JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant le produit de deux nombres premiers, l'un de la forme $40\mu + 23$, l'autre de la forme $40\nu + 27$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 6 (1861), p. 199-200.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__199_0>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS, L'UN DE LA FORME $40\mu + 23$, L'AUTRE DE LA FORME $40\nu + 27$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Soient a et b deux nombres premiers donnés, l'un de la forme

$$40\mu + 23,$$

l'autre de la forme

$$40\nu + 27.$$

Désignons par m leur produit ab. Nous aurons au sujet du produit m ce théorème, que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs, et p un nombre premier qui ne divise pas y. On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p, nous ne le soumettons à priori à aucune condition; mais avec la valeur indiquée pour m, et x devant être un entier impair, il est évident que notre équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2$$

entraînera les deux congruences

$$p \equiv 3 \pmod{8}$$

et

$$p \equiv \pm 1 \pmod{5}.$$

Il sera donc de l'une ou de l'autre des deux formes

$$40g+11,\quad 40g+19.$$

Nous nous contenterons d'un seul exemple, en faisant

$$a=23,\quad b=67,$$

d'où

$$m=23.67,$$

c'est-à-dire

$$m=1541,$$

et nous trouverons notre théorème confirmé par les cinq équations canoniques ci-après :

$$\begin{aligned}1541&=10.1^2+1531.1^2,\\ 1541&=10.3^2+1451.1^2,\\ 1541&=10.5^2+1291.1^2,\\ 1541&=10.7^2+1051.1^2,\\ 1541&=10.11^2+331.1^2,\end{aligned}$$

où

$$1531,\quad 1451,\quad 1291,\quad 1051,\quad 331$$

sont des nombres premiers. On n'a pas d'équation canonique en retranchant 10.9^2 de 1541, puisque le reste 731 qu'on obtient ainsi est le produit de 17 par 43.