sont par conséquent susceptibles d'équilibrer les forces d'inertie, quelles que soient les directions de ces dernières. Si, par exemple, on substitue au cône un hyperboloïde de révolution très voisin, rien ne s'oppose à ce que la tige décrive exactement sa surface.

D'une façon générale, chaque fois que dans la solution d'un problème on rencontre des forces de liaison infinies, on doit conclure que cette solution n'est pas physiquement réalisable. Il suffit de modifier légèrement les données pour obliger les liaisons à demeurer finies; mais, fait à noter, il peut arriver que suivant la façon dont on opère la modification, on parvienne à des mouvements très différents. Insistons un peu sur ce point.

Le choc direct de deux sphères fait naître, si on les suppose rigoureusement indéformables, une pression infinie, à laquelle aucun corps ne saurait résister. Il faut donc admettre qu'il se produit au moment du choc un aplatissement non négligeable. La percussion peut ainsi rester finie; mais il est bien connu que l'effet final du choc n'est pas du tout le même suivant que cet aplatissement est momentané (sphères élastiques) ou persistant (sphères molles).

Voici un autre exemple. L'attraction newtonienne par un point sans dimensions n'est concevable que si le point attiré ne se rapproche pas indéfiniment du centre d'attraction. Pour la raison indiquée dès le début, on doit, quand la distance tend vers zéro, imaginer autre chose. Supposons que le point attirant soit remplacé par une petite sphère homogène et que le point attiré soit abandonné sans vitesse initiale. Ce dernier vient, au bout d'un certain temps, choquer la sphère, et rebondit alors sur elle ou bien lui demeure accolé. On peut aussi admettre que la sphère soit perforée d'un mince canal diamétral livrant passage au point attiré. L'existence de ce canal ne modifie pas sensiblement la loi d'attraction en dehors de la sphère. Mais, à l'intérieur de celle-ci, l'attraction devient proportionnelle à la distance au centre. Dans ces conditions, le mobile ne rencontre aucun obstacle, et arrive au centre avec une vitesse finie, puis se met à osciller symétriquement de part et d'autre de ce centre. Un autre moyen d'éviter le choc consiste à donner au point attiré, à l'instant où on l'abandonne, une petite impulsion latérale : il décrit alors une ellipse très aplatie, dont un foyer se trouve au centre attractif. Tous ces mouvements dissemblables ont pour limite commune le mouvement, physiquement irréalisable, qui correspondrait à l'attraction par un point sans dimension avec vitesse infinie à l'instant de la rencontre.

L'introduction brusque de nouvelles liaisons dans un système en mouvement impose généralement aux forces de liaison correspondantes, aussi bien qu'aux forces de liaison préexistantes, des valeurs théoriquement infinies; mais, ici encore, intervient la déformation des liaisons. En même temps se produit une perte de force vive, que le théorème de Carnot permet de calculer. Cette perte montre bien l'impossibilité de conserver, en pareil cas, la fiction de liaisons rigides et sans frottement, car de pareilles liaisons seraient incapables de produire le travail négatif manifesté par la diminution de force vive.

Soit, par exemple, une balle pesante suspendue par un fil flexible à un point fixe et abandonnée à l'action de la pesanteur alors que le fil n'est pas encore tendu. Elle commence par tomber avec l'accélération g, puis, au moment où le fil devient rectiligne, la chute s'arrête : c'est une liaison qui prend naissance. Si le fil était rigoureusement inextensible, la force de liaison serait infinie, et le romprait. En réalité, le fil s'allonge légèrement, puis éprouve des vibrations longitudinales, qui en s'amortissant amènent l'absorption de force vive.

L'application directe de forces infinies à un système matériel n'est pas plus concevable que l'existence de forces de liaison infinies et conduit également, si l'on n'y prend garde, à des conséquences inadmissibles. Envisageons un pendule simple ayant pour tige un fil, de masse négligeable, qui, après avoir passé sur une petite poulie placée au centre de suspension, présente un prolongement tenu à la main. A l'instant où le pendule animé d'un mouvement d'oscillation passe par la verticale, l'opérateur exerce une vive traction, de façon à raccourcir le pendule qui, en fin de course, rencontre un butoir disposé de façon à annuler la composante verticale de la vitesse sans modifier la composante horizontale. Delaunay a voulu jadis se rendre compte de ce qui se produit dans ces conditions. Remarquant que les forces (pesanteur, réaction du butoir et tension du fil) agissant sur la masse pesante sont à ce moment verticales, il a admis, par application du théorème des quantités de mouvement, que la projection horizontale de la vitesse ne change pas. Mais on peut aussi bien invoquer le théorème du moment cinétique, en vertu duquel la vitesse doit, à l'instant du raccourcissement, varier en raison inverse de la longueur du pendule. La vérité est qu'on ne saurait réaliser un raccourcissement instantané. Il faut raisonner sur un raccourcissement rapide, mais non instantané. Au cours de ce raccourcissement, le pendule oscille d'un petit angle. Pour employer, dans ces conditions, le théorème des quantités de mouvement, on doit tenir compte de la projection horizontale de la tension, et l'on constate que cette projection ne tend pas vers zéro avec l'angle d'oscillation. Le calcul correct conduit au même résultat que le théorème du moment cinétique. Ce dernier n'expose à aucune erreur parce que, dans toutes les positions du pendule, le moment de la tension du fil demeure nul.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que des liaisons sans frottement. Celui-ci, quand il existe, peut conduire à de nouvelles difficultés, que M. Painlevé a jadis signalées. Il arrive, dans certains cas, qu'en tenant pour exacte la loi expérimentale de Coulomb et calculant la pression mutuelle de deux corps amenés subitement en contact avec des vitesses tangentielles inégales, on trouve une pression attractive : résultat absurde si les deux corps sont laissés libres de se séparer. Mais ceci suppose que les corps sont absolument rigides. En réalité, au moment de la prise de contact, les éléments superficiels s'accrochent mutuellement en produisant une sorte de percussion tangentielle qui oblige les couches sous-jacentes à se déformer, et la tendance au glissement se trouve annihilée avant que la pression ait pu changer de signe. *Voir* à ce sujet le tome II (page 316) de mon *Cours de Mécanique.*

Puisque les forces, et, par conséquent, les accélérations, ne sont jamais infinies, la trajectoire d'un point matériel ne saurait, tant que le mouvement subsiste, présenter de points anguleux. Il peut seulement exister des points où, par suite d'un choc latéral, la courbure est très grande. Ceci s'applique, en particulier, au mouvement brownien. Ajoutons que, dans ce mouvement brownien, les points pseudo-anguleux sont séparés par des intervalles finis, attendu que, le nombre des points choquants étant fini, les chocs ne peuvent se produire en tous points du parcours. On cite souvent le mouvement brownien comme exemple de fonction sans dérivée. Ce n'est là qu'une façon de parler : avec un grossissement suffisant, on verrait la vitesse présenter partout une direction déterminée.

Tout cela s'applique en dehors de la sphère de protection de l'atome. A l'intérieur de cette sphère, rien ne nous autorise à dire que les lois de la mécanique classique peuvent être conservées, et certaines théories tendraient à prouver le contraire. C'est ce que, notamment, déclare Bohr (*Philosophical Magazine*, septembre 1913, p. 480) dans son Mémoire sur la constitution des atomes et des molécules « *The ordinary* *principles of mechanics*, écrit-il, *cannot the used in the discussion of the problem in question* ». On nous propose par exemple d'admettre que, si un électron tourne à la façon d'une planète autour d'un ion central, les seules trajectoires stables sont celles pour lesquelles la constante des aires est multiple de $\frac{h}{2\pi m}$, m étant la masse de l'électron et h la constante universelle de Planck. Dans la mécanique classique, au contraire, la constante des aires, et, avec elle, le rayon moyen de l'orbite, peuvent varier d'une façon continue. Il est vrai que, suivant un calcul fait par Perot (conférence du 17 mars 1925 au Groupe X-Électricien) une masse d'un gramme, animée d'une vitesse d'un centimètre par seconde, peut posséder 10^{26} trajectoires dont le rayon moyen est compris entre dix et onze millimètres. D'autre part, un corps solide serait, nous dit-on, susceptible de passer subitement d'une rotation à une autre *sans franchir les états intermédiaires*. J. Perrin (*Les atomes*, n° 45) reconnaît que « cela est bien étrange ».

Il y a aussi la question de l'émission d'énergie par *quanta* discontinus. La mécanique usuelle nous offre, à la vérité, des exemples de discontinuités de ce genre. On peut citer : la fontaine intermittente; la roue hydraulique à augets qui abandonne dans le bief d'aval, par paquets successifs, l'énergie inutilisée; la machine à vapeur alternative avec sa distribution par soupapes ou tiroirs; les phénomènes de résonance, etc. Mais le caractère propre des quanta, c'est qu'ils sont tous des multiples d'une même constante.

En présence de pareilles nouveautés, le mécanicien est tenu à la plus grande réserve, et ne peut s'empêcher d'admirer la confiance avec laquelle les physiciens utilisent, dans le domaine atomique, la mécanique newtonienne, pour évaluer, par exemple, la vitesse d'un électron d'après la courbure de sa trajectoire.