JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant le produit de deux nombres premiers égaux ou inégaux de la forme $24\mu + 7$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 6 (1861), p. 191-192.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__191_0>

gallica NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Gallica de la Bibliothèque nationale de France
http://gallica.bnf.fr/

et catalogué par Mathdoc dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
http://www.numdam.org/journals/JMPA

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS ÉGAUX OU INÉGAUX DE LA FORME $24\mu + 7$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Le produit de deux nombres premiers égaux ou inégaux de la forme $24\mu + 7$ jouit d'une propriété toute semblable à celle que nous avons indiquée dans l'article précédent au sujet du produit de deux nombres premiers de la forme $24\mu + 5$.

Théorème. — « Pour chaque produit m de deux nombres premiers, » égaux ou inégaux, mais tous deux $\equiv 7 \pmod{24}$, on peut poser » au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 12x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

» x et y étant des entiers impairs et p un nombre premier qui ne » divise pas y. »

On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p, on ne lui impose à priori aucune condition; mais il est évident qu'il sera $\equiv 5 \pmod{8}$ et $\equiv 1 \pmod{3}$. On le trouvera donc toujours de la forme $24g + 13$.

L'exemple le plus simple est celui de

$$m = 7.7$$

ou de

$$m = 49.$$

Or on a l'équation canonique

$$49 = 12.1^2 + 37.1^2.$$

Soit ensuite

$$m = 7.31,$$

c'est-à-dire

$$m = 217.$$

On aura de même l'équation canonique

$$217 = 12.3^2 + 109.1^2.$$

On n'obtient pas d'équation canonique en retranchant 12 de 217, car le reste 205 est le produit de 5 par 41.

Soit enfin

$$m = 31.31,$$

c'est-à-dire

$$m = 961;$$

et cette fois encore notre théorème sera vérifié, les équations canoniques étant au nombre de trois, savoir :

$$961 = 12.3^2 + 853.1^2,$$
$$961 = 12.5^2 + 661.1^2,$$
$$961 = 12.7^2 + 373.1^2,$$

où 853, 661, 373 sont des nombres premiers. On n'obtient pas d'équation canonique en retranchant 12 de 961; car le reste 949 est le produit des deux nombres premiers 13 et 73.