

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

J. BERTRAND

**Réponse à l'article intitulé: Sur de prétendues inadvertances  
dans lesquelles Lagrange serait tombé, etc.**

*Journal de mathématiques pures et appliquées 3<sup>e</sup> série*, tome 1 (1875), p. 181-182.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1875\\_3\\_1\\_\\_181\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1875_3_1__181_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

*Réponse à l'article intitulé : Sur de prétendues inadvertances dans lesquelles Lagrange serait tombé, etc. ;*

PAR M. J. BERTRAND.

---

Les inadvertances de Lagrange signalées par Poinsoot sont sans importance, mais elles sont très-réelles, et j'ai peine à comprendre qu'un lecteur averti ait pu les révoquer en doute.

Si les composantes d'une force parallèlement à trois axes rectangulaires sont X, Y, Z, le moment virtuel relatif au déplacement, dont les composantes sont  $dx, dy, dz$ , est

$$(1) \quad Xdx + Ydy + Zdz.$$

Cette formule serait inexacte pour des axes obliques, et Lagrange, en effet, Poinsoot le déclare expressément, ne l'a appliquée dans ses écrits qu'au seul cas des axes rectangulaires; mais il a dit, dans les premières pages de son beau livre, que rien n'oblige dans l'usage de la méthode à se servir de coordonnées rectangles. Le lecteur qui, d'après cette remarque, croirait pouvoir adopter l'expression (1) pour représenter le travail, dans tous les cas, commettrait une erreur. Poinsoot, en prenant la peine de l'avertir, a montré l'importance qu'il attachait au chef-d'œuvre qu'on ne saurait trop admirer.

La question ne méritait guère d'être discutée de nouveau. Lagrange n'a jamais cru que l'expression (1) représentât le moment virtuel dans le cas des coordonnées obliques, et quand il l'a appliquée aux coordonnées rectangles, il avait oublié, sans doute, la déclaration générale faite quelques pages plus haut sur la possibilité d'appliquer la *méthode* aux coordonnées de toute nature. M. Breton préfère supposer que, par *sa méthode*, Lagrange entendait, d'une manière générale, l'appli-

cation du principe des vitesses virtuelles, et il s'attache à démontrer que, même en adoptant des coordonnées obliques, le principe peut donner, en suivant les indications de Lagrange lui-même, les trois composantes de la résultante d'un système de forces appliquées à un point. Personne, assurément, n'en a jamais douté, et le problème est trop facile pour qu'on trouve intérêt à le résoudre; mais un lecteur non prévenu pourrait se croire autorisé, par la phrase de Lagrange, à appliquer les mêmes formules dans les deux cas, et particulièrement l'expression (1), à la mesure du moment virtuel. Poinsoy l'a averti de n'en rien faire et n'aurait certes pas supposé qu'on vînt, après trente ans, écrire dix-huit pages pour le reprocher à sa mémoire.

La Note de M. Breton contient un autre reproche, non moins injuste que le premier. Si, pour juger la remarque de Poinsoy, relative à la composition des rotations, le savant auteur, au lieu de traduire à sa manière une page de Lagrange, pour la faire connaître, *au moins quant au fond*, avait bien voulu citer textuellement les quatre lignes auxquelles Poinsoy fait allusion, il aurait reconnu qu'elles contiennent une inadvertance incontestable. Voici ces lignes :

« Cette composition (des moments) suit les mêmes règles que celles des moments rectilignes. On aurait pu la déduire immédiatement de la composition des rotations instantanées *en substituant les moments aux rotations qu'ils produisent*, comme Varignon a substitué les forces aux moments rectilignes. »

Les moments ne peuvent nullement être substitués aux rotations *qu'ils produisent*, et Poinsoy, en le faisant remarquer, n'a commis aucune confusion.