JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Autre égalité d'intégrales doubles

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 3 (1858), p. 416.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1858_2_3__416_0>

AUTRE ÉGALITÉ D'INTÉGRALES DOUBLES;

PAR M. BESGE.

Il y a une certaine liaison entre le théorème que je veux donner aujourd'hui et celui que j'ai donné dans le cahier de *septembre*. Il s'agit encore d'une égalité entre deux intégrales définies doubles, où les limites pour les deux variables x et y sont 0 et 1.

Les deux intégrales dont il s'agit cette fois sont

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\varphi, \psi)\, dx\, dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}}$$

et

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\psi, \varphi)\, dx\, dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}}:$$

on suppose

$$\varphi = \frac{\sqrt{xy(1-y)}}{1+\sqrt{1+ax}}, \quad \psi = \frac{\sqrt{y(1-y)(1-x)}}{(1+\sqrt{1+ax})\sqrt{1+ay}},$$

a étant une constante; et notre théorème consiste en ce que

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\varphi, \psi)\, dx\, dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}} = \int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\psi, \varphi)\, dx\, dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}},$$

en sorte que l'on peut permuter φ et ψ sous le double signe intégral.

Ici, encore, la démonstration résultera, si on le veut, du développement de $f(\varphi, \psi)$ et de $f(\psi, \varphi)$ en séries ordonnées suivant les puissances des deux quantités φ et ψ.