JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

AR. MARRE

Le Talkhys d'Ibn Albannâ

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 10 (1865), p. 117-134.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1865_2_10__117_0>

LE

TALKHYS D'IBN ALBANNÂ,

TRADUIT

PAR M. AR. MARRE.

Notice et Extraits communiqués par le Traducteur.

La Bibliothèque Bodléyenne d'Oxford possède, entre autres richesses, un manuscrit arabe très-précieux, coté « Marsh 378 » n° CCXVII de la première partie du catalogue latin dressé par Jean Uri. Dans ce manuscrit, on trouve, du feuillet 162 au feuillet 171, le *Talkhys amâli al hissâb* d'Abou'l Abbas Ahmed Ibn Albannâ, célèbre mathématicien et astronome, professeur à Maroc en 1222 de l'ère chrétienne. Ce petit et curieux traité des opérations du calcul fut copié de la main d'un savant bien connu des lecteurs du *Journal de Mathématiques*, M. François Woepcke, peu de temps avant sa mort; il a été traduit récemment par M. Ar. Marre, et publié dans les *Atti dell' Accademia pontificia de' Nuovi Lincei*, t. XVII; enfin il vient d'être imprimé à part par les soins du prince don Balthasar Boncompagni, de Rome [*]. Le moyen le plus simple et en même temps le plus sûr de donner ici une idée de cet ouvrage, c'est d'en détacher la table des matières, et de la faire suivre d'extraits choisis de la traduction, avec des notes explicatives du traducteur.

[*] Quelques exemplaires de cette brochure se trouvent à Paris, à la librairie de Gauthier-Villars, successeur de Mallet-Bachelier, quai des Grands-Augustins, 55.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

SUR LES NOMBRES CONNUS.

PREMIÈRE SECTION.

SUR LES NOMBRES ENTIERS.

DEUXIÈME SECTION.

SUR LES FRACTIONS.

TROISIÈME SECTION.

SUR LES RACINES.

SECONDE PARTIE.

SUR LES RÈGLES A L'AIDE DESQUELLES IL EST POSSIBLE D'ARRIVER A LA CONNAISSANCE DE L'INCONNUE, EN PARTANT DES DONNÉES DE LA QUESTION PROPOSÉE.

PREMIÈRE SECTION.

OPÉRATION PAR LA PROPORTION.

SECONDE SECTION.

SUR ALGÈBR ET ALMOKABALAH.

Ibn Albannâ (le fils de l'architecte) définit ainsi le but de son ouvrage : « *Le but dans la composition de ce traité est d'analyser succinctement les opérations du calcul, d'en rendre plus facilement accessibles les portes et les vestibules, et d'en établir solidement les fondements et la bâtisse. Il comprend deux parties, la première sur les opérations du nombre connu, la seconde sur les règles qui rendent possible d'arriver à connaître l'inconnue demandée à l'aide des connues, s'il existe entre elles la liaison que cela exige.* » Page 1.

« *Le nombre entier est de deux sortes, pair et impair. Le pair est de trois espèces : pair, pair de l'impair, pair du pair et de l'impair. L'impair est de deux espèces : impair-premier et impair de l'impair.* » Page 2.
Les pairs de la première espèce sont les puissances de 2, la seconde espèce comprend les nombres doubles d'un impair, la troisième espèce renferme les autres nombres pairs. Des deux espèces de l'impair, la première s'entend des nombres premiers absolus, la seconde des impairs formés du produit de nombres impairs, tels que 9, 15, 21, 25, 27, etc.

« L'addition se divise en cinq espèces : 1° addition des nombres sans rapport connu; 2° addition des nombres avec des différences connues; 3° addition de la suite des nombres, et de leurs carrés et de leurs cubes; 4° addition de la suite des impairs, et de leurs carrés et de Page 3.

leurs cubes; 5° addition de la suite des pairs, et de leurs carrés et de leurs cubes. »

La première, c'est notre addition vulgaire; la deuxième, c'est l'addition ou sommation des nombres en progression géométrique ou en progression arithmétique. La formule employée par Ibn Albannâ dans le premier de ces deux cas est

$$S = \frac{a(l-a)}{aq-a} + l,$$

et pour le cas de la progression arithmétique

$$S = (a+l)\frac{n}{2}.$$

Nous reproduirons textuellement comme digne du plus haut intérêt, l'exposé succinct des opérations dans les trois dernières espèces d'addition.

Page 5. « ADDITION DE LA SUITE DES NOMBRES. — *C'est la moitié de celui qui la termine par celui qui la termine et un;*

« *Et la sommation des carrés : par la multiplication des deux tiers de celui qui la termine, augmentés du tiers de un, par la somme de la suite.*

« *Et la sommation des cubes : par l'élévation au carré de la somme de la suite.*

« ADDITION DE LA SUITE DES IMPAIRS : *c'est que tu carres la moitié de celui qui la termine additionné avec l'unité.*

Page 6. « *Et la sommation des carrés : par la multiplication du sixième de celui qui la termine par le rectangle des deux nombres consécutifs après lui;*

« *Et la sommation des cubes : par la multiplication de la somme de la suite par son double moins un.*

« ADDITION DE LA SUITE DES PAIRS : *c'est que tu ajoutes deux à celui qui la termine, et que tu multiplies la moitié du total par la moitié de celui qui la termine;*

« *Et la sommation des carrés : par la multiplication des deux tiers de celui qui la termine et des deux tiers de un, par la somme de la* *suite; ou bien par la multiplication du sixième de celui qui la termine par le rectangle des deux nombres qui viennent après lui;*

« *Et la sommation des cubes : par la multiplication de la somme de la suite par son double.* »

Si nous traduisons en langage algébrique ces divers énoncés, nous aurons les formules suivantes :

$$1^\circ \quad S_1 = \frac{n}{2}(n+1), \qquad S_2 = \frac{2n+1}{3}S_1, \qquad S_3 = S_1^2,$$

$$2^\circ \quad S_1 = \left(\frac{l+1}{2}\right)^2, \qquad S_2 = \frac{l}{6}(l+1)(l+2), \qquad S_3 = S_1(2S_1 - 1),$$

$$3^\circ \quad S_1 = \frac{l+2}{2} \times \frac{l}{2}, \qquad \left\{\begin{array}{l} S_2 = \dfrac{2(l+1)}{3} \times S_1, \\ \qquad \text{ou} \\ S_2 = \dfrac{l}{6}(l+1)(l+2), \end{array}\right. \qquad S_3 = S_1 \times 2S_1.$$

« *La soustraction, c'est la recherche de ce qui reste après qu'on a* Page 8.
rejeté l'un des deux nombres de l'autre. Il y en a deux espèces : l'espèce où tu soustrais le moins du plus une seule fois, et l'espèce où tu soustrais le moins du plus plus d'une fois, jusqu'à ce que le plus disparaisse, ou qu'il reste de lui une différence moindre que le moins, et cette espèce-là se nomme l'épreuve par la soustraction. »

Ainsi la seconde espèce de soustraction, c'est la soustraction dans laquelle on retranche d'un nombre donné un autre nombre plus petit, non pas une seule fois, mais autant de fois consécutives que le second nombre est contenu dans le premier. Cette espèce de soustraction est d'un grand usage dans la preuve des diverses opérations. C'est à ce dernier point de vue que l'auteur expose spécialement ce qu'il appelle la soustraction, de 9, de 8, de 7, ou tare par 9, par 8, par 7.

Le Chapitre relatif à la multiplication est assurément l'un des plus Page 11.
curieux. Parmi les nombreux procédés employés pour faire la multiplication de deux nombres entiers l'un par l'autre, mentionnons les suivants, qui mériteraient d'être connus de tous les arithméticiens.

Soit proposé de multiplier par lui-même un nombre entier dont Page 13.

chaque chiffre est l'unité. Il suffit pour avoir le produit, d'écrire le nombre des chiffres du nombre proposé, et de le flanquer symétriquement à droite et à gauche de la suite décroissante des chiffres moindres que lui, jusqu'à 1 inclusivement.

Exemples :

$$111 \times 111 = 12321,$$
$$11111 \times 11111 = 123454321,$$
$$111111 \times 111111 = 12345654321.$$

Soit proposé de multiplier deux nombres ayant autant de chiffres l'un que l'autre, les chiffres du multiplicande étant tous égaux entre eux, et ceux du multiplicateur aussi tous égaux entre eux. Si l'on demande de multiplier par exemple 7777 par 6666, cette multiplication revient à multiplier 7 par 6, et ce premier produit par 1234321.

Page 15. Si le chiffre qui se rencontre toujours le même dans l'un des nombres à multiplier est 9, auquel cas la multiplication prend le nom de multiplication des 9, « *voici la description de l'opération : Tu poses les deux lignes parallèles, l'une d'elles sous l'autre, tu marques au-dessus d'elles des points en nombre égal à ce qu'il y a d'habitations en elles deux : tu multiplies le nombre de l'habitation de l'une des deux par le nombre de l'habitation de la seconde; tu poses les unités du résultat dans la première des marques et ses dizaines au milieu du restant des marques; tu observes ce qu'il y a entre le* 9 *et le nombre du multiplicateur, tu en emplis les marques entre les deux nombres sortis, c'est-à-dire les unités et les dizaines; tu emplis le restant des marques par le nombre donné à l'exclusion du* 9*; et ce à quoi tu parviens, c'est la réponse.* »

Soit 99 à multiplier par 33 :

$$\begin{array}{r} 3267 \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 99 \\ 33 \end{array}$$

$9 \times 3 = 27$. Je place les unités du résultat à la première marque, et les dizaines au milieu des marques restantes; entre le chiffre 7 des unités et le chiffre 2 des dizaines, je place le chiffre 6, qui exprime la différence entre le chiffre 9 du multiplicande et le chiffre 3 du multiplicateur; à l'autre marque je place le nombre donné 3 du multiplicateur, et il en résulte le produit 3267.

De même si l'on a 999 à multiplier par 333, le produit sera

$$\dot{3}\ \dot{3}\ \dot{2}\ \dot{6}\ \dot{6}\ \dot{7}.$$

Le produit de 9999 par 3333 serait

$$\underset{\cdot}{3}\ \underset{\cdot}{3}\ \underset{\cdot}{3}\ \underset{\cdot}{2}\ \underset{\cdot}{6}\ \underset{\cdot}{6}\ \underset{\cdot}{6}\ \underset{\cdot}{7}.$$

De là résulte un moyen expéditif d'élever au carré un nombre composé exclusivement de 9.

$$999 \times 999 = \underset{\cdot}{9}\,\underset{\cdot}{9}\,\underset{\cdot}{8}\,\underset{\cdot}{0}\,\underset{\cdot}{0}\,\underset{\cdot}{1},$$

$$99999 \times 99999 = 9999800001.$$

On pourrait formuler la règle ainsi qu'il suit : pour former le carré d'un nombre composé de n chiffres, tous égaux à 9, écrivez-en $(n-1)$, faites-les suivre du chiffre 8, et celui-ci d'autant de zéros que vous venez d'écrire de 9, et enfin terminez par le chiffre 1.

Mentionnons encore l'un des deux procédés employés pour la multiplication dite multiplication par l'élévation au carré, parce qu'il nous paraît se rattacher à un ordre d'idées de provenance hindoue :

« *On en connaît une autre espèce par l'élévation au carré; et c'est que tu prends la moitié de la somme des deux nombres à multiplier l'un par l'autre, tu l'élèves au carré, et du résultat tu soustrais le carré de la demi-différence entre eux deux; ce qui est resté, c'est le résultat de la multiplication.* » Page 16.

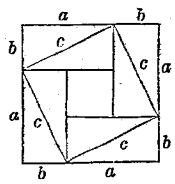
En d'autres termes, pour obtenir le produit ab, on fait les opérations indiquées dans le premier membre de l'égalité

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab,$$

ou en chassant les dénominateurs :

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab,$$

vérité que rend palpable, pour ainsi dire, la figure géométrique tracée ci-dessous.



Cette figure, familière aux Hindous, fournit trois démonstrations du fameux théorème du carré de l'hypoténuse, savoir :

1° $$c^2 = 4\frac{ab}{2} + (a-b)^2 = a^2 + b^2;$$

2° $$c^2 = (a+b)^2 - 4\frac{ab}{2} = a^2 + b^2;$$

3° $$c^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2} = a^2 + b^2.$$

Page 20. « *Or il y a cinq espèces de fractions : isolées, en rapport, en désunion, subdivisées, séparées en deux par un moins. — Le numérateur de la fraction isolée, c'est le dessus de la fraction. — Le numérateur de la fraction en rapport, c'est ce qui est sur le premier dénominateur multiplié par le dénominateur suivant, augmenté de ce qui est au-dessus de celui-ci, et ainsi jusqu'à la fin de la ligne d'écriture; ou bien c'est ce qui est sur le premier dénominateur, multiplié par les dénominateurs qui viennent après, et ce qui est sur le second dénominateur multiplié par les dénominateurs qui viennent après, et comme cela jusqu'à ce que la ligne d'écriture soit finie, puis tu additionnes le tout. — Le numérateur de la fraction en désunion s'obtient par la multiplication du numérateur de chaque section par le dénominateur de l'autre, et par l'addition du tout. — Le numérateur de la fraction subdivisée, en multipliant*
Page 21. *entre eux les nombres qui sont au-dessus de la ligne. — Le numérateur de la fraction séparée en deux par un moins : s'il y a disjonction, tu procèdes comme pour la fraction en désunion, et tu soustrais le moins du plus; s'il y a conjonction, tu multiplies le numérateur du minorande par le numérateur du minorateur, et tu le multiplies également par le dénominateur, puis tu soustrais le moins du plus. S'il y avait un nombre*

entier avec ces fractions, en tête de la première, multiplie par le dénominateur et additionne avec le numérateur. S'il était à la fin, multiplie par lui le numérateur. S'il était au milieu d'elles, faisant corps avec ce qui est avant lui, et alors il est conséquent, ou faisant corps avec ce qui est après lui, et alors il est antécédent, tu procèdes, dans le cas où il est conséquent, comme pour la fraction en désunion, et tu multiplies par le numérateur du reste dans le cas où il est antécédent. Et il faut que l'association cesse entre le numérateur et le dénominateur. »

La première espèce de fraction est notre fraction ordinaire proprement dite. Donnons des exemples des quatre autres espèces mentionnées ci-dessus : P. 20 et 21.

Soit la fraction de la deuxième espèce $\frac{4\ \ 3}{5\ \ 4}$, le numérateur sera

$$3 \times 5 + 4.$$

Soit la fraction $\frac{5\ \ 4\ \ 3}{6\ \ 5\ \ 4}$, le numérateur sera, en appliquant la première règle énoncée, égal à $(3 \times 5 + 4)\,6 + 5$, c'est-à-dire 119, ou bien en appliquant la seconde règle $(3 \times 5 \times 6) + (4 \times 6) + 5$, ou 119.

Soit la fraction $\frac{3\ \ 1\ \ 4\ \ 5}{4\ \ 3\ \ 7\ \ 9}$, le numérateur sera

$$(5 \times 7 \times 3 \times 4) + (4 \times 3 \times 4) + (1 \times 4) + 3, \quad \text{ou} \quad 475.$$

Exemples de la troisième espèce :

Soit

$$\frac{4}{5}\ \frac{3}{7},$$

le numérateur $= 3 \times 5 + 4 \times 7$, ou 43.

Soit

$$\frac{3\ \ 4}{7\ \ 5}\ \frac{3}{4},$$

le numérateur $= 3 \times 5 \times 7 + (4 \times 7 + 3)\,4 = 229$.

Exemples de la quatrième espèce : Page 21.

$$\frac{6}{7}\Big|\frac{4}{5}\Big|\frac{1}{3}, \text{ le numérateur } = 1 \times 4 \times 6 = 24.$$

$\frac{6}{7}\Big|\frac{5}{6}\Big|\frac{4}{5}\Big|\frac{3}{4}\Big|\frac{2}{3}$, le numérateur $= 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$.

Exemples de la cinquième espèce :

$$\frac{1\ \ 7}{2\ \ 8} - \frac{1}{4}.$$

On procède comme dans la troisième espèce, puis l'on soustrait le moins du plus. Pour plus de clarté nous avons rendu par le mot « minorande » ce qui précède le signe moins, et par le mot « minorateur » ce qui le suit, par analogie avec les mots plus usités de multiplicande et multiplicateur, dividende et diviseur.

Nous aurons donc pour numérateur la valeur de

$$(7 \times 2 + 1)4 - 1 \times 16, \quad \text{ou} \quad 44.$$

Soit proposée la fraction

$$\frac{3\ \ 1\ \ 4\ \ 5}{4\ \ 3\ \ 7\ \ 9} - \frac{4\ \ 3}{5\ \ 8},$$

$[(5 \times 7 + 4)3 + 1]4 + 3$, ou 475, est le numérateur du minorande; 5×8 est le dénominateur du minorateur; $3 \times 5 + 4$ est le numérateur du minorateur, et $4 \times 3 \times 7 \times 9$, ou 756, est le dénominateur du minorande. De là il suit que le numérateur de l'expression tout entière est

$$475 \times 40 - 19 \times 756 \quad \text{ou} \quad 19000 - 14364 \quad \text{ou} \quad 4636.$$

Soit la fraction

$$\frac{1\ \ 3\ \ 5}{3\ \ 4\ \ 7} - \frac{1\ \ 1}{3\ \ 4},$$

le numérateur sera

$$[(5 \times 4 + 3)3 + 1]3 + 4 - [(5 \times 4 + 3)3 + 1](1 \times 3 + 1)$$
$$\text{ou} \quad 840 - 280 \quad \text{ou} \quad 560.$$

Enfin dans le cas de l'adjonction d'un nombre entier à ces sortes de fractions, établissons par des exemples les opérations à effectuer pour avoir le numérateur.

$$1^\circ \quad \begin{cases} \dfrac{1\quad 5}{2\quad 6}5, \text{ le numérateur} = (5 \times 6 + 5)\,2 + 1 = 71, \\[2ex] \dfrac{5\quad 3}{7\quad 4}6, \text{ le numérateur} = (6 \times 4 + 3)\,7 + 5 = 194. \end{cases}$$

$$2^\circ \quad \begin{cases} 8\dfrac{5\quad 3}{6\quad 4}, \text{ le numérateur} = (3 \times 6 + 5)\,8, \\[2ex] 5\dfrac{3}{4}\ \dfrac{5}{6}, \text{ le numérateur} = (5 \times 4 + 3 \times 6)\,5. \end{cases}$$

$$3^\circ \quad \begin{cases} \qquad\qquad \dfrac{2}{3}\ \ 6\dfrac{3\quad 2}{4\quad 5}, \\ \text{le numérateur} = [(2 \times 4 + 3)\,6]\,3 + (6 \times 3 + 2) = 218. \\ \qquad\qquad \dfrac{1}{5}3\ \ \dfrac{1\quad 3}{3\quad 4}, \\ \text{le numérateur} = (3 \times 5 + 1)(3 \times 3 + 1) = 16 \times 10 = 160. \end{cases}$$

DEUXIÈME PARTIE.

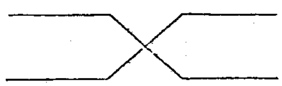
« SUR LES RÈGLES PAR LESQUELLES IL EST POSSIBLE DE PARVENIR A L'INCONNUE DEMANDÉE, EN PARTANT DE CE QUI EST CONNU ET DONNÉ. Page 26.

« *Elle se divise en deux sections : section sur l'opération par la proportion, et section sur algèbr et almokabalah.* »

« PREMIÈRE SECTION. »

« *C'est l'opération par la proportion. Elle se fait de deux manières, par les quatre nombres en proportion et par les plateaux de balance. Les quatre nombres en proportion sont les nombres tels que le rapport du premier d'entre eux au second est le même que le rapport du troisième au quatrième. La multiplication du premier par le quatrième est la même que la multiplication du second par le troisième. Quand tu multiplies le second par le troisième et que tu divises par le premier, il en résulte le quatrième, ou si tu divises par le quatrième, il en résulte le premier. Quand tu multiplies le premier par le quatrième et que tu* *divises par le second, il en résulte le troisième, ou si tu divises par le troisième, il en résulte le second. Quelle que soit l'inconnue, elle résulte de cette opération sur les trois autres nombres qui sont connus. Le mode de l'opération consiste en cela que tu multiplies le nombre isolé, dont l'espèce est différente de celle des deux autres, par le nombre correspondant à l'inconnue, et que tu divises par le troisième nombre, il en résulte l'inconnue.* »

« *Les plateaux de balance. C'est par l'art géométrique, et la méthode est celle-ci : Tu prends des balances de cette forme*

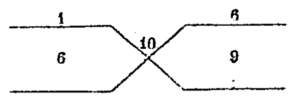


tu places ce qui est connu et proposé sur la voûte, tu déposes sur un des deux plateaux tel nombre que tu voudras, tu effectues là-dessus ce qui est proposé par l'addition, l'abaissement ou autre opération, puis tu compares avec cela ce qui est sur la voûte ; si tu es tombé juste, ce
Page 27. *plateau-là c'est le nombre inconnu ; si tu es tombé à faux, marque l'erreur au-dessus du plateau si elle est par excès, ou au-dessous si elle est par défaut ; ensuite dépose sur l'autre plateau tel nombre que tu voudras, différent du premier, et procède avec lui comme tu as procédé avec le premier; puis multiplie l'erreur de chaque plateau par le (supposé) vrai de l'autre ; puis examine : si les erreurs sont toutes deux positives ou toutes deux négatives, soustrais la plus petite de la plus grande, et le plus petit des deux produits du plus grand, et divise le reste des deux produits par le reste des deux erreurs ; et si l'une des deux est positive et l'autre négative, divise la somme des deux produits par la somme des deux erreurs.* »

Page 27. « *Si tu veux, dépose sur le second plateau le nombre du premier ou un autre, dégages-en les parties, compare avec elles ce qui est sur la voûte, multiplie cela par le (supposé) vrai du premier, et multiplie l'erreur du premier par le (supposé) vrai du second ; puis si l'erreur du premier est par défaut, additionne les deux produits, si elle est par excès prends la différence entre eux deux ; tu divises le résultat par les parties du second plateau, et tu obtiens le nombre demandé.* »

La règle des plateaux de balance désigne, comme on le voit, ce que nous appelons la règle des deux fausses positions.

Soit proposé de trouver le nombre qui, augmenté de ses deux tiers et de l'unité donne 10.



$$9+\tfrac{2}{3}9+1=16 \quad \text{ou} \quad 10+6 \qquad \text{Première erreur} = +6$$

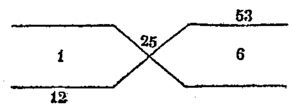
$$6+\tfrac{2}{3}6+1=11 \quad \text{ou} \quad 10+1 \qquad \text{Deuxième » } = +1$$

d'où

$$x=\frac{6\times6-1\times9}{6-1}=5\tfrac{2}{5}.$$

Ce premier exemple est emprunté au *Kholâçat al Hissâb* (*quintessence du calcul*) de Behâ-Eddin, le premier traité de mathématiques élémentaires des Arabes qui ait été traduit en français [*].

Soit proposé de trouver un nombre qui, répété six fois, puis sept fois, donne un total égal à 25.



$$6\times6+6\times7=78 \quad \text{ou} \quad 25+53 \qquad \text{Première erreur} = +53$$
$$1\times6+1\times7=13 \quad \text{ou} \quad 25-12 \qquad \text{Deuxième » } = -12$$

d'où

$$x=\frac{53\times1+12\times6}{53+12}=1\tfrac{12}{13}.$$

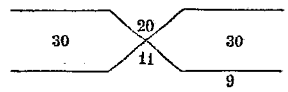
Ce second exemple est extrait du commentaire du *Talkhys* d'Ibn Albannâ, composé par Alkalçâdi, mathématicien arabe-espagnol, mort en 1486 de notre ère.

---

[*] On trouve encore chez Gauthier-Villars quelques exemplaires de la 2e édition, publiée à Rome en 1864 par les soins du prince don Balthasar Boncompagni.

Appliquons maintenant le procédé suivant lequel on met sur le second plateau le même nombre que sur le premier.

Soit proposé de trouver la quantité dont le cinquième et le sixième additionnés ensemble donnent pour somme le nombre 20.



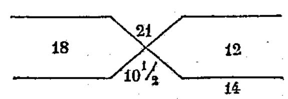
Mettons 30 sur le premier plateau et aussi sur le second. Dégageons ce que l'auteur appelle les parties, c'est-à-dire $\frac{30}{5}+\frac{30}{6}$ ou le nombre 11. La différence avec 20 est de 9 par défaut; la première erreur est donc égale à -9, posons-la au-dessous du premier plateau, puis le nombre 11 sous la voûte; multiplions ce dernier nombre 11 par le 30 du premier plateau, puis l'erreur du premier plateau, 9, par le 30 du deuxième plateau, additionnons les deux résultats,

$$11\times 30+9\times 30=600.$$

Divisons par les parties du second plateau, c'est-à-dire par le 11 déposé sous la voûte, il en résulte l'inconnue :

$$x=\frac{11\times 30+9\times 30}{11}=\frac{600}{11}=54\frac{6}{11}.$$

Supposons maintenant qu'on mette sur le second plateau un nombre différent de celui qui a été mis sur le premier. Ainsi soit à trouver le nombre dont le tiers et le quart additionnés égalent 21.



La première erreur est de 14 par défaut, les parties du second plateau

$$\frac{18}{3}+\frac{18}{4}=10\tfrac{1}{2},$$

d'où

$$x=\frac{10\frac{1}{2}\times 12+14\times 18}{10\frac{1}{2}}=\frac{378}{\frac{21}{2}}=378\times\frac{2}{21}=18\times 2=36.$$

« SECONDE SECTION. »

« SUR ALGÈBR ET ALMOKÂBALAH. » Page 28.

« *Les opérations qui s'y rapportent comprennent cinq chapitres.* »

Le chapitre deuxième, intitulé « *Sur l'opération dans les six formes,* » est consacré à l'exposition des opérations à effectuer pour résoudre les trois formes d'équation dites simples,

$$ax^2 = bx, \quad ax^2 = n, \quad bx = n,$$

et les trois formes d'équation dites composées,

$$ax^2 + bx = n, \quad ax^2 + n = bx, \quad bx + n = ax^2.$$

Il est digne de remarque que cet ordre des six formes algébriques est identiquement le même que celui de l'algèbre de Mohammed ben Moussa Alkhowarezmi, ouvrage composé dans le IX^e siècle de notre ère.

« CHAPITRE DEUXIÈME. »

« *Sur l'opération dans les six formes.* »

« *Les trois simples : — Tu divises par les mâl ce qui leur est égalé, et par les racines dans la sorte d'équation dépourvue de mâl, et par la division de la première sorte et de la troisième tu obtiens la racine, et par la division de la deuxième le mâl; or, si tu connais la racine, tu connais* Page 29. *le mâl en multipliant la racine par elle-même, et si tu connais le mâl, par lui tu connais la racine.* »

« *L'opération dans la quatrième sorte, c'est que tu prends la moitié du nombre des chey, tu élèves au carré cette moitié, tu l'ajoutes au nombre, tu extrais la racine de la somme, et tu soustrais de cela le demi-coëfficient, il reste la racine.* »

« *Et dans la sixième sorte l'opération est la même, si ce n'est que tu ajoutes le demi-coëfficient à la racine de la somme, et tu as la racine. Et dans la cinquième sorte, tu soustrais le nombre du carré du demi-coëfficient des chey, et tu prends la racine du reste; si tu ajoutes cela au* *demi-coëfficient, tu obtiens la plus grande racine du mâl; si tu l'en soustrais tu obtiens la plus petite racine du mâl.* »

« *Quand le carré du demi-coëfficient se trouve être égal au nombre, alors le demi-coëfficient c'est la racine, et le mâl c'est le nombre.* »

« *Dans les trois formes composées, tout ce que tu rencontres de plus*
Page 29. *grand qu'un mâl, abaisse-le à un mâl, et abaisse en même temps par cela tous les termes de l'équation; tout ce que tu rencontres en elles de plus petit qu'un mâl, réintègre-le à un mâl, et réintègre par cela tous les termes de l'équation. L'opération dans la réintégration et l'abaissement se fait comme il a été dit précédemment. Et si tu veux, divise les éléments constituants du problème par le nombre des mâl (coëfficient de x^2) qu'il renferme; ce qui en résulte, c'est à quoi revient le problème; fais la comparaison.* »

Nous ne citerons du chapitre quatrième que ces deux lignes qui le
Page 31. terminent, parce qu'elles contiennent l'énoncé bref et clair de ce que nous appelons la règle des signes :

« *Le produit de deux positives l'une par l'autre, et de deux négatives l'une par l'autre, est positif; le produit d'une positive par une négative est négatif.* »