JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

LEJEUNE-DIRICHLET

Éloge de Charles-Gustave-Jacob Jacobi

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 2 (1857), p. 217-243.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1857_2_2__217_0>

ÉLOGE

DE

CHARLES-GUSTAVE-JACOB JACOBI;

PAR M. LEJEUNE-DIRICHLET [*].

(Lu à l'Académie des Sciences de Berlin le 1er juillet 1852.)

TRADUIT DE L'ALLEMAND PAR M. JULES HOÜEL.

MESSIEURS,

Au moment de tracer devant vous le tableau des travaux scientifiques du plus grand mathématicien qui, depuis Lagrange, ait fait partie de notre Société comme membre résidant, je sens vivement combien est difficile la tâche de faire connaître toute la portée des découvertes d'un homme qui, s'emparant en maître du domaine immense conquis à la science par les efforts accumulés de vingt siècles, a, partout où il a porté son génie créateur, mis au jour des vérités importantes, souvent profondément cachées; introduit dans la science des idées nouvelles, fondamentales; élevé enfin, et sur plus d'un point, les spéculations mathématiques à une hauteur inconnue avant lui. La conviction qu'après de tels services rendus à la science et à ceux qui la cultivent, il y a pour la reconnaissance un devoir à remplir, a pu seule imposer silence aux scrupules que m'inspirait le sentiment de mon insuffisance. Et sur qui retombait l'obligation d'acquitter une telle dette, plus que sur moi qui, après avoir, avec tous les savants contemporains, tiré un

[*] Extrait des *Mémoires de l'Académie de Berlin*, année 1852, reproduit déjà, mais toujours en allemand, dans le *Journal de M. Crelle*. Le savant rédacteur de ce Journal remarque avec raison que « cet Éloge est en même temps un excellent Mémoire » et un jugement profond sur les travaux mathématiques de Jacobi. » (J. LIOUVILLE.)

si grand profit de la lecture des productions géométriques de Jacobi, n'ai pas trouvé moins de secours dans un commerce étroit de plusieurs années avec cet homme illustre?

Charles-Gustave-Jacob Jacobi naquit, le 10 décembre 1804, à Potsdam, d'un négociant aisé de cette ville. Il apprit les premiers éléments des langues anciennes et des mathématiques de son oncle maternel, M. Lehmann, qui eut moins à stimuler qu'à diriger l'ardent enfant, et sous la conduite intelligente duquel Jacobi fit de si rapides progrès, qu'avant d'avoir atteint l'âge de douze ans, il fut reçu dans la seconde classe du gymnase de Potsdam, pour passer, six mois après, dans la première. Il resta dans celle-ci quatre ans entiers, parce qu'il ne pouvait convenablement entrer à l'Université avant d'avoir accompli sa seizième année. L'enseignement mathématique, qui était traité comme une affaire de mémoire, ne pouvait convenir au jeune élève. Cela rendit pendant quelque temps ses rapports avec le professeur peu agréables; ils finirent cependant par devenir meilleurs, du jour où le professeur eut assez de sagacité pour comprendre qu'il devait accorder plus de liberté à l'élève exceptionnel, et lui permit de s'occuper de l'*Introductio* d'Euler, pendant que les autres élèves récitaient péniblement par cœur des propositions élémentaires. On peut voir à quel point l'intelligence de Jacobi s'était déjà développée, d'après les essais auxquels il se livra dès ce temps-là sur la résolution de l'équation du cinquième degré, recherches dont il a fait mention depuis dans un de ses Mémoires.

C'est un problème où plus d'un géomètre, parmi ceux qui se sont fait par la suite un grand nom, a trouvé le premier exercice de ses forces, et l'on conçoit aisément, en effet, l'attrait spécial que ce problème devait offrir à un talent naissant, alors que l'impossibilité d'une solution telle qu'on la cherchait n'était pas encore démontrée. A la célébrité que tant d'efforts infructueux avaient donnée à cette question, se joignait cette circonstance particulière, que le problème, appartenant à une branche qui touche immédiatement aux éléments, semblait pouvoir être abordé sans une grande somme de connaissances acquises.

A l'Université de notre ville, Jacobi partageait son temps entre les études philosophiques, philologiques et mathématiques. La part qu'il prenait aux études du séminaire philologique attira l'attention de notre confrère Bœkh, directeur de cet établissement. Ce savant, frappé de la pénétration et de l'originalité d'esprit qu'il montrait, le prit en amitié, et lui témoigna une bienveillance toute particulière.

Le jeune étudiant suivit peut-être avec moins d'assiduité les cours de mathématiques, qui avaient alors, dans notre Université, un caractère trop élémentaire pour un jeune homme déjà familiarisé avec quelques-uns des chefs-d'œuvre d'Euler et de Lagrange. Il n'en mit que plus d'ardeur à lire les ouvrages des géomètres, et spécialement à se faire une idée générale des précieux trésors que renferment les collections académiques.

Jacobi, dont le génie ne pouvait se contenter d'amasser simplement des connaissances, et qui sentait le besoin de se rendre tout à fait maître des sujets dont il s'occupait, reconnut, après deux années environ d'études universitaires, la nécessité de prendre un parti, et de renoncer soit à la philologie, soit aux mathématiques. La résolution qu'il prit a eu des conséquences si importantes, non-seulement pour lui, mais aussi pour la science à laquelle il se consacra dès lors exclusivement, qu'on sera bien aise d'apprendre de lui-même les raisons qui le déterminèrent. Il écrivait à ce sujet à son oncle, que nous avons déjà nommé : « Après avoir quelque temps étudié la philologie assez sé-
» rieusement pour réussir à mesurer au moins du regard les splen-
» deurs de la vie de la Grèce antique, il m'en coûte de renoncer à en
» poursuivre l'étude, car j'y dois désormais renoncer absolument.
» L'édifice colossal élevé par les travaux des Euler, des Lagrange, des
» Laplace, exige de celui qui veut en approfondir la nature intime et
» ne pas se borner à en considérer la surface, une puissance et des ef-
» forts prodigieux de réflexion. Un désir violent pousse à le dominer,
» pour n'avoir plus à craindre à chaque instant d'en être écrasé, désir
» qui ne connaît ni trêve, ni repos, jusqu'à ce qu'arrivé au faîte, on
» plane du regard sur tout l'ouvrage. C'est alors seulement que l'on
» peut avec sécurité travailler à l'accomplissement de sa tâche indivi-
» duelle, et contribuer selon ses forces à l'agrandissement de cet en-
» semble immense, dont on a bien saisi le plan. »

Jacobi choisit pour sujet de dissertation pour le doctorat une question traitée déjà bien souvent, la décomposition des fractions algébriques. Il commence par démontrer des formules remarquables que

Lagrange avait données sans démonstration dans les Mémoires de notre Académie; il passe ensuite à un nouveau mode de décomposition qui n'est pas complétement déterminé, comme celui que l'on avait jusque-là considéré exclusivement. Il termine son travail par des recherches sur la transformation des séries, et il y fait déjà remarquer un nouveau principe dont il s'est servi en plus d'une occasion dans ses travaux ultérieurs.

Aussitôt après sa promotion, Jacobi se fit agréger à l'Université, et il ouvrit un cours sur la théorie des surfaces courbes et des lignes à double courbure. D'après le témoignage d'un de ses auditeurs d'alors [*], son talent pour l'enseignement était, dès ce premier début, très-développé, et il entendait déjà l'art d'exposer un sujet avec une grande clarté et de captiver son auditoire. Le professeur de vingt et un ans fit preuve aussi d'une maturité de jugement bien précoce, en ce que, sans se laisser égarer par le discrédit dans lequel la méthode des infiniment petits était tombée vers ce temps-là, sous le poids d'une grande autorité, ce fut précisément cette méthode qu'il suivit dans ses démonstrations : par ses efforts, couronnés du plus heureux succès, il convainquit ses auditeurs que la méthode frappée de suspicion ne diffère de la méthode rigoureuse des Anciens que par sa forme abrégée, qui en rend l'emploi pour ainsi dire indispensable dans toutes les questions compliquées.

L'attention que Jacobi commençait à éveiller détermina le chef de l'instruction publique à l'inviter à continuer ses leçons à Kœnigsberg, provisoirement comme professeur particulier, la chaire de mathématiques, qui était devenue vacante depuis peu dans cette ville, lui offrant plus de chances d'avancement qu'il n'en avait à Berlin.

En s'établissant à Kœnigsberg, ce fut pour Jacobi un événement important de faire la connaissance personnelle du grand astronome Bessel, et de voir de près, pour la première fois, un homme de génie adonné à une science liée si étroitement avec celle qu'il cultivait lui-même. La vue journalière de l'activité dévorante qui animait cet homme extraordinaire exerça sur notre géomètre la plus puissante influence,

[*] M. *Minding*, aujourd'hui professeur à l'Université de Dorpat, et auteur d'ingénieuses recherches sur la théorie générale des surfaces, sur les fonctions abéliennes, sur l'élimination, etc. (J. Liouville.)

bien que lui aussi fût accoutumé depuis son jeune âge à exiger de lui-même les plus grands efforts. Plus tard, Jacobi a souvent rappelé avec reconnaissance ce qu'il devait à ces relations.

Par une rencontre heureuse, les débuts de Jacobi coïncidèrent avec la fondation du *Journal de Mathématiques* par la publication duquel notre confrère Crelle s'est acquis un renom durable, et a rendu le double service, non-seulement de répandre les connaissances acquises, mais encore de donner une vie nouvelle aux études scientifiques. Jacobi, qui fut un des premiers collaborateurs de ce recueil, lui est resté fidèle jusqu'à sa mort; et, à l'exception de deux ouvrages séparés, les *Fundamenta nova* et le *Canon arithmeticus*, presque tous ses autres travaux ont paru pour la première fois dans le Journal de Crelle.

Les premières publications de Jacobi le montrent déjà mathématicien consommé, soit que, comme dans les Mémoires *sur la nouvelle méthode de Gauss pour le calcul approximatif des intégrales*, et *sur la méthode de Pfaff pour l'intégration des équations aux différentielles partielles*, il considère sous un nouveau point de vue des théories connues et y apporte des simplifications essentielles; soit qu'il traite des problèmes non encore résolus et qu'il arrive à des résultats nouveaux. Parmi les travaux de cette dernière catégorie, il y en a deux qui méritent ici une mention particulière : un Mémoire de quelques pages, où il s'occupe d'une propriété fondamentale de la fonction remarquable qui, introduite pour la première fois dans la science par Legendre, a joué un si grand rôle dans toutes les recherches qui ont été faites depuis sur l'attraction; et un autre Mémoire *sur les résidus cubiques*. Ce dernier ne contient, il est vrai, que des propositions sans démonstration; mais ces propositions sont de telle nature, qu'elles ne peuvent être le résultat de l'induction, et elles ne permettent pas de douter que, dans la nouvelle voie ouverte par Gauss depuis un quart de siècle à la spéculation mathématique, et se rattachant autant à l'algèbre supérieure qu'à la théorie des nombres, Jacobi ne dût être déjà à cette époque en possession de nouveaux et féconds principes. C'est ce qui a été confirmé par une publication plus récente, où il dit expressément que, dès ce temps-là, il avait communiqué ces principes à Gauss par une lettre.

D'autres travaux empêchèrent à cette époque Jacobi de poursuivre ses études sur cet objet : ce furent ses recherches sur les fonctions elliptiques, qui devaient bientôt lui mériter tant de gloire, et lui assurer une place parmi les premiers mathématiciens du temps.

Le jeune géomètre, qui s'était déjà essayé avec succès dans tant de directions différentes, sembla quelque temps abandonné de son bonheur habituel dans la théorie des fonctions elliptiques. Un de ses amis [*], le trouvant un jour de fort mauvaise humeur, lui en demanda la cause. « Vous me voyez », répondit-il, « songeant en ce » moment à renvoyer ce livre (les *Exercices*, de Legendre) à la bi- » bliothèque; décidément je joue de malheur avec lui. Toutes les » fois que j'ai étudié un ouvrage important, cela m'a toujours suggéré » quelques idées neuves, et j'y ai toujours gagné quelque chose. Cette » fois, ma lecture me laisse les mains complétement vides, et ne m'a » pas inspiré la moindre idée. »

Si les idées neuves se firent dans cette circonstance un peu attendre, elles n'en furent que plus abondantes lorsqu'elles se présentèrent plus tard; tellement abondantes que, réunies aux idées contemporaines d'Abel, elles eurent pour résultat un développement inattendu et une transformation complète d'une des branches les plus importantes de l'Analyse.

Puisque les découvertes partaient ici en même temps de deux points différents, il est nécessaire de citer à côté des recherches de Jacobi les travaux contemporains d'Abel. Indépendantes entre elles à l'origine, leurs découvertes finirent par s'enchaîner si intimement qu'on aurait peine à se faire comprendre en exposant les unes sans parler des autres.

L'origine de la théorie des fonctions elliptiques, à laquelle les noms d'Abel et de Jacobi sont pour toujours attachés, ne remonte pas plus haut que le milieu du dernier siècle. Un mathématicien italien, doué d'une pénétration extraordinaire, le comte Fagnano, de l'État de l'Église, fit cette remarquable découverte, que l'intégrale qui exprime l'arc de la courbe dont les mathématiciens s'étaient alors souvent occupés sous le nom de *lemniscate*, possède des propriétés semblables à celles de l'intégrale plus simple qui exprime un arc de cercle, et que,

---

[*] Le célèbre physicien, M. *Dove*. (J. LIOUVILLE.)

par exemple, entre les limites de deux intégrales de cette espèce, dont l'une a une valeur double de l'autre, il existe une relation algébrique simple, si bien qu'un arc de lemniscate, quoique étant une transcendante d'une classe plus élevée, peut cependant, comme un arc de cercle, être doublé ou divisé en deux parties égales par une construction géométrique. Euler trouva, quelques années plus tard, le principe même de cette propriété et d'autres semblables dans une proposition, l'une des plus belles dont ce grand inventeur ait enrichi la science. D'après cette proposition d'Euler, une certaine intégrale, plus générale que l'intégrale considérée par Fagnano, et désignée dans notre terminologie actuelle sous le nom d'*intégrale elliptique de première espèce*, a une telle dépendance avec sa limite, que deux intégrales semblables, à limites arbitraires, peuvent toujours être réunies en une troisième, dont la limite est liée à celles des premières par une relation algébrique simple; absolument comme le sinus d'un arc composé de deux parties peut s'exprimer algébriquement au moyen des sinus des arcs composants. Mais l'intégrale elliptique est plus générale que celle qui exprime un arc de cercle. Ramenée à sa forme la plus simple, elle ne dépend pas seulement, comme l'arc circulaire, de sa limite, mais encore d'une autre quantité renfermée dans la fonction, et appelée *module*. Le théorème d'Euler ne donnait que des relations entre des intégrales de même module. Le premier exemple d'une relation entre des intégrales de modules différents se trouve dans une découverte faite plus tard par Landen, et sous une forme un peu différente par Lagrange : par cette découverte, une intégrale elliptique peut, au moyen d'une substitution algébrique très-simple, être changée en une autre intégrale de même genre.

C'est la gloire impérissable de Legendre d'avoir reconnu dans les découvertes que nous venons de rappeler le germe d'une branche importante de l'Analyse, et d'avoir, par un travail qui a occupé la moitié de sa vie, élevé sur ces fondements une théorie régulière, embrassant toutes les intégrales où il n'entre pas d'autre irrationnalité qu'un radical carré sous lequel la variable ne dépasse pas le quatrième degré. Déjà Euler avait montré par quelles modifications son théorème peut être étendu à de telles intégrales. Legendre, partant de l'idée heureuse de ramener toutes ces intégrales à des formes normales fixes, parvint à cette découverte devenue si importante pour le développement de la théorie, que ces intégrales se partagent en trois espèces essentiellement différentes. En soumettant alors chaque espèce à un examen attentif, il découvrit beaucoup de leurs propriétés les plus importantes, entre autres celles qui concernent les intégrales de troisième espèce, propriétés très-cachées et d'un accès extrêmement difficile. Ce n'est que par la persévérance opiniâtre avec laquelle le grand mathématicien revint sans cesse sur le même objet, qu'il réussit à vaincre des difficultés qui, si l'on songe aux moyens dont il pouvait disposer, devaient paraître presque insurmontables.

La théorie, telle que la trouvèrent Abel et Jacobi, offrait plusieurs points enveloppés d'un profond mystère, et sur lesquels les principes connus jusqu'alors ne pouvaient jeter aucun jour. Ainsi, pour ne citer qu'un de ces points, on avait trouvé que le degré de l'équation formée à l'aide du théorème d'Euler, et de la résolution de laquelle dépend la division de l'intégrale elliptique, n'est pas égal, comme dans la question analogue sur la division du cercle, au nombre des parties, mais au carré de ce nombre. La signification des racines réelles, dont le nombre coïncide avec celui des parties, était facile à voir, tandis que la présence des racines imaginaires, beaucoup plus nombreuses, devait paraître tout à fait inexplicable. Mais personne avant Abel et Jacobi ne s'était aperçu qu'il y eût là un mystère caché, et c'est à eux qu'il était réservé de s'étonner les premiers de cette circonstance et d'autres semblables. En mathématiques comme dans d'autres sciences, s'étonner à propos, c'est souvent avoir fait déjà la moitié d'une découverte.

Quoique la transformation de la théorie des fonctions elliptiques due à Abel et à Jacobi soit résultée du concours de plusieurs idées qui se prêtent un appui mutuel, il me semble cependant que deux de ces idées méritent qu'on leur attribue la plus grande importance, parce qu'elles pénètrent intimement toutes les parties de la nouvelle théorie. Tandis que ceux qui avaient travaillé avant eux sur ce sujet, considéraient l'intégrale elliptique de première espèce comme une fonction de sa limite, Abel et Jacobi reconnurent, chacun de leur côté, sans s'être entendus (bien que le premier eût précédé l'autre de quelques mois), la nécessité de renverser la question, et de considérer la limite et deux autres quantités liées inséparablement avec elle de même que le sinus l'est avec le cosinus, comme des fonctions de l'intégrale; c'est ainsi qu'on était arrivé plus anciennement à la connaissance des plus importantes propriétés des transcendantes qui dépendent du cercle, en considérant le sinus et le cosinus comme des fonctions de l'arc, et non celui-ci comme une fonction de ceux-là.

Une seconde idée, commune à Abel et à Jacobi, celle d'introduire les imaginaires dans cette théorie, eut une influence encore plus décisive; et Jacobi a, depuis, souvent répété que l'introduction des imaginaires seule avait donné le mot de toutes les énigmes que présentait l'ancienne théorie. Si l'expérience n'avait pas appris depuis si longtemps que ce qui est le plus près de nous est presque toujours ce que nous apercevons en dernier lieu, on devrait trouver singulier que cette idée ait échappé à Euler, qui en traitant, dans une de ses premières et de ses plus belles productions, les fonctions circulaires comme des exponentielles imaginaires, en a étendu et simplifié à un tel point la théorie, qu'il en est résulté une transformation complète de presque tout le domaine de l'analyse.

En introduisant les imaginaires dans les fonctions dont nous venons de parler, qui sont les inverses de l'intégrale elliptique de première espèce, et auxquelles notre terminologie actuelle réserve exclusivement le nom de *fonctions elliptiques*, Abel et Jacobi reconnurent que ces fonctions participent à la fois de la nature des fonctions circulaires et de celle des exponentielles : ces deux dernières classes de fonctions sont périodiques, les unes seulement pour des valeurs réelles, les autres seulement pour des valeurs imaginaires de l'argument; les fonctions elliptiques réunissent en elles les deux sortes de périodicité.

Placés, par ces deux idées fondamentales, sur un terrain nouveau, Abel et Jacobi dirigèrent leurs recherches vers deux régions différentes de la théorie. L'activité d'Abel se tourna vers les problèmes qui concernent la multiplication et la division des intégrales elliptiques, et pénétrant profondément, à l'aide du principe de la double périodicité, dans la nature des racines de l'équation dont la division dépend, il parvint à cette découverte, tout à fait inattendue, que la division générale de l'intégrale elliptique avec une limite quelconque peut toujours s'effectuer algébriquement, c'est-à-dire par de simples extractions de racines, dès que l'on considère comme un problème résolu le problème de la division dans le cas particulier de l'intégrale complète. Ce dernier problème ne semble pouvoir être résolu que pour des modules particuliers, parmi lesquels le plus simple est celui qui correspond à la lemniscate. En poursuivant dans ce cas la solution du problème, Abel fit voir que la division de la lemniscate entière est tout à fait analogue à celle du cercle, et peut s'effectuer par une construction géométrique dans les mêmes cas pour lesquels, d'après la belle théorie donnée par Gauss vingt-cinq ans auparavant, une telle division est possible pour le cercle.

A ce dernier travail d'Abel se rattache une particularité historique remarquable. Dans l'introduction à la dernière section des *Disquisitiones arithmeticæ*, qui est consacrée à la division du cercle, Gauss avait remarqué en passant que le principe sur lequel repose cette division est aussi applicable à la division de la lemniscate; et en effet, le principe de Gauss, en vertu duquel les racines de l'équation à résoudre doivent être disposées en cercle de façon que chacune d'elles se déduise de la précédente d'après une même loi, sert réellement de fondement au Mémoire d'Abel sur la division de la lemniscate. Mais tandis que dans la division du cercle les propriétés anciennement connues des fonctions trigonométriques suffisaient pour disposer les racines conformément au principe de Gauss, il fallait dans le cas de la lemniscate, pour effectuer une disposition semblable, avoir sur la nature des racines des notions que le principe de la double périodicité pouvait seul fournir. Cette indication des *Disquisitiones* constitue, depuis la publication du Mémoire d'Abel, un témoignage irrécusable de ce fait que Gauss, devançant de loin son temps, avait, dès le commencement de ce siècle, reconnu le principe de la double périodicité. Mais ce témoignage n'étant devenu intelligible que par le travail même d'Abel, ne diminue en rien ses droits ni ceux de Jacobi à cette découverte.

Outre les résultats dont nous venons de parler concernant la division, les recherches d'Abel aboutirent encore à une autre découverte non moins importante. En supposant le multiplicateur infini dans les formules qui expriment les fonctions elliptiques d'un multiple de l'argument au moyen de celles de l'argument simple, il obtint des expressions remarquables des fonctions elliptiques sous forme de séries infinies, et aussi sous forme de quotients de produits infinis : découverte plus importante encore peut-être pour l'analyse que la démonstration donnée par Abel de la résolubilité des équations relatives à la division.

En même temps qu'Abel poursuivait ses belles recherches, Jacobi de son côté n'était pas moins heureux sur un autre point de cette théorie. La substitution dont nous avons parlé plus haut, au moyen de laquelle une intégrale elliptique se change en une autre intégrale de même forme, était jusqu'alors la seule de son espèce. Legendre, il est vrai, peu de temps avant que Jacobi ne s'adonnât à cette étude, avait découvert une seconde transformation des intégrales elliptiques; mais cette seconde transformation, après laquelle, suivant lui, il n'y avait plus à revenir sur cet objet, n'était pas encore connue en Allemagne, et il fallait une singulière pénétration d'esprit pour conclure de la vue d'un seul anneau à l'existence d'une chaîne infinie, et une audace non moins grande pour se proposer comme un problème à résoudre l'étude de la nature de cette chaîne.

Par une heureuse induction, à laquelle avait essentiellement contribué cette belle idée, tout à fait neuve, de considérer la transformation et la multiplication d'un point de vue commun, et la dernière comme un cas particulier de la première, Jacobi fut conduit à cette conjecture, que des fonctions rationnelles d'un degré quelconque devaient être propres à transformer une intégrale elliptique dans une autre intégrale de même forme. La conjecture se trouva confirmée dès qu'il fut reconnu que le nombre des coefficients arbitraires dont on peut disposer pour chaque degré suffit pour satisfaire à toutes les conditions qui doivent être remplies pour que l'intégrale transformée conserve la même forme que la proposée. Mais si cette considération simple levait à peu près tous les doutes sur la possibilité de la chose, il restait encore un grand pas à faire pour connaître intimement le caractère analytique des expressions fractionnaires propres à la transformation. De quelle espèce étaient les difficultés à vaincre dans cette recherche, et par quelles considérations ingénieuses Jacobi s'en rendit-il maître, c'est ce que je ne puis exposer ici, non plus qu'il ne m'est permis d'énumérer toutes les conséquences importantes qui découlèrent de la complète résolution du problème. Je citerai seulement un résultat remarquable de ces recherches : c'est que la multiplication peut toujours s'effectuer par la combinaison de deux transformations.

Abel et Jacobi perfectionnaient ainsi la théorie en même temps dans deux directions différentes, et il semblait que le destin voulût partager également entre les deux jeunes émules l'honneur du progrès qui était à accomplir; car la manière dont l'un complétait la découverte que l'autre venait de faire ne permettait pas de douter que chacun d'eux, s'il n'eût été précédé par l'autre dans une partie du travail, ne l'eût à lui seul exécuté dans toute son étendue.

Jacobi dans ses recherches était parti de la supposition que, dans la transformation, la variable primitive est exprimée rationnellement au moyen de la nouvelle variable. Abel traita le problème en partant de l'hypothèse plus générale, qu'il existe entre les deux variables une équation algébrique quelconque, et il arriva à ce résultat, que le problème ainsi généralisé peut toujours être ramené au cas que Jacobi avait si complétement traité.

Avec non moins de succès, Jacobi entra dans la théorie de la division générale donnée par Abel. La manière dont Abel avait résolu le problème montrait bien que les racines peuvent toujours être exprimées algébriquement; mais elle exigeait pour le calcul effectif des racines qu'on formât certaines fonctions symétriques de ces racines, ce qui ne pouvait s'effectuer que dans chaque cas particulier. D'un nouveau principe sur lequel nous entrerons bientôt dans quelques détails, Jacobi déduisit les expressions définitives des racines pour un degré quelconque, formées actuellement au moyen des données du problème, et ayant en outre sur les expressions d'Abel l'avantage d'être plus simples. Jacobi, lorsqu'il fit connaître dans une courte Note le résultat de ce travail, espérait exciter l'étonnement d'Abel par ce perfectionnement apporté à la solution du problème de la division ; mais cette espérance fut déçue. Abel venait de mourir à l'âge de vingt-sept ans à peine, moins de deux ans après la publication de ses premiers travaux sur les fonctions elliptiques. La mort avait mis un terme prématuré à la brillante carrière de ce vaste et profond génie.

Les recherches ultérieures de Jacobi sur les transcendantes elliptiques découlent, comme celles dont nous venons de parler en dernier lieu, d'une idée qui, par les conséquences qu'elle a eues pour la science, mérite peut-être la première place parmi les conceptions de son auteur. Ce fut l'idée d'introduire comme de nouvelles transcendantes dans l'analyse les produits infinis eux-mêmes, dont les quotients avaient servi à Abel pour exprimer les fonctions elliptiques. Ayant réussi à développer en séries ces produits qui sont tous de même nature, et doivent être considérés comme des cas particuliers d'une seule et même transcendante, il reconnut une fonction que des mathématiciens français avaient déjà rencontrée dans des recherches de physique mathématique, mais à laquelle ils avaient fait peu d'attention, et dont ils n'avaient remarqué qu'une seule propriété. Jacobi la soumit à un examen approfondi; il détermina son caractère analytique et l'introduisit ensuite dans la théorie des intégrales de seconde et de troisième espèce; ce qui eut pour résultat d'abord de montrer des relations intimes entre des propriétés déjà connues, mais restées jusque-là isolées, de ces intégrales; ce qui conduisit encore à cette découverte importante, que les intégrales de troisième espèce qui dépendent de trois éléments, peuvent s'exprimer au moyen de la nouvelle transcendante qui n'en renferme que deux.

Dans l'exposition de la théorie entière, telle que Jacobi la donnait plus tard dans ses leçons publiques, la considération de cette fonction sert de point de départ. Non-seulement la doctrine acquiert par là un degré surprenant de simplicité et d'évidence, mais cette marche, inverse de l'ancienne, est remarquable aussi en ce qu'elle est devenue un modèle pour d'autres recherches dont nous parlerons plus tard.

Si l'on considère que la nouvelle fonction domine maintenant toute la théorie des transcendantes elliptiques, que Jacobi a déduit de ses propriétés des théorèmes importants d'arithmétique transcendante, et qu'elle joue un rôle essentiel dans beaucoup d'applications, parmi lesquelles je ne puis citer ici que la théorie du mouvement de rotation donnée au moyen de cette transcendante, théorie qui est un des derniers et des plus beaux travaux de Jacobi, on verra que cette fonction doit prendre place immédiatement après les transcendantes élémentaires les plus anciennement admises dans la science. On voit avec quelque surprise qu'une fonction aussi importante n'ait pas encore d'autre nom que celui de la transcendante Θ, d'après la notation fortuite dont se servit Jacobi en en faisant usage pour la première fois; et les mathématiciens ne feraient que remplir un devoir de reconnaissance en s'accordant à lui donner le nom de Jacobi pour honorer la mémoire d'un homme dont un des plus beaux titres est d'avoir reconnu le premier la nature et la haute importance de cette transcendante.

Les travaux d'Abel que nous avons cités ne sont pas les seuls travaux de premier ordre que nous devions à ce géomètre éminent; ce ne sont même pas ceux qui ont la plus haute portée. Sa plus grande découverte est un théorème qui porte son nom, et où brille tout l'éclat de ce génie extraordinaire, dont le caractère distinctif était d'embrasser les questions scientifiques dans leur plus grande généralité.

Le théorème d'Euler déjà mentionné (je parle ici de ce théorème considéré comme principe et non des conséquences qu'on en avait tirées, et qui chaque jour s'étendaient plus loin) formait alors, dans la branche à laquelle il appartient, la limite de la science qu'Euler lui-même, Lagrange et les autres devanciers d'Abel s'étaient en vain efforcés de dépasser. Quel étonnement ne devait donc pas exciter une découverte qui, embrassant les intégrales de toutes les fonctions algébriques, en révélait la propriété fondamentale !

Legendre appelle le théorème d'Abel un *monumentum ære perennius*, et Jacobi considère cette proposition « qui, sous une forme » simple et sans appareil de calcul, énonce une des idées mathéma- » tiques les plus profondes et les plus étendues, comme la plus grande » découverte mathématique de notre temps, bien qu'il reste encore à » faire, pour en comprendre toute la portée, un grand travail qui se » fera peut-être longtemps attendre. »

Ce travail est déjà commencé, et c'est Jacobi lui-même qui y a le plus essentiellement contribué.

Les essais que l'on fut porté naturellement à tenter pour introduire dans l'analyse les fonctions inverses des intégrales abéliennes, comme on l'avait fait avec tant de succès pour les intégrales elliptiques, furent bientôt reconnues impraticables, et conduisaient à une inexplicable contradiction; car Jacobi aperçut de suite que ces fonctions inverses devaient avoir quatre périodes ou plus, tandis qu'une fonction analytique, assujettie à n'avoir qu'une valeur unique comme les fonctions elliptiques ou circulaires, et à être continue lorsqu'elle n'est pas infinie, ne peut admettre que deux périodes. Il fallait donc ici tirer du mystère une nouvelle idée, si l'on voulait que le théorème d'Abel ne restât pas stérile, et devînt la base d'une grande théorie analytique.

Jacobi, après avoir, pendant plusieurs années, examiné ce problème sous toutes les faces, finit par en trouver le mot : c'est qu'il fallait ici considérer à la fois quatre intégrales ou plus, et en former par inversion deux fonctions ou plus d'un pareil nombre d'arguments. Il fit connaître le résultat de cette divination dans un Mémoire de dix pages qu'il fit suivre deux ans après d'un autre plus étendu, où la nature de ces fonctions inverses est exposée avec la plus grande clarté.

Bien que le moyen trouvé plus tard pour la formation effective de ces fonctions n'appartienne pas à Jacobi, mais à deux jeunes mathématiciens d'un talent hors ligne, je dois cependant mentionner ici cet important progrès où l'on ne peut méconnaître la part due à l'influence de Jacobi. Gœpel et Rosenhain, prenant tous deux modèle sur la seconde méthode de Jacobi pour traiter la théorie des fonctions elliptiques, ont fondé leurs beaux travaux sur la considération de séries infinies dont la loi de formation est plus générale, mais de même nature que celle de la série qui exprime la fonction de Jacobi.

Quoique, dans l'exposition que je viens de faire des découvertes de Jacobi sur les transcendantes elliptiques et abéliennes, je me sois borné au plus essentiel, cette exposition a pourtant pris un développement qui me force à ne donner qu'une revue sommaire des productions de Jacobi dont il me reste à parler, en excluant nécessairement de cette liste beaucoup de travaux qui ne portent que sur des questions isolées, et n'ont fait que perfectionner certains détails de la science.

J'ai déjà parlé plus haut des recherches de Jacobi sur la division du cercle et sur ses applications à l'arithmétique transcendante, comme étant un de ses premiers travaux. Dans ces recherches, où il prit pour base la forme que la solution des équations binômes, donnée pour la première fois par Gauss, avait reçue ensuite de Lagrange, il se rencontra dans quelques résultats avec le grand mathématicien Cauchy, qui s'occupait à la même époque de recherches analogues, et qui fit remarquer cette circonstance lorsqu'il publia ses travaux par extraits pendant le premier séjour de Jacobi à Paris.

D'un beau théorème déduit de la division du cercle, théorème auquel Cauchy était parvenu de son côté, et en vertu duquel tous les nombres premiers qui, dans la division par un nombre premier donné ou par le quadruple de ce nombre, donnent l'unité pour reste, peuvent, si on les élève à une puissance déterminée dont l'exposant ne dépend que du second nombre premier, être représentés par la forme quadratique principale qui a pour déterminant le nombre premier donné pris négativement, Jacobi tira cette induction, que cet exposant doit coïncider avec le nombre des formes quadratiques différentes qui correspondent au déterminant en question. Comme cette induction se vérifiait pour tous les exemples numériques, il n'hésita pas à faire connaître cette remarque dans une courte Note. Je crois devoir rappeler ici, d'après une communication verbale de Jacobi, l'origine, jusqu'alors inconnue, de ce résultat, comme un exemple remarquable de sa pénétration d'esprit, quoique la démonstration rigoureuse de cette proposition ne semble pas pouvoir être fondée sur la division du cercle, et paraisse exiger des principes essentiellement différents, empruntés au calcul intégral et à la théorie des suites, et qui n'ont été que plus tard introduits dans la science.

Le second Mémoire de Gauss publié en 1832 sur les résidus biquadratiques (Mémoire qui fait époque par l'idée profonde que l'auteur eut de considérer dans l'arithmétique transcendante les nombres complexes sur le même pied que les nombres réels, et par la loi de réciprocité qui s'y trouve énoncée, et qui a lieu dans la théorie des résidus biquadratiques entre deux nombres premiers complexes), donna occasion à Jacobi de reprendre ses premières recherches, et il parvint à déduire très-simplement de la division du cercle cette belle proposition de Gauss, et une autre proposition analogue relative aux résidus cubiques.

Quoique les recherches que je viens de mentionner, et d'autres qui en dépendent et que je ne puis même indiquer, aient été complétement rédigées par Jacobi dans les années de 1836 à 1839, il ne s'est pourtant jamais décidé à les livrer à l'impression. Il en fut toujours détourné par le désir qu'il avait de donner à quelques-uns des résultats qu'il avait obtenus une plus grande généralité, et la multitude des autres travaux qu'il avait entrepris l'a toujours empêché de trouver le loisir nécessaire pour achever son œuvre. Une partie de ses recherches (entre autres la démonstration citée plus haut des lois de réciprocité), est parvenue à la connaissance de quelques mathématiciens allemands par des cahiers rédigés d'après les leçons qu'il a professées à Kœnigsberg dans l'hiver de 1836 à 1837, sur la division du cercle et ses applications à la théorie des nombres.

Jacobi a découvert une autre source très-féconde en résultats pour l'arithmétique transcendante dans la théorie des fonctions elliptiques, d'où il a déduit de beaux théorèmes sur le nombre des décompositions d'un nombre en deux, en quatre, en six ou en huit carrés, ainsi que d'autres propositions sur les nombres qui sont compris dans plusieurs formes quadratiques à la fois. Ces richesses importantes ajoutées à la science sont une conséquence de l'introduction déjà citée de la fonction de Jacobi dans la théorie des fonctions elliptiques.

Jacobi s'est occupé à plusieurs reprises de la réduction et du calcul des intégrales doubles et multiples. Je mentionnerai ici en particulier la méthode simple par laquelle il ramène la détermination de l'aire d'un ellipsoïde à trois axes inégaux aux intégrales elliptiques de première et de seconde espèce. Legendre n'était arrivé à ce résultat, qui est une de ses belles découvertes, qu'à l'aide de propriétés très-compliquées des intégrales de troisième espèce. Dans un autre Mémoire sur le même sujet, Jacobi a étendu aux intégrales doubles le théorème d'Euler pour l'addition des fonctions elliptiques, et il a remarqué bientôt après que le théorème d'Abel est susceptible d'une pareille extension.

Une partie seulement des travaux de Jacobi sur ce chapitre du calcul intégral a été publiée. Un grand Mémoire ayant pour objet l'attraction des ellipsoïdes, quoique à peu près terminé depuis longtemps, est encore resté inédit et n'est connu que par quelques Notes détachées. En travaillant à ce problème, il parvint de son côté à la belle proposition découverte vers la même époque par Poisson, et d'après laquelle l'attraction exercée sur un point extérieur par une couche infiniment mince comprise entre deux surfaces ellipsoïdales semblables et semblablement placées, peut s'exprimer sans le signe d'intégration. Jacobi n'a jamais parlé publiquement de cette circonstance, quoiqu'il eût pu invoquer l'appui du témoignage de plusieurs géomètres à qui il avait communiqué cette proposition avant que le Mémoire de Poisson eût paru.

Aux recherches dont je viens de parler se rattache un autre travail de Jacobi, qui, à cause de son résultat surprenant, ne peut être ici passé sous silence. Maclaurin a, comme on sait, fait voir le premier qu'une masse fluide homogène peut conserver sa forme extérieure en tournant uniformément autour d'un axe fixe, lorsque cette forme est celle d'un ellipsoïde de révolution; et ce beau résultat a été complété ensuite par d'Alembert et Laplace, qui ont montré qu'à chaque valeur de la vitesse angulaire, pourvu qu'elle ne dépasse pas une certaine limite, correspondent deux formes ellipsoïdales d'équilibre, et deux formes seulement. Lagrange paraît avoir songé le premier à la possibilité de satisfaire aussi aux conditions d'équilibre par un ellipsoïde à trois axes inégaux; du moins ce grand géomètre, en traitant cette question dans la *Mécanique analytique*, part de formules qui peuvent servir pour un ellipsoïde quelconque. Mais après être arrivé ainsi à deux équations de condition où les deux axes équatoriaux entrent d'une manière symétrique, il tire de cette symétrie la conclusion que ces deux axes *doivent* être égaux, tandis qu'il résulte seulement de là que ces axes *peuvent* être égaux, auquel cas les deux équations se réduisent à une seule qui coïncide avec l'équation établie pour la première fois par Maclaurin et discutée par d'Alembert et Laplace.

L'auteur d'un Traité connu, qui a suivi Lagrange dans l'exposition de cette question, ayant accompagné la conclusion trop précipitée dont nous venons de parler du mot *nécessairement*, éveilla les premiers soupçons de Jacobi, qui, en examinant de plus près ces deux équations, trouva bientôt à sa grande surprise, et sans aucun doute à l'étonnement de tous les mathématiciens, qu'un ellipsoïde à axes inégaux peut aussi satisfaire aux conditions d'équilibre.

Jacobi ayant trouvé l'occasion, dans ses recherches sur l'attraction des ellipsoïdes, de s'occuper des surfaces du second degré, on doit à cette circonstance la connaissance de beaucoup de propriétés intéressantes et d'un mode très-élégant de génération de ces surfaces. Les bornes qui me sont imposées m'obligent à m'en tenir à cette indication, et à me contenter de citer les titres des autres travaux de Jacobi consacrés à la géométrie. Je ne ferai donc que mentionner son Mémoire sur un problème de géométrie élémentaire, qui avant lui n'avait été traité que dans des cas particuliers, et dont il déduit la solution complète de la théorie des transcendantes elliptiques; ses recherches sur le nombre des tangentes doubles des courbes algébriques, et quelques

Notes plus courtes où il démontre, avec une grande simplicité et d'une manière purement synthétique, des propositions sur la courbure des surfaces et sur les lignes géodésiques.

Parmi les recherches les plus importantes de Jacobi, il faut ranger celles qu'il a faites sur la mécanique analytique. Hamilton avait fait cette découverte très-intéressante, que l'intégration des équations différentielles de la mécanique peut toujours se ramener à la résolution de deux équations simultanées aux différentielles partielles; mais cette découverte, quelque remarquable qu'elle dût paraître, était restée tout à fait stérile jusqu'au jour où Jacobi la dégagea d'une complication inutile, en faisant voir que la solution à trouver n'est obligée de satisfaire qu'à une seule des deux équations aux différentielles partielles. En traitant (pour ne citer qu'une de ses nombreuses applications), au moyen de la théorie ainsi simplifiée, le problème non encore résolu de la ligne géodésique sur un ellipsoïde à axes inégaux, il parvint, à l'aide d'un instrument analytique qui s'était déjà montré très-utile entre ses mains et qui est maintenant généralement connu sous le nom de *coordonnées elliptiques*, à intégrer l'équation aux différentielles partielles, et à représenter ainsi l'équation de la ligne géodésique sous la forme d'une relation entre deux intégrales abéliennes. Cette découverte de Jacobi est devenue le fondement d'un des plus beaux chapitres de la géométrie transcendante, à l'achèvement duquel les mathématiciens allemands, français et anglais ont à l'envi travaillé.

Par la dépendance dont nous venons de parler entre un système d'équations différentielles ordinaires et *une seule* équation aux différentielles partielles, Jacobi, considérant les choses dans l'ordre inverse, fut ramené à la théorie des équations aux différentielles partielles, dont il s'était déjà occupé dans un de ses premiers Mémoires *sur la méthode de Pfaff*, et il arriva cette fois à ce résultat, que, de toute la série de systèmes d'équations dont Pfaff exige l'intégration successive, la considération du premier rend tous les autres superflus, et qu'ainsi, du premier pas, l'ancienne méthode conduit complétement au but.

Le même caractère se retrouve dans le perfectionnement dont le calcul des variations est redevable à Jacobi. Pour l'existence d'un *maximum* ou d'un *minimum*, l'évanouissement de la première variation est *nécessaire*, mais cette condition n'est pas *suffisante*, et ce n'est que par l'état de la seconde variation que l'on peut décider s'il y a un *maximum* ou un *minimum,* ou s'il n'y a ni l'un ni l'autre. Selon la théorie connue avant les recherches de Jacobi, après les intégrations nécessaires pour obtenir l'évanouissement de la première variation, il fallait encore effectuer de nouvelles intégrations pour discuter la seconde variation. Jacobi a fait voir que les premières intégrations renferment les secondes, de sorte que, ici encore, la solution complète du problème est connue dès que le premier pas est fait.

Si c'est la tendance de plus en plus prononcée de l'analyse moderne de mettre des idées à la place du calcul, il y a cependant certaines branches des mathématiques où le calcul conserve ses droits. Jacobi, qui a si puissamment favorisé la tendance que je rappelle, a fait aussi dans ces branches, par son habileté de calculateur, de véritables prodiges. C'est à cette spécialité qu'appartiennent ses Mémoires sur la transformation des fonctions homogènes du second degré; sur l'élimination; sur les valeurs simultanées qui satisfont à un certain nombre d'équations algébriques; sur le retour des suites, et sur la théorie des déterminants. Dans ce dernier chapitre de la science, il a enrichi l'analyse de la théorie des expressions désignées par lui sous le nom de *déterminants fonctionnels*. En poursuivant très-loin l'analogie de ces expressions avec les quotients différentiels, il est parvenu à un principe général qu'il a nommé le principe du dernier multiplicateur, et qui, pour presque tous les problèmes d'intégration d'équations différentielles que l'on rencontre dans les applications, donne le moyen d'effectuer la dernière intégration en faisant connaître *à priori* le facteur nécessaire pour cette intégration.

Je ne donnerais qu'une idée incomplète de l'influence exercée par Jacobi sur les progrès de la science, si je ne parlais de l'activité qu'il a déployée dans l'enseignement public. Il n'était pas dans ses habitudes de prendre des sujets connus et déjà exposés pour les exposer de nouveau. Ses cours traitaient des questions tout à fait en dehors des matières des traités classiques, et embrassaient exclusivement les parties de la science où il avait exercé lui-même ses facultés créatrices; et c'est assez dire quelle abondante variété de richesses ils offraient. Son exposition ne se distinguait pas par cette lucidité banale, qui souvent aussi est la part des intelligences vulgaires, mais par une clarté d'un ordre plus élevé. Il cherchait avant tout à expliquer les idées mères qui servent de base à chaque théorie; et comme il écartait tout ce qui offrait l'apparence d'un artifice, la solution du problème se développait si naturellement devant ses auditeurs, que ceux-ci pouvaient concevoir l'espérance d'en faire un jour autant. Par la manière dont il savait traiter les sujets les plus difficiles, il avait le droit d'encourager ses auditeurs en leur donnant l'assurance qu'en suivant ses leçons, ils n'auraient à s'approprier que des idées toutes simples.

Les résultats d'un mode d'enseignement si inaccoutumé, tel qu'un esprit créateur peut seul l'employer, ont été vraiment extraordinaires. Si maintenant en Allemagne la connaissance des méthodes d'analyse est répandue à un point dont les temps antérieurs n'offrent aucun exemple, si tant de jeunes mathématiciens étendent et enrichissent toutes les parties de la science, c'est grâce à Jacobi surtout que nous jouissons d'un si beau spectacle. Presque tous ont été ses élèves; rarement le germe d'un talent a échappé à sa vigilante attention; jamais le talent, une fois reconnu, n'a manqué auprès de lui de conseils et d'encouragements.

Je me suis efforcé de faire connaître Jacobi comme inventeur, et d'apprécier son influence comme professeur. S'il faut à présent me risquer à le dépeindre tel qu'il apparaissait, en dehors de la sphère scientifique, à ceux qui sont étrangers aux sciences mathématiques, je dirai d'abord, et c'est là le trait dominant de son caractère, qu'il vivait tout entier dans le monde des idées, et que la méditation, à laquelle la plupart même des hommes éminents ne peuvent s'élever qu'en faisant un effort sur eux-mêmes, était devenue pour lui un état habituel, et comme une seconde nature. Si quelque objet, dans les choses de la vie comme dans celles de la science, avait une fois éveillé son attention, il n'avait point de repos qu'il ne s'en fût, à force de travail, approprié l'idée; et à cette infatigable activité d'esprit, il joignait une mémoire si rare que, dès qu'il s'était une fois occupé d'un objet, il en avait toujours le souvenir à sa disposition aussi bien que si l'objet eût été sous ses yeux.

La mine inépuisable de science acquise et d'idées neuves que Jacobi avait incessamment à son service, une rare souplesse d'esprit qui lui permettait de se mettre à la portée de tous les âges et de toutes les intelligences, l'originalité spirituelle de sa parole juste et profonde, donnaient à la conversation du célèbre mathématicien un grand prix dans la société, prix encore rehaussé par l'empressement avec lequel il abordait sans préparation les questions scientifiques. Cet empressement provenait de l'essence même de son caractère, dont la satisfaction naturelle consistait à vaincre les difficultés, et il trouvait en conséquence un plaisir tout particulier à rendre, par des considérations simples, les faits scientifiques intelligibles à ceux même qui semblaient manquer pour cela des connaissances nécessaires. Seulement, pour tenter une pareille entreprise, il lui fallait la conviction que ceux avec qui il s'entretenait, prenaient à la question un intérêt réel. Mais croyait-il, au contraire, remarquer une insouciante curiosité, ou entendait-il avancer avec suffisance des opinions tranchantes par des personnes qui ne s'étaient jamais assujetties au rude travail de la méditation, alors la patience l'abandonnait, et il mettait fin ordinairement à l'entretien par quelque remarque d'une ironie souvent mordante. On lui a souvent reproché d'avoir trop fait sentir, dans de telles occasions, la conscience qu'il avait de sa supériorité intellectuelle. Mais ceux qui l'ont ainsi critiqué auraient peut-être changé d'opinion s'ils avaient su à quel prix il avait acquis le droit de s'estimer si haut. Une lettre écrite en 1824, dans un temps où Jacobi, encore complétement inconnu, ne pouvait avoir aucun intérêt à peindre ses luttes intellectuelles sous des couleurs chargées, contient le passage suivant, que je transcris ici mot pour mot, parce qu'il jette une vive lumière sur le caractère de cet homme extraordinaire. Jacobi avait alors vingt ans à peine, et depuis une année environ il s'était voué exclusivement aux études mathématiques :

« Il est bien rude le travail que j'ai déjà accompli, et bien rude celui » que j'entreprends d'accomplir encore. Ce n'est ni le labeur, ni la mé» moire qui me conduiront au but : ils ne sont que d'humbles esclaves » au service de l'idée pure qui se dirige elle-même. Mais la méditation opi» niâtre, celle qui brise le front, exige plus de puissance que le labeur » le plus soutenu. Si grâce à un exercice continuel de cette méditation » j'y ai acquis quelque force, qu'on ne croie pas qu'elle me soit devenue » facile par quelque heureux don de la nature. C'est un rude, bien » rude travail qu'il me faut soutenir, et le tourment d'esprit que me » causent ces efforts a souvent ébranlé gravement ma santé. Mais la » conscience de la force acquise me donne de mon travail la plus

» belle récompense, et m'encourage de nouveau à le poursuivre sans
» relâche. Des hommes sans idées, pour qui ce travail et par suite cette
» conscience qu'on a de sa force sont choses tout à fait inconnues, cher-
» chent à détruire cette consolation, qui seule pourtant peut empêcher
» l'esprit de se laisser défaillir dans cette pénible carrière, en rendant
» odieuse, sous les noms de présomption et d'orgueil, la conscience
» que l'on a d'être indépendant et libre; car c'est par le mouvement
» seul de la pensée que l'homme est libre et s'appartient. Quiconque
» porte en soi l'idée d'une science, ne peut manquer d'apprécier les
» choses d'après la manière dont l'intelligence humaine s'y révèle :
» de ce point de vue élevé, bien des choses devront lui paraître fu-
» tiles, qui peuvent sembler aux autres d'un assez grand prix. On m'a
» souvent accusé d'orgueil, et l'on a fait mon plus bel éloge, tout en
» voulant m'infliger un blâme, lorsqu'on m'a reproché d'être fier de-
» vant tout ce qui est au-dessous de moi, et humble seulement devant
» ce qui est au-dessus. Mais l'immense disproportion que l'on découvre,
» en les mesurant, entre le monde extérieur et le monde qu'on sent
» en soi, empêche toute estime exagérée de soi-même, lorsqu'on a de-
» vant les yeux la carrière sans terme et sa propre force bornée. Cette
» fierté et cette humilité, je veux toujours m'attacher à les conserver;
» je veux même devenir toujours de plus en plus fier et de plus en
» plus humble. »

Ce n'était pas pour faire une phrase que Jacobi disait en parlant de lui-même, qu'il estimait les choses d'après la manière dont l'intelligence humaine s'y révèle, et que tout ce qui ne touche pas au monde des idées, il le considérait, sinon avec indifférence, du moins avec calme; et il en a fourni la preuve dans les circonstances les plus difficiles de sa vie. Il donna l'exemple le plus étonnant de ce calme vraiment philosophique, lorsqu'il eut le malheur de perdre tout entière la fortune que son père lui avait laissée en héritage; et cette perte aurait dû lui être d'autant plus sensible que, marié depuis dix ans, il avait à soutenir une nombreuse famille. Ceux qui l'ont vu alors, quand il accourut auprès de sa mère, frappée par un malheur semblable, pour lui apporter ses consolations et ses secours, n'ont pu remarquer dans son humeur le plus léger changement. Il parlait toujours avec le même intérêt des sujets scientifiques, et se plaignait seulement que ce voyage inattendu l'eût interrompu dans une recherche à laquelle il se livrait alors avec ardeur.

J'ai déjà dit comment le culte de Jacobi pour les idées se montra dans la justice qu'il rendit à la grande découverte d'Abel. Il accueillait avec les mêmes sentiments tout ce qui avait une importance scientifique, et l'on ne peut pas lui appliquer cette sentence d'un ancien auteur, que les hommes n'admirent véritablement que les choses qu'ils croient pouvoir eux-mêmes accomplir. Jacobi se plaisait à reconnaître le mérite intellectuel dans toutes les branches, et il recevait avec d'autant plus de joie une découverte faite par autrui dans sa science d'adoption, que cette découverte, par son cachet original, se distinguait plus de ses propres créations. Son mouvement naturel, en pareil cas, était, pour exprimer plus fortement son approbation, d'ajouter cet aveu, qu'il n'aurait jamais eu cette idée-là.

Il ne me reste plus qu'à compléter en peu de mots ce que j'ai déjà dit plus haut sur les circonstances extérieures de la vie de Jacobi.

Lorsque ses recherches sur les fonctions elliptiques commencèrent à être connues, il était encore professeur privé. L'étonnement que ses découvertes excitèrent chez tous les juges compétents dans cette matière, le fit nommer immédiatement professeur extraordinaire, et bientôt après professeur ordinaire.

En parlant de l'accueil que les découvertes d'Abel et de Jacobi (car ces deux noms sont ici inséparables) trouvèrent chez tous les géomètres, je ne puis oublier l'homme qui, par ses longs travaux, semblait le plus capable d'apprécier toute l'importance de ce progrès inattendu. Legendre, qui s'était plaint si souvent de l'indifférence de ses contemporains, et qui, peu de temps encore avant cette époque, avait exprimé le regret que sa science favorite, négligée par tous les autres géomètres, eût été amenée par lui seul, après quarante ans de travaux, à ce qu'il croyait être la perfection ; Legendre salua les découvertes par lesquelles Abel et Jacobi étendaient la théorie bien au delà des limites qui lui semblaient fixées par la nature du sujet, avec une telle chaleur, avec un tel enthousiasme, qu'il est difficile de dire à qui un tel accueil a fait le plus d'honneur, des jeunes mathématiciens qui le recevaient à l'entrée de leur carrière, ou du noble vétéran de la science qui, presque au terme de la sienne, se montrait capable de tels sentiments.

Bientôt après, par une distinction non moins honorable, l'Académie de Paris, quoiqu'elle n'eût point ouvert de concours sur la théorie des fonctions elliptiques, décerna aux travaux d'Abel et de Jacobi, comme à la plus importante découverte du temps, un de ses grands prix pour les sciences mathématiques, qu'elle partagea entre Jacobi et les héritiers d'Abel.

Je dois me borner ici à rapporter les témoignages rendus au mérite de Jacobi à son entrée dans la carrière scientifique. Les limites qui me sont imposées ne me permettent pas d'énumérer les distinctions qui lui furent depuis départies en si grand nombre, et dont la liste trouverait naturellement place dans une biographie détaillée.

Peu de temps après avoir publié, en 1829, ses *Fundamenta nova theoriæ functionum ellipticarum*, qui ne renferment qu'une partie de ses recherches sur ce sujet, Jacobi fit son premier grand voyage à l'étranger. Il passa par Gœttingue pour faire la connaissance personnelle de Gauss, et se dirigea ensuite vers Paris, où il resta plusieurs mois. Outre Legendre, avec qui il était depuis longtemps en correspondance intime, et pour qui il a toujours conservé une grande vénération, il y trouva réunis Fourier, Poisson, et d'autres géomètres éminents qui lui ont survécu.

Ayant épousé, en 1831, une femme distinguée par les qualités de l'esprit, Jacobi n'entreprit son second voyage à l'étranger qu'en 1842, en compagnie de sa femme. La circonstance qui y donna lieu est trop honorable pour que je puisse la passer sous silence. L'homme d'État éclairé qui était alors à la tête de l'administration dans la province de Prusse, pensa qu'il était désirable, dans l'intérêt de la science, que Bessel et Jacobi se rendissent à l'invitation qui leur avait été souvent adressée, de prendre part à la réunion scientifique annuelle qui se tient en Angleterre, et il proposa au Roi de faire pour eux les frais du voyage. S. M. daigna accueillir cette demande avec une munificence royale.

Bientôt après son retour de ce voyage, Jacobi éprouva les symptômes d'une maladie malheureusement incurable. On eut longtemps à craindre pour sa vie, et lorsqu'enfin le danger fut pour le moment écarté, ses médecins déclarèrent que le rétablissement de sa santé exigeait un long séjour dans un climat méridional. Cet arrêt médical mit Jacobi dans un grand embarras; mais l'embarras ne dura pas longtemps. L'état des choses ne fut pas plutôt porté à la connaissance du Roi par notre confrère Alexandre de Humboldt, dont la puissante intercession ne fait jamais défaut lorsqu'il s'agit de l'honneur de la science et de l'intérêt de ses représentants, qu'un nouvel acte de la générosité royale assigna une somme considérable pour le voyage de Jacobi en Italie.

La douceur du climat de Rome, où Jacobi passa l'hiver, exerça sur sa santé une si heureuse influence, que ceux qui le voyaient là, bien loin de reconnaître en lui un convalescent, ne pouvaient s'empêcher d'admirer son activité vraiment prodigieuse. Pendant les cinq mois qu'il passa dans cette ville, non-seulement il écrivit un Mémoire important et volumineux destiné au Journal de Crelle, sans parler de plusieurs petites Notes qui parurent à Rome même dans un journal scientifique, mais encore il entreprit de collationner au Vatican les manuscrits de Diophante, auteur dont il s'était occupé assidûment depuis quelque temps déjà.

De retour dans sa patrie, il fut appelé de Kœnigsberg à Berlin, dont le climat un peu plus doux paraissait moins dangereux pour sa santé. Ici, sans appartenir à l'Université, il avait pour unique obligation de faire des leçons publiques autant que le lui permettraient les ménagements que son état réclamait d'une manière impérieuse. L'activité de sa plume pendant son séjour dans notre ville ne le cédait guère à celle des meilleurs temps de son séjour à Kœnigsberg, et les Mémoires qu'il a écrits dans le cours de six années environ remplissent deux forts volumes in-quarto.

Au commencement de l'année 1851, il fut atteint de la grippe. Un prompt rétablissement, qui lui permit de reprendre ses travaux avec une grande ardeur, rendit à ses amis l'espoir qu'il serait conservé longtemps encore à leur affection et à la science, lorsqu'il retomba subitement malade le 11 février. Son état inspira aussitôt les plus grandes inquiétudes, et lorsqu'on reconnut au bout de quelques jours qu'il était atteint de la petite vérole et que, dans un tempérament miné par son ancien mal, le mal nouveau avait pris un caractère pernicieux, alors tout espoir s'évanouit. Le 18 février, à 11 heures du soir, il expira tranquillement après huit jours de maladie.

La carrière scientifique de Jacobi embrasse juste un quart de siècle; elle a donc été beaucoup plus courte que celle de la plupart des géomètres de premier ordre qui l'ont précédé ; c'est à peine la moitié du temps pendant lequel s'est exercée l'activité d'Euler, avec qui Jacobi présente la plus grande ressemblance, tant par la variété et la fécondité de son génie, que par la singulière faculté d'esprit qui tenait sans cesse à sa disposition tous les procédés de la science.

La mort qui l'a surpris si jeune au milieu de ses travaux, en pleine possession de toutes ses forces, a ravi à la science les grandes richesses qu'elle était encore en droit d'attendre de son ardeur infatigable. Lorsque j'avance ceci, je ne pars pas seulement de la supposition que, dans un pareil génie, les forces créatrices ne puissent s'éteindre qu'avec les forces physiques. J'ai aussi sous les yeux une série de travaux presque achevés, auxquels il eût mis lui-même la dernière main en peu de temps, peut-être dans le cours même de l'impression, comme il le faisait volontiers sur la fin de sa vie, et qui devront maintenant paraître, par les soins de ses amis, sous forme de fragments incomplets. Pendant sa maladie, quatre jours à peine avant sa mort, il déplorait encore la fatalité qui avait pesé sur plusieurs de ses plus grands travaux, interrompus par la maladie ou par des malheurs domestiques. « Lorsque » je me remettais plus tard au travail, » ajoutait-il avec tristesse, « j'ai» mais mieux commencer quelque sujet nouveau que de reprendre » des recherches qui me rappelaient de si pénibles souvenirs. Mais » je m'aperçois que je ne dois pas tarder plus longtemps à publier » ces anciens travaux auxquels j'ai consacré le meilleur de mes forces, » si je veux qu'ils puissent avoir encore quelque influence sur les pro» grès de la science. Heureusement il ne me faudra pour cela que très» peu de temps, et ce peu, je l'espère bien, ne me manquera pas. »