JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 7 (1862), p. 103-104.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1862_2_7__103_0>

SUR LA FORME
$x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

La forme

$$x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2,$$

que nous voulons considérer ici, est liée intimement à la forme

$$x^2 + y^2 + 2z^2 + 4t^2,$$

dont il a été question dans l'article précédent. Nous aurons de nouveau à employer les fonctions numériques $\omega_1(m)$, $O_1(m)$, et voici comment on trouvera, suivant les cas, le nombre N des représentations propres ou impropres comme aussi le nombre M des représentations propres de n ou $2^\alpha m$ par la forme actuelle

$$x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2.$$

1° Pour n impair, $n = m$, on aura

$$N = 4\omega_1(m), \quad M = 4O_1(m),$$

si $m = 4l + 1$, mais

$$N = 0, \quad M = 0,$$

si $m = 4l + 3$.

2° Pour n simplement pair, $n = 2m$, on aura

$$N = 4\omega_1(m), \quad M = 4O_1(m),$$

quelle que soit la forme linéaire de m.

3° Pour n pairement pair, $n = 2^\alpha m$, $\alpha > 1$, on a

$$N = 2(2^\alpha - 1)\,\omega_1(m)$$

si $m = 8k \pm 1$, mais

$$N = 2(2^\alpha + 1)\,\omega_1(m)$$

si $m = 8k \pm 3$. Quant à la valeur de M, il faut distinguer les trois cas de $\alpha = 2$, $\alpha = 3$, $\alpha > 3$.

Pour $\alpha = 2$, $n = 4m$, on a

$$M = 2\,O_1(m)$$

si $m = 8k + 1$, mais

$$M = 6\,O_1(m)$$

si $m = 8k - 1$ ou $8k - 3$, enfin

$$M = 10\,O_1(m)$$

si $m = 8k + 3$.

Pour $\alpha = 3$, $n = 8m$, on a

$$M = 10\,O_1(m)$$

si $m = 8k \pm 1$, mais

$$M = 14\,O_1(m)$$

si $m = 8k \pm 3$.

Enfin pour $n = 2^\alpha m$, avec $\alpha > 3$, on a généralement

$$M = 3.2^{\alpha-1}\,O_1(m),$$

quelle que soit la forme linéaire de m.