JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur les deux formes $3x^2 + 5y^2 + 10z^2 + 10zt + 10t^2$**,**
$2x^2 + 2xy + 3y^2 + 15z^2 + 15t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 11 (1866), p. 103-104.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1866_2_11__103_0>

SUR LES DEUX FORMES

$3x^2 + 5y^2 + 10z^2 + 10zt + 10t^2, \quad 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 15z^2 + 15t^2$;

Par M. J. LIOUVILLE.

Je note encore ici deux formes qu'il est bon de considérer à la fois en combinant d'une certaine manière les nombres

$$N(n = 3x^2 + 5y^2 + 10z^2 + 10zt + 10t^2)$$

et

$$N(n = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 15z^2 + 15t^2)$$

de représentations qu'elles fournissent pour un même entier n; car, quoiqu'il soit sans doute très-difficile d'obtenir une expression simple de chacun de ces nombres pris à part, on trouve néanmoins facilement la valeur de la somme suivante

$$\begin{gathered} 4N(n = 3x^2 + 5y^2 + 10z^2 + 10zt + 10t^2) \\ + 6N(n = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 15z^2 + 15t^2). \end{gathered}$$

Je puis démontrer en effet que cette valeur est égale à celle de cette autre somme

$$N[3n = x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2)] + 9N\{n = 3[x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2)]\}$$

dont les deux termes s'expriment tout de suite au moyen de ce que j'ai donné concernant la forme

$$x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2)$$

dans le cahier de janvier 1864.

On remarquera que

$$\mathrm{N}\{n = 3[x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2)]\} = 0$$

quand n n'est pas divisible par 3, tandis que pour n divisible par 3, ou pour $n = 3q$, l'on a

$$\mathrm{N}\{n = 3[x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2)]\} = \mathrm{N}[q = x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2)].$$

Je laisse au lecteur à trouver la formule explicite qui résulte naturellement des considérations précédentes.