JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant le produit de deux nombres premiers, l'un de la forme $120\mu + 31$, l'autre de la forme $120\nu + 79$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 6 (1861), p. 205-206.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__205_0>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS, L'UN DE LA FORME $120\mu + 31$, L'AUTRE DE LA FORME $120\nu + 79$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Ce théorème doit être joint à ceux que nous venons de donner au sujet du produit de deux nombres premiers de la forme $120\mu + 31$ et de deux nombres premiers de la forme $120\mu + 79$. On y emploie en effet des expressions du même genre.

Théorème. — « Pour chaque produit m de deux nombres premiers, » l'un de la forme $120\mu + 31$, l'autre de la forme $120\mu + 79$, on peut » poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'é- » quation

$$m = 60x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

» x et y étant des entiers impairs, et p un nombre premier qui ne di- » vise pas y. »

Nous n'avons pas besoin d'avertir qu'on admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p, que nous n'assujettissons à priori à aucune condition, on s'assurera sans peine qu'il ne peut être que de l'une ou de l'autre des deux formes

$$120\mu + 61, \quad 120\mu + 109.$$

Ici, en effet, comme dans les deux articles précédents, il devra vérifier les trois congruences

$$p \equiv 5 \pmod{8}$$

et

$$p \equiv 1 \pmod{3}, \qquad p \equiv \pm 1 \pmod{5},$$

qui sont une conséquence immédiate de l'équation même que nous posons.

Cette fois encore, nous nous bornerons à l'exemple le plus simple, en prenant

$$m = 31.79,$$

c'est-à-dire

$$m = 2449,$$

et notre théorème sera vérifié, vu l'équation canonique

$$2449 = 60.1^2 + 2389.1^2,$$

où 2389 est un nombre premier. On n'a pas d'équation canonique en retranchant 60.3^2, ni 60.5^2, de 2449; car les restes 1909 et 949 sont l'un et l'autre le produit de deux nombres premiers 23.83 et 13.73.

Le lecteur ajoutera d'autres exemples, s'il le désire, mais sans que jamais notre théorème puisse cesser d'avoir lieu. Pour nous, ce qui précède suffit.