

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

J. LIOUVILLE

**Théorème concernant les nombres premiers de la forme  $40\mu + 23$**

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2<sup>e</sup> série*, tome 5 (1860), p. 391-392.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1860\\_2\\_5\\_391\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1860_2_5_391_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

## THÉORÈME

CONCERNANT LES NOMBRES PREMIERS DE LA FORME  $40\mu + 23$ ;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Pour tout nombre premier  $m$ , de la forme  $40\mu + 23$ , on peut poser (un nombre impair de fois) l'équation

$$m = (10x + 3)^2 + 2p^{2l+1}y^2,$$

$x$  étant un entier indifféremment positif, nul ou négatif, d'ailleurs pair ou impair, tandis que  $y$  est impair et positif : quant à  $p$ , c'est un nombre premier ( $20\nu + 3$  ou  $20\nu + 7$ ) qui ne divise pas  $y$ .

L'expression  $(10x + 3)^2$ , en y prenant  $x$  positif, nul ou négatif, donne les carrés des nombres positifs de ces deux formes

$$10s + 3, \quad 10s - 3,$$

savoir

$$3^2, 7^2, 13^2, 17^2, \dots;$$

notre théorème revient donc à dire qu'il y a un nombre impair des termes de la suite

$$m - 3^2, \quad m - 7^2, \quad m - 13^2, \quad m - 17^2, \dots,$$

qu'on peut exprimer par

$$2p^{2l+1}y^2,$$

$p$  étant un nombre premier non diviseur de  $y$ . La forme ( $20\nu + 3$  ou  $20\nu + 7$ ), que nous attribuons à  $p$ , n'est qu'une conséquence de l'équation même que nous posons,

$$m = (10x + 3)^2 + 2p^{2l+1}y^2,$$

et de la forme linéaire attribuée à  $m$ , qui est  $40\mu + 23$ .

Le plus petit nombre de la forme  $40\mu + 23$  est 23; c'est un nombre premier : or on a

$$23 = 3^2 + 2 \cdot 7 \cdot 1^2,$$

conformément à notre théorème. Ensuite vient (en laissant de côté les nombres composés)

$$103 = 3^2 + 2 \cdot 47 \cdot 1^2;$$

ici on ne doit pas compter l'équation  $103 = 7^2 + 2 \cdot 3^2$ , parce que l'exposant 3 n'est pas de la forme  $4l + 1$ . Je note encore 223, qui nous offre une seule décomposition canonique :

$$223 = 3^2 + 2 \cdot 107.$$

Pour 263, il y en a trois, savoir :

$$3^2 + 2 \cdot 127 \cdot 1^2, \quad 7^2 + 2 \cdot 107 \cdot 1^2, \quad 13^2 + 2 \cdot 47 \cdot 1^2;$$

de même pour 383, qui peut s'écrire :

$$7^2 + 2 \cdot 167 \cdot 1^2, \quad 13^2 + 2 \cdot 107 \cdot 1^2, \quad 17^2 + 2 \cdot 47 \cdot 1^2.$$

Ces exemples suffiront.

