JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la fonction E (x), qui marque le nombre entier contenu dans x

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e^ série, tome 2 (1857), p. 280.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1857_2_2__280_0>

SUR LA FONCTION E(x),

QUI MARQUE LE NOMBRE ENTIER CONTENU DANS x;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Je désigne par $E(x)$ l'entier contenu dans x, de manière que si l'on pose

$$x = E(x) + r,$$

le reste r soit nul ou positif, mais plus petit que l'unité. La fonction $E(x)$ jouit, comme on sait, d'un grand nombre de belles propriétés. Si celle que je vais indiquer paraît curieuse aux géomètres, je pourrai plus tard en ajouter d'autres du même genre, avec la démonstration.

Soit m un nombre impair donné. Considérons, parmi les nombres impairs $3, 5, 7, \ldots, m$, ceux qui sont premiers et de la forme $4\nu + 3$, ou qui du moins s'expriment par une puissance exacte d'un nombre premier de cette forme. Désignons par n un quelconque d'entre eux, et calculons l'entier marqué par

$$E\left(\frac{m+n}{2n}\right).$$

La somme

$$\sum E\left(\frac{m+n}{2n}\right)$$

des entiers ainsi obtenus pour toutes les valeurs citées de n, est toujours impaire quand $m = 8\mu \pm 3$, et au contraire toujours paire quand $m = 8\mu \pm 1$.

Exemple : $m = 23$, d'où $n = 3, 7, 9, 11, 19, 23$. Les entiers à considérer sont

$$E\left(\frac{26}{6}\right),\quad E\left(\frac{30}{14}\right),\quad E\left(\frac{32}{18}\right),\quad E\left(\frac{34}{22}\right),\quad E\left(\frac{42}{38}\right),\quad E\left(\frac{46}{46}\right):$$

le premier et le second sont pairs, les quatre autres sont impairs; la somme est donc paire.