JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant le produit de deux nombres premiers, l'un de la forme $40\mu + 7$, l'autre de la forme $40\nu + 27$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 6 (1861), p. 195-196.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__195_0>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS,
L'UN DE LA FORME $40\mu + 7$, L'AUTRE DE LA FORME $40\nu + 27$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Désignons par m le produit de deux nombres premiers donnés, l'un de la forme

$$40\mu + 7,$$

l'autre de la forme

$$40\nu + 27.$$

On aura au sujet du produit m ce théorème, que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs et p un nombre premier qui ne divise pas y. On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p, nous ne lui imposons à priori aucune condition; mais avec la nature indiquée du nombre m, et x étant impair, il est évident que notre équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2$$

entraînera les deux congruences

$$p \equiv 3 \pmod{8}$$

et

$$p \equiv \pm 1 \pmod{5}.$$

On peut donc affirmer que p sera toujours de l'une ou de l'autre des deux formes

$$40g + 11, \quad 40g + 19.$$

Nous nous contenterons de vérifier notre théorème sur un seul exemple, en faisant

$$m = 7.67,$$

c'est-à-dire

$$m = 469,$$

et nous le trouverons en effet confirmé par l'équation canonique

$$469 = 10.3^2 + 379.1^2,$$

où 379 est un nombre premier. On n'obtient pas d'équation canonique en retranchant 10.1^2, ni 10.5^2, de 469; car des deux restes 459 et 219 qui s'offrent alors, l'un est le produit du cube de 3 par 17, et l'autre est le produit de 3 par 73.

En allant plus loin, on trouverait pour m de grands nombres qui rendent les vérifications pénibles; mais l'exactitude de notre théoreme ne dépend pas de ces calculs.

Avons-nous besoin de faire observer que ce théorème devra être rapproché de celui qu'on a donné dans l'article précedent? On en trouvera deux autres d'un genre semblable dans les articles ci-après.