

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

BESGE

Sur deux intégrales définies doubles

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2<sup>e</sup> série*, tome 3 (1858), p. 324.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1858\\_2\\_3\\_324\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1858_2_3_324_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

SUR

## DEUX INTÉGRALES DÉFINIES DOUBLES ;

PAR M. BESGE.

Soient  $a$  et  $b$  deux constantes, et  $x, y$  deux variables continues de 0 à 1. Posons

$$\alpha = \frac{\sqrt{xy(1-y)}}{(1+\sqrt{1+ax})\sqrt{1+by}}, \quad \beta = \frac{\sqrt{y(1-y)(1-x)}}{1+\sqrt{1+ax}},$$

et

$$\gamma = \frac{\sqrt{xy(1-y)}}{(1+\sqrt{1+bx})\sqrt{1+ay}}, \quad \delta = \frac{\sqrt{y(1-y)(1-x)}}{1+\sqrt{1+bx}},$$

expressions dont les deux dernières se déduisent des deux premières par une simple permutation des constantes  $a$  et  $b$ .

Je trouve que les deux intégrales définies doubles

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\alpha, \beta) dx dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}}$$

et

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\gamma, \delta) dx dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}},$$

sont égales entre elles, quelle que soit la fonction  $f$ , pourvu cependant qu'elle soit telle, que les deux intégrales citées aient un sens précis et représentent en géométrie des volumes finis.

On peut démontrer ce théorème de plusieurs manières. Bornons-nous à indiquer le développement des fonctions  $f(\alpha, \beta)$ ,  $f(\gamma, \delta)$  suivant les puissances des variables  $\alpha, \beta$  ou  $\gamma, \delta$ .