JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 9 (1864), p. 23-24.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1864_2_9__23_0>

SUR LA FORME
$2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2$;
PAR M. J. LIOUVILLE.

1. Étant donné un entier n, on demande une méthode facile pour le calcul du nombre

$$N(n = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2)$$

des représentations de n par la forme

$$2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2,$$

c'est-à-dire du nombre des solutions de l'équation indéterminée

$$n = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2,$$

où x, y, z, t sont des entiers indifféremment positifs, nuls ou négatifs.

La réponse à cette question sera très-simple si l'on veut admettre comme bien compris ce qui a été dit, dans l'article précédent, concernant la forme

$$x^2 + 5(y^2 + z^2 + t^2).$$

2. En effet, quand n est impair, la valeur demandée de

$$N(n = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2)$$

est égale à

$$\frac{1}{3} N(2n = x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 5t^2),$$

tandis que pour n pair elle est égale à

$$N(2n = x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 5t^2).$$

En d'autres termes les deux quantités

$$[2 + (-1)^{n+1}]\, \mathrm{N}(n = 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 5z^2 + 5t^2)$$

et

$$\mathrm{N}(2n = x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 5t^2)$$

sont toujours égales entre elles.

La valeur de

$$\mathrm{N}(2n = x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 5t^2)$$

ayant été donnée ci-dessus pour tous les cas qui peuvent se présenter, ces quelques mots suffisent pour résoudre la question nouvelle à laquelle ce dernier article est consacré.