

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BRETON (DE CHAMP)

**Observations sur le mémoire de M. Housel, intitulé
Les porismes d'Euclide**

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 2 (1857), p. 185-205.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1857_2_2__185_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

OBSERVATIONS

SUR

LE MÉMOIRE DE M. HOUSEL,

INTITULÉ

LES PORISMES D'EUCLIDE ;

PAR M. BRETON (DE CHAMP),

Ingénieur des Ponts et Chaussées.

Il a été publié, dans le précédent volume de ce Journal, un Mémoire ayant pour titre : *les Porismes d'Euclide*. L'auteur de ce Mémoire, M. Housel, qui a bien voulu m'en offrir un exemplaire, y traite de la question générale des Porismes, et énonce sur cette question diverses conclusions qui sont en contradiction avec les miennes. Je me propose d'examiner ici ce travail, de combattre dans l'intérêt de ce que je crois être la vérité, celles des opinions de M. Housel qui me semblent ne pouvoir être admises, comme aussi de reconnaître ce qui peut s'y trouver de juste, et de profiter de l'occasion pour rectifier aussi moi-même mon propre travail dans quelques-unes de ses parties; et si cet examen n'ajoute rien d'essentiel à ce que l'on sait aujourd'hui sur les Porismes, j'aurai peut-être réussi du moins à jeter un plus grand jour sur certains détails qui ne laissent pas d'avoir leur importance.

Avant de commencer cet examen, je dois relever une assertion de M. Housel qui me fait craindre de n'avoir pas été compris par lui. Je veux parler du passage où il dit, en citant mon Mémoire [*] dans des termes d'une extrême bienveillance (page 193) : « L'auteur semble hé-

[*] Il s'agit du Mémoire intitulé : *Recherches nouvelles sur les Porismes d'Euclide*, qui a été inséré dans ce Journal (1^{re} série, tome XX, pages 209-304). M. Housel n'en avertit pas le lecteur.

» siter à poser des conclusions. » Je me suis au contraire appliqué à être très-affirmatif et à ne laisser sans réponse aucune des nombreuses questions qui naissent de l'interprétation des textes de Pappus et de Proclus, et c'est dans ce dessein de ne rien omettre que j'ai donné à la discussion la forme de commentaire. On peut voir, par le § XVII de ce commentaire, intitulé *Résumé et conclusions*, que, loin d'hésiter à poser des conclusions, j'en pose de très-nettes. Peut-être cette assertion est-elle de la part de M. Housel une manière polie de dire que je me suis trompé, ce qui en effet serait certain si c'était bien lui, et non moi, qui fût dans le vrai.

Je supposerai, dans tout ce qui va suivre, que le lecteur a sous les yeux les textes de Pappus et de Proclus où il est fait mention des Porismes, ce qui est aujourd'hui facile, puisque j'ai donné non-seulement une traduction des textes dont il s'agit, mais encore *ces textes mêmes*, à l'exception seulement des trente-huit lemmes de Pappus qui se rapportent moins directement à la question générale, et pour lesquels une traduction m'a paru devoir suffire. J'ai dû faire cette observation, parce que M. Housel, bien certainement sans en avoir l'intention, semble vouloir dire (page 193) que je me suis borné à citer le texte de Pappus dans les endroits obscurs.

§ I. — *Système de M. Housel.*

Une conjecture que j'avais exprimée en ces termes (commentaire, § XIV): « Tout porte à croire que les énoncés ou les *hypothèses* des » questions traitées par Euclide roulaient exclusivement sur des figures » variables de forme suivant certaines conditions, » s'est présentée aussi à M. Housel et a fait naître en lui la pensée (page 197) « que » l'ouvrage d'Euclide roulait sur des questions assez cultivées aujourd'hui, mais moins répandues chez les anciens, où l'on considère certaines parties des figures mobiles sur certaines autres parties fixes. » Selon lui, le *Traité des Porismes* pourrait s'intituler en français (page 198) *Traité des figures en mouvement*. Il essaye (*ibidem*) de justifier cette opinion en faisant remarquer qu'elle s'accorde avec l'étymologie du mot *Porisme*, puisque la racine $\pi\acute{o}\rho\omicron\varsigma$, signifiant *passage*, entraîne l'idée de mobilité.

Cette manière de concevoir les Porismes est sujette à deux objections qui me semblent sans réplique. En premier lieu, si cette circonstance de mobilité avait été réellement fondamentale, comment Pappus l'aurait-il passée complètement sous silence dans ses explications relatives aux Porismes, et comment se fait-il que rien ne la rappelle dans les deux définitions du Porisme que cet auteur nous a transmises? En second lieu, les deux problèmes cités par Proclus pour donner une idée du Porisme, savoir: *Un cercle étant donné, en trouver le centre*, et *Trouver la plus grande commune mesure entre deux grandeurs commensurables*, n'impliquent en aucune façon l'idée de mouvement, on peut même dire qu'ils l'excluent. Je pourrais faire à M. Housel une troisième objection de ce qu'il ne rend aucunement raison de l'emploi, dans Euclide, du même terme $\pi\acute{o}\rho\iota\sigma\mu\alpha$ pour désigner les corollaires et les Porismes. Ce fait qu'on ne saurait laisser sans explication, et que j'ai expliqué assez naturellement (commentaire, § VII), semble ne pouvoir l'être dans le système de M. Housel.

On voit, par ce qui vient d'être dit, que ce système est inadmissible.

§ II. — *Forme sous laquelle M. Housel suppose que les propositions étaient présentées dans le Traité des Porismes.*

S'il y a une chose que l'on puisse affirmer avec certitude en ce qui concerne le *Traité des Porismes*, c'est assurément que les propositions dans cet ouvrage avaient par leurs énoncés l'apparence des *problèmes*. En effet, Pappus dit que beaucoup de géomètres, ne faisant attention qu'à la forme de ces énoncés, considéraient les propositions dont il s'agit comme étant des *problèmes*. Proclus les appelle tout simplement des *problèmes*, et cela par deux fois. De plus, pour donner une idée de ce qui constitue le *Porisme*, il cite deux *problèmes* de géométrie élémentaire. Or M. Housel n'admet point cela. Nonobstant ces témoignages si positifs, si explicites de Pappus et de Proclus, il fait à ces propositions (pages 206 et 207) des énoncés qui leur donnent l'apparence de *théorèmes*. Cependant il semble admettre dans ses conclusions (page 209) que les énoncés d'Euclide avaient l'apparence de *problèmes*, mais en cela il se réfère à la forme d'énoncé proposée par Simson, forme qu'il déclare adopter avec M. Chasles (page 199).

J'ignore jusqu'à quel point on peut se faire illusion à cet égard. Ce

qu'il y a de particulier dans les énoncés où Simson a cru trouver le mot de l'énigme des Porismes, c'est que l'on y affirme la *possibilité* de déterminer des points, des lignes, etc., de manière à satisfaire, pour tous les états d'une figure variable, à certaines conditions indiquées dans chaque énoncé. Or je ne puis voir là qu'une *vérité que l'on énonce et qu'il faut rendre évidente par une démonstration*, c'est-à-dire un théorème, suivant la définition de Pappus, qui est aussi celle des modernes. La circonstance que c'est une *possibilité* que l'on affirme n'ôte point à la proposition son caractère de *théorème*. Appelle-t-on un *problème*, par cela seul qu'on y affirme une *possibilité*, cette proposition [*] : *Par trois points A, B, C non en ligne droite on peut toujours faire passer une circonférence, mais on n'en peut faire passer qu'une?* Et cette autre proposition des *lieux plans* d'Apollonius, dont l'énoncé nous a été conservé par Eutoce (*Recherches nouvelles*, § I de l'appendice, II^e livre des *lieux plans*, 2^e énoncé, note) : *Etant donné dans un plan deux points et le rapport de deux droites inégales, il est possible de décrire dans ce plan un cercle tel, que les droites menées des points donnés à (un même point de) la circonférence soient entre elles dans une raison constante, la même que celle qui est donnée*; cette proposition n'est-elle pas également un *théorème* aux termes de la définition de Pappus? On objecte, il est vrai, qu'avec de tels énoncés il y a *quelque chose à trouver, à découvrir*. Mais est-ce que la preuve d'une *possibilité* peut être autre chose qu'une *démonstration*? Que l'on y emploie l'analyse ou la synthèse, il s'agit toujours en définitive de *démontrer une vérité préalablement énoncée*, et l'on se trouve conséquemment dans le cas du *théorème*.

Au surplus, Simson lui-même ne se dissimulait nullement qu'il y avait dans la forme d'énoncé qu'il proposait quelque chose qui ne s'accordait pas avec l'ancienne définition de Porisme, telle qu'elle est présentée par Pappus. Sous prétexte que celle-ci est *trop générale*, il la remplace par une autre définition, mais tellement différente, qu'il est difficile de trouver entre elles quelque rapport. Dans celle de Pappus, le Porisme est une chose qu'on demande de *découvrir*. Dans celle de Simson, c'est une chose que l'on énonce et qu'il faut *démontrer*,

[*] *Géométrie* de Legendre, livre II, proposition VII.

et qui conséquemment *n'est plus à découvrir*. Afin de sauver la difficulté, Simson ajoute à sa définition que le Porisme prend la forme d'un *problème* si l'on demande de trouver les mêmes choses dont on a à démontrer l'existence quand le Porisme est présenté sous la forme d'un *théorème*. Rien ne semble en effet plus simple et plus facile, au premier abord, que d'opérer cette transformation du *Porisme-théorème* en *Porisme-problème*. C'est une de ces choses qui ont un air d'évidence tel, que l'on n'est point tenté de s'y arrêter. Mais que l'on ne s'y trompe pas : il y a là une très-grosse difficulté. On peut bien affirmer la possibilité de déterminer des points, des lignes, etc., qui satisfassent à certaines conditions *pour tous les états d'une figure variable*, mais demander *à priori* de déterminer ces points, ces lignes, etc., ce qui est le cas du *Porisme-problème* de Simson, ce serait supposer précisément la *possibilité* des relations indiquées dans la première forme d'énoncé, et il est évident que cette *possibilité* devrait être *préalablement* démontrée; si elle l'était, on n'aurait plus à résoudre qu'un *problème ordinaire*, en donnant au mot *problème* la signification adoptée par Simson lui-même.

Ainsi donc cette prétendue possibilité de passer d'une forme d'énoncé à l'autre n'existe pas. Lorsqu'on examine la chose de près, il se trouve qu'en réalité une seule de ces formes est possible, savoir *celle où l'on énonce une vérité qu'il faut rendre évidente par une démonstration*. On voit par là comment Simson, dans l'ordre d'idées où il s'était placé, n'a pu faire autrement que de proposer cette forme même, malgré les témoignages contraires de Pappus et de Proclus. Par là il mettait complètement de côté l'ancienne définition du Porisme.

D'après les termes de cette ancienne définition (qui est parfaitement suffisante pour donner une idée du Porisme lorsqu'on la rapproche, comme le fait Pappus, des définitions du *théorème* et du *problème*), on ne peut reconstituer les Porismes d'une manière vraiment plausible qu'en présentant des questions dans lesquelles on demande réellement de découvrir une chose *qui n'est pas actuellement connue*. C'est la seule manière de satisfaire à cette définition qui se traduit mot à mot : *Porisme est ce qui est proposé pour la découverte de cela même qui est proposé*. Or il est extrêmement facile de trouver une foule de questions qui satisfassent à ces conditions. Pour fixer les idées, je citerai l'exemple

que voici : *Etant donné un cercle et deux tangentes parallèles entre elles, trouver la relation qui existe entre les segments interceptés sur celles-ci entre le diamètre de contact et une troisième tangente.* Il est évident que ces deux segments ont entre eux une relation, puisque l'un ne peut varier sans que l'autre varie aussi. On peut donc proposer de découvrir cette relation, et cela sans avoir besoin de démontrer auparavant qu'elle est possible, comme il arrive pour les prétendus Porismes de Simson, lorsqu'on essaye de les mettre sous forme de problèmes, et la chose à découvrir n'est pas énoncée *comme une vérité à démontrer*. La réponse à cette question est *que la troisième tangente détermine sur les deux premières des segments dont le produit est constant*, et il se trouve que cette réponse est le dernier des Porismes cités par Pappus d'après le premier livre de l'ouvrage d'Euclide. Il est vrai que M. Housel donne à ces exemples une autre dénomination, mais je demande la permission de leur conserver celle de Porisme ; car puisque, d'une part, d'après la définition, le Porisme est une chose qu'il faut découvrir, et que, d'autre part, Pappus présente ces exemples comme les *choses cherchées* dans l'ouvrage d'Euclide, ces exemples sont nécessairement les *Porismes*.

Pour peu que le lecteur ait remarqué les particularités qui, au dire de Pappus, étaient devenues un objet de discussion pour les géomètres, il ne pourra manquer d'être frappé de cette circonstance, que la forme dans laquelle la question ci-dessus est présentée explique complètement toutes ces particularités. La proposition a toute l'apparence d'un *problème*, et cependant la solution n'est pas une *construction* ; elle échappe donc à l'ancienne définition du *problème*. Cette solution, jointe à la question, constitue un véritable *théorème*. Et c'est bien là ce caractère ambigu des propositions du Traité des Porismes qui a si longtemps exercé la sagacité des commentateurs.

§ III. — *Des trois choses que M. Housel voit dans l'énoncé d'un Porisme.*

M. Housel croit (pages 196 et 197) que l'énoncé du Porisme tel qu'il le conçoit comprend essentiellement trois choses, savoir, *l'hypothèse, l'accident et le résultat*. Dans sa pensée, *l'hypothèse* et *l'accident* formaient deux subdivisions distinctes de ce que l'on appelle ordinairement *l'hypothèse*. La première de ces subdivisions, à laquelle M. Housel

réserve la dénomination *d'hypothèse*, contiendrait les parties *fixes* de la figure, et la seconde, *l'accident*, contiendrait les *conditions de variabilité ou de mobilité*. Enfin le *résultat* serait la chose que l'on cherche.

J'ai fait observer ci-dessus que cette chose que l'on *cherche* ou qu'il faut *découvrir* (et non pas seulement *démontrer*) est le *Porisme même*, et que nécessairement *cette chose n'était pas donnée par l'énoncé de la question*. Il ne me reste donc plus à m'occuper que des deux parties dans lesquelles M. Housel admet que *l'hypothèse* se décomposait. On remarquera que les conclusions que j'ai émises en ce qui concerne d'une part *le mouvement considéré comme constituant l'essence du Porisme*, et d'autre part *la forme sous laquelle M. Housel suppose que les propositions étaient présentées dans le Traité des Porismes*, ne m'autorisent point à rejeter à priori ce qui est relatif à cette *division de l'hypothèse en deux parties*, car elle pourrait subsister bien que le *Porisme* ou *résultat* soit nécessairement séparé de l'énoncé, et que la circonstance que *les questions traitées par Euclide roulaient exclusivement sur des figures variables de forme suivant certaines conditions*, n'ait pas la portée que M. Housel lui attribue. Il faut donc examiner en elle-même cette prétendue subdivision de *l'hypothèse*.

M. Housel s'appuie de l'autorité de Pappus. « Pappus, dit-il » (pages 196 et 197), fait observer que l'hypothèse elle-même se subdivise en deux parties, dont la première est l'hypothèse proprement dite, et dont la seconde peut prendre le nom d'*accident* (τὸ συμπίπτειν), » et un peu plus loin : « D'après Pappus, la même subdivision s'applique à tous les Porismes, même à ceux qu'il n'énonce que d'une manière très-incomplète. » On croirait par ces citations qui sont, comme on le voit, très-affirmatives, que M. Housel a en effet pour lui quelque passage explicite de Pappus et qu'il va le citer. Mais il n'en fait rien. Il indique seulement, comme justifiant sa manière de voir, le passage que voici (page 203) : « Il ne faut pas distinguer les porismes d'après les différences des *hypothèses*, mais d'après celles des *accidents* et des *résultats*. Toutes les hypothèses diffèrent les unes des autres, étant très-particulières, mais chacun des accidents ou des résultats se présente absolument le même dans plusieurs hypothèses différentes. » Cette traduction est d'ailleurs la reproduction de la mienne, sauf les dénominations d'*accident* et de *résultat* introduites

par M. Housel. Or, en la prenant même telle qu'il la présente, je n'y aperçois rien d'où l'on puisse inférer que Pappus n'a pas voulu parler de *l'hypothèse complète*, telle qu'on l'entend ordinairement, et qu'il ait eu l'intention de la restreindre aux *parties fixes* de la figure. Et comme il n'existe dans la *Notice sur les Porismes* (dont j'ai donné le texte complet, outre la traduction en français) aucun autre passage où il soit question à la fois des trois choses que M. Housel voit dans un Porisme, savoir *l'hypothèse, l'accident et le résultat*, je dois conclure de là que Pappus, en parlant de *l'hypothèse*, attribue à ce terme sa signification ordinaire.

Il est d'ailleurs si peu vraisemblable que Pappus ait scindé *l'hypothèse*, que M. Housel lui-même dit, au sujet des *subdivisions* qu'il conçoit dans le Porisme (page 197), « Elles paraissent un peu subtiles, » ce qui est particulier au génie grec. »

Cette division de l'hypothèse en deux parties, que M. Housel a imaginée et qu'il a cru voir dans Pappus, est donc de tout point inadmissible.

Pour terminer ce que j'ai à dire à ce sujet, je rappellerai que j'ai donné (commentaire, § XIV) l'explication des deux termes *συμβεβηκός* et *ζητούμενον*, que M. Housel rend par *accident et résultat*. Ils servent l'un et l'autre à désigner des choses que l'on découvre, mais correspondant à deux modes distincts d'invention ou de manifestation du Porisme. Lorsqu'on demande, comme dans l'exemple cité plus haut, de trouver le relation qui existe entre deux segments linéaires tels, que l'un étant déterminé, l'autre l'est aussi, il est évident qu'une relation existe en effet entre ces segments, et le but à atteindre est marqué d'une manière précise par l'état même de la question. Mais lorsqu'il s'agit de découvrir qu'il existe, par exemple, des *points isolés* jouissant de propriétés remarquables comme ceux qui font l'objet de quelques Porismes, la question n'est pas de nature à être présentée de manière que le but à atteindre soit indiqué aussi explicitement. Si une droite est variable de position dans des conditions déterminées, et qu'il se trouve *qu'elle passe par un point fixe* ou bien *qu'elle est vue d'un point fixe sous un angle constant*, ces dernières circonstances sont beaucoup plus cachées qu'une relation segmentaire que l'on sait exister, et leur découverte exige beaucoup plus de perspicacité. Elle suppose chez le

géomètre l'*intuition*, faculté spéciale de l'esprit que les méthodes générales ne donnent point, et c'est sans doute à cette faculté, sans laquelle on n'est pas vraiment géomètre, que Pappus fait allusion en disant que l'ouvrage d'Euclide faisait les délices de ceux qui savent voir et trouver (ὄραν καὶ πρὶζειν). Cette espèce de Porisme, dans laquelle l'intuition est ainsi souvent nécessaire, devait naturellement recevoir une dénomination qui la distinguât des Porismes en général, lesquels sont désignés par le terme ζητούμενον. Cette dénomination particulière est le terme συμβεβηχός, qui veut dire *la chose qui arrive* ou *l'événement*. La circonstance que tel point décrit une droite, un cercle, etc., lorsque cela n'est pas exprimé explicitement dans l'énoncé de la question, ne pourrait guère être mieux désignée que par l'emploi de ce même terme. Il n'y a d'ailleurs dans tout ceci rien qui ne soit très-naturel, et l'on voit combien au contraire le système de M. Housel l'est peu, indépendamment des objections de toute nature qu'il soulève.

§ IV. — *De divers points sur lesquels M. Housel a cru devoir s'écarter de la traduction que j'ai donnée du texte de Pappus.*

Après avoir examiné et soumis à la discussion, comme je viens de le faire, les différentes parties du système conçu par M. Housel sur les Porismes, il me reste à présenter quelques remarques sur certains passages de Pappus qu'il traduit autrement que moi. Ces questions d'interprétation des textes ne sont pas sans importance, lors même qu'il ne s'agit que de détails. Car il est évident qu'on ne pourra savoir la vérité sur cette fameuse énigme des Porismes, qu'en s'attachant à l'interprétation *littérale* des textes qui s'y rapportent.

1°. Τόπος ἀναλυόμενος, *lieu résolu* (page 199). M. Housel, après avoir reproduit la liste [*] des ouvrages qui composaient ce que les

[*] Il est à remarquer que cette liste se termine par les deux livres des *moyennes* d'Eratosthènes, que cependant le nom de ce géomètre n'est pas mentionné parmi ceux des auteurs auxquels on doit les ouvrages formant le *lieu résolu*. « Il se compose, dit » Pappus, d'écrits dus à *trois* géomètres : Euclide l'auteur des éléments, Apollonius de » Perge et Aristée l'ancien. » D'où il semble résulter que la mention de l'ouvrage d'Eratosthènes n'existait pas dans le texte primitif de Pappus. Disant que les auteurs du

géomètres grecs appelaient le *lieu résolu*, en conclut que les *Porismes* qui figurent dans cette liste entre les *contacts* et les *inclinaisons*, servaient à la recherche des *lieux géométriques*. Je ne vois point sur quoi M. Housel fonde une semblable conclusion, à moins qu'il n'ait considéré cette dénomination de τόπος ἀναλυόμενος comme se rapportant essentiellement aux *lieux géométriques*, à cause du terme τόπος qui s'y trouve. Mais ce n'était point là le sentiment de Pappus. « Le *lieu résolu*, dit-il, est une matière à l'usage de ceux qui ayant étudié les » éléments de géométrie, veulent se mettre en état de résoudre les » problèmes qui peuvent leur être proposés. » Il ne restreint donc pas le *lieu résolu* à l'étude des *lieux géométriques*. C'est du reste ainsi que l'ont compris toutes les personnes qui se sont occupées de géométrie ancienne. Τόπος ἀναλυόμενος est la partie de la géométrie où l'on apprend à résoudre des problèmes. J'insiste sur cette méprise, en apparence insignifiante, de M. Housel, parce qu'elle en explique une autre que je signalerai plus loin et qui se rapporte directement aux *Porismes*.

2°. Γενῶν (page 200) est un mot embarrassant que l'on trouve au commencement de la Notice sur les *Porismes*, dans ce membre de phrase πολλοῖς ἀθροισμα φιλοτεχνότατον εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἐμβριθεστέρων προβλημάτων καὶ τῶν γενῶν, ce qui veut dire mot à mot : *recueil rendu très-utile par beaucoup de choses pour l'analyse des problèmes difficiles et des genres*. Ce dernier terme *genres* a l'inconvénient de ne rappeler aucune idée précise, de sorte que l'on ne sait ce que Pappus veut dire. Il est toutefois certain que ἀνάλυσιν doit être pris dans le sens de *résolution* à cause de son premier régime προβλημάτων. Dès lors la proposition que fait M. Housel de traduire γενῶν, le second régime de ἀνάλυσιν, par *théories*, est inadmissible, car on ne sait ce que c'est que la *résolution d'une théorie*.

La difficulté d'interpréter ce passage a été signalée depuis longtemps,

lieu résolu ne sont qu'au nombre de *trois*, on ne peut supposer une omission dans leurs noms. Une autre circonstance qui vient à l'appui de cette conjecture, c'est que le nombre total des *livres* que comprend le *lieu résolu* est de *trente et un* suivant les manuscrits, c'est-à-dire le nombre même que l'on obtient en retranchant les *deux* d'Eratosthènes. Si j'ai mis *trente-trois* dans la traduction, c'est afin que l'addition soit juste.

et notamment par Bouillaud, dans sa dissertation sur les Porismes. Les manuscrits dans lesquels le texte de Pappus nous a été conservé n'étant pas exempts de défauts, j'ai dû examiner s'il ne serait pas possible de remplacer $\gammaενῶν$ par un terme qui en différât assez peu pour qu'une erreur de copiste ne fût pas invraisemblable, et qui présentât en même temps par lui-même un sens plausible. Le mot $\gammaενομένων$ que je traduis par *événements*, en me servant d'un *hellénisme* qui existait du temps de Desargues, ou par *conséquences des hypothèses*, pour me conformer au langage actuel, m'a paru se trouver dans ces conditions. Il ne diffère en effet de $\gammaενῶν$ que par les trois lettres \omicron, μ, ϵ dont l'omission par un copiste n'aura rien de surprenant pour quiconque a eu l'occasion de voir les singulières bévues auxquelles on est exposé de la part des copistes, et surtout la tendance qu'ils ont à substituer des mots du langage ordinaire à ceux dont ils ne comprennent pas le sens. L'emploi du mot $\gammaενομένων$ est d'ailleurs parfaitement justifié par le sens général de la Notice entière sur les Porismes, puisque l'objet de l'ouvrage d'Euclide était de mettre les géomètres à même de démêler, de discerner, de constater parmi les conséquences d'une hypothèse donnée, celles qu'il était le plus important de considérer, de leur apprendre, en un mot, à *voir* et à *trouver*. Ce terme est encore presque à lui seul une explication de la dénomination commune $\pi\omicron\rho\rho\rho\rho\rho\rho$ appliquée par Euclide aux *Porismes* et aux *corollaires*, car les conséquences d'une hypothèse se présentent sous certains rapports à la manière des corollaires en géométrie.

» Ajoutons que $\gammaενόμενα$ est un mot à l'usage de Pappus. On le trouve employé dans le sens que je lui attribue à la fin de sa Notice sur les *données* d'Euclide.

Tels sont les divers motifs qui m'ont déterminé à mettre $\gammaενομένων$ au lieu de $\gammaενῶν$. Je ne me dissimule pas qu'il est extrêmement grave de toucher à un texte; mais, à défaut d'interprétation plausible, il faut bien avoir recours à la supposition que le texte est altéré, et alors on doit tâcher de présenter une correction qui paraisse plausible. Celle que j'ai proposée réunit à l'avantage de conserver toutes les lettres du mot $\gammaενῶν$ celui d'offrir un sens très-net.

Quoi qu'il en soit de ces diverses conjectures, et à quelque leçon que l'on s'arrête, si jamais ce point de la question est assez complètement

éclairci pour cela, il est bien évident que cette leçon n'aura pas d'influence décisive sur l'interprétation générale de Pappus, parce qu'il s'agit ici du but d'utilité des Porismes et non point de leur nature même.

3°. *ἐκάστου μὲν πλῆθος ὀρισμένον ἔχοντος ἀποδείξεων* (page 201). J'ai traduit : « Chaque Porisme étant, à la vérité, *présenté plusieurs fois.* » Ce que M. Housel n'admet pas. Suivant lui il faut traduire : « Chaque » Porisme étant, à la vérité, *susceptible de plusieurs démonstrations.* » M. Housel ne faisant pas connaître ici les motifs pour lesquels ma version lui semble inadmissible, je dois penser qu'il se réfère tacitement à ce qu'il dit de la forme sous laquelle les propositions étaient présentées dans le Traité des Porismes. Supposant que les *énoncés* de ces propositions comprenaient *hypothèse*, *accident* et *résultat*, ou, pour parler le langage ordinaire, une *hypothèse* suivie d'une *affirmation*, c'est là sans doute ce qui l'a conduit à croire que *ἀποδείξεων* veut dire ici *démonstrations*.

Or, la signification de ce mot résulte des particularités indiquées par Pappus lui-même dans la suite de sa Notice. On y lit en effet les passages que voici :

« Toutes les hypothèses différent les unes des autres, étant très-particulières, mais chacune des choses qui arrivent ou qui sont cherchées *se présente absolument la même dans plusieurs hypothèses différentes.* »

» ... Dans le second livre, les hypothèses sont autres que dans le premier, mais le plus grand nombre des choses cherchées *sont les mêmes...* »

» ... Dans le troisième livre... des choses cherchées, beaucoup sont à peu près *semblables à celles indiquées ci-dessus* (*τὰ μὲν πολλά παρὰ πλῆσιν τοῖς ἔμπροσθεν*). »

Cette circonstance bien remarquable, que chacune des choses qui arrivent et de celles qui sont cherchées, *se retrouve absolument la même dans plusieurs hypothèses différentes*, ou que chaque Porisme se présente un certain nombre de fois, est bien évidemment le fait exprimé par ces mots *ἐκάστου μὲν πλῆθος ὀρισμένον ἔχοντος ἀποδείξεων*.

Il est vrai que M. Housel ne traduit pas *ἔχοντος* par *ayant*, mais par *susceptible d'avoir*, de sorte que chaque proposition d'Euclide n'aurait

pas eu *effectivement*, mais *aurait pu avoir* plusieurs démonstrations. Il me semble qu'ici M. Housel s'écarte du texte et en dénature le sens. Πλήθος ὀρισμένον ἔχοντος signifie quelque chose d'*actuel* et non une *possibilité* seulement. La limitation résultant des mots πλήθος ὀρισμένον exclut cette idée de simple possibilité, car le nombre de démonstrations dont une proposition est *susceptible* est essentiellement illimité.

4°. ὑπεμφαίνουσαν (page 201). M. Housel fait remarquer que ce mot voudrait dire *esquissée, indiquée à demi*, et non point *extrêmement claire*, comme je l'ai supposé. Cependant il croit que j'ai eu raison de traduire comme s'il y avait ὑπερφαινουσαν.

Je trouve parfaitement juste la remarque de M. Housel sur la véritable signification du mot ὑπεμφαίνουσαν, mais je ne l'ai pas traduit comme s'il y avait ὑπερφαινουσαν. Il y a dans le texte μάλιστα ὑπεμφαίνουσαν et non pas ὑπεμφαίνουσαν seulement. Je crois toutefois convenable de réviser à cette occasion la traduction de la phrase entière où ce terme se trouve employé, laquelle est ainsi conçue : « Οὐδὲν » προσηθείκασι τοῖς ὑπ'Εὐκλείδου γραφεῖσι πρώτου, χωρὶς εἰ μὴ τινες » τῶν προ ἡμῶν ἀπειρόκαλοι δευτέρας γραφᾶς ὀλίγοις αὐτῶν παρατε- » θείκασιν ἑκάστου μὲν πλήθος ὀρισμένον ἔχοντος ἀποδείξεων, ὡς » ἐδείξαμεν, του δὲ Εὐκλείδου μίαν ἑκάστου θέντος τὴν μάλιστα ὑπεμ- » φαίνουσαν. »

Je me suis expliqué ci-dessus en ce qui concerne le sens du terme ἀποδείξεων. Ce qu'il faut actuellement déterminer, c'est celui de γραφᾶς, mot que j'ai traduit et que M. Housel traduit aussi par *démonstrations*. Remarquons tout d'abord que si l'on admet cette signification pour γραφᾶς, il faut nécessairement en admettre une autre pour ἀποδείξεων, et que conséquemment M. Housel s'est trompé dans l'interprétation de l'un de ces deux termes. Cela est certain pour le second. Quant au premier, je crois qu'il ne doit pas davantage être traduit par *démonstrations*. J'avais été conduit à conjecturer (commentaire, § 1^{er}) qu'il ne serait pas impossible que γραφή dût être traduit par *figure*, car γραφή est la racine de *graphique*, et le sens littéral de ὑπεμφαίνουσαν convient évidemment à la supposition qu'il s'agit de figures. Mais, tout bien considéré, cette supposition me semble elle-même ne pas pouvoir être admise plus que la première. En effet, il y a dans le texte : του δὲ Εὐκλείδου μίαν ἑκάστου θέντος. Or, dire qu'Euclide a

accompagné chaque *Porisme*, soit d'une seule démonstration, soit d'une seule figure, lorsque chaque *Porisme* se retrouvait le même un certain nombre de fois, dans des hypothèses différentes, c'est supposer que nonobstant la diversité de ces hypothèses, la démonstration ou la figure ne changeait pas lorsqu'on passait d'une hypothèse à l'autre, ce qui ne paraît pas possible.

D'un autre côté, *γραφή*, dans le sens de *figure*, n'est pas à l'usage de Pappus. Il se sert pour cela du mot *καταγραφή*. D'ailleurs *γραφή* se rapporte ici à *γραφείσσι* qui le précède, et qui indique certainement des choses écrites.

D'après toutes ces circonstances, je suis porté à croire que *γραφή* ne peut être que l'énoncé même du *Porisme*, pris, bien entendu, à la fin de la proposition et non point au commencement, puisque ces propositions avaient l'apparence de problèmes. Si elles avaient eu, comme M. Housel le suppose, l'apparence de théorèmes, Pappus se fût exprimé autrement et aurait mis *δευτέρας προτάσεις* au lieu de *δευτέρας γραφάς*. On voit par là pourquoi il n'a pas dû employer le terme *προτάσεις* qui s'applique seulement aux énoncés placés en tête des propositions [*].

γραφή serait donc, à ce nouveau point de vue, la formule ou l'écriture de chaque *Porisme*, c'est-à-dire l'ensemble des termes par lesquels chacune des choses qui arrivent et qui sont cherchées est exprimée. Et il faudrait entendre par *δευτέρας γραφάς* de nouvelles formules qui auraient été données mal à propos pour quelques *Porismes*, Euclide

[*] On trouve, il est vrai, le terme *προτάσεις* employé un peu plus loin dans un sens que ma traduction présente comme différent. Il s'agit du passage où Pappus dit : *συμδί-
σκειν δὲ καὶ ταῦτο τοῖς πορίσμασι, τὰς προτάσεις ἔχειν ἐπιτετημένους διὰ τὴν σχολιότητα πολλῶν
συνήθως συναπακουμένων...* Ce que j'ai traduit : « Il arrive aux *Porismes* que les proposi-
» tions en sont difficiles à suivre, à cause de l'incertitude résultant de plusieurs choses
» ordinairement sous-entendues... » Après un nouvel examen de ce passage, j'ai re-
connu qu'il est plus exact de traduire : *Il arrive encore aux Porismes ceci, de présenter
des énoncés très-peu explicites, où plusieurs choses sont ordinairement sous-entendues,
ce qui est une cause d'incertitude, etc.* Car dans le texte l'effet paraît être remplacé par
la cause. Peut-être le terme *σκολιότητα* indique-t-il que les *sous-entendus* avaient quel-
que chose d'intentionnel.

n'en ayant donné pour chacun qu'une seule. On voit que τὴν μάλιστα ὑπεμφαίνουσιν s'interprète maintenant sans difficulté et de la manière la plus naturelle.

On s'expliquera sans peine, dans cette supposition, le terme ἀπειρόκαλοι par lequel Pappus qualifie les auteurs des nouvelles *formules*, si l'on fait attention que ce qu'il fallait considérer dans chaque proposition, ce n'était pas l'*hypothèse*, toujours très-particulière, de la question posée, mais bien *la chose qu'il fallait découvrir*, ou le *Porisme*. Le but de l'ouvrage d'Euclide était d'enseigner aux géomètres les moyens de constater dans toute hypothèse donnée l'existence de certaines relations importantes à connaître, dont Pappus nous a transmis les *formules* dans les dernières parties de la Notice; il était donc essentiel de n'apporter aucun changement à ces *formules* et d'en maintenir scrupuleusement les termes.

Par ces motifs, je traduirais comme il suit la phrase citée : « Il n'a » toutefois été ajouté aucun Porisme à ceux qu'Euclide le premier a » formulés, si ce n'est par certains géomètres qui, avant nous, ont mal » à propos opposé de secondes formules à celles d'un petit nombre de » Porismes, chaque Porisme étant, à la vérité, présenté un certain » nombre de fois, mais Euclide ne donnant de chacun qu'une seule » formule, qui en est l'expression la plus claire. »

5°. εἶδη (page 201). Je n'avais pas rendu ce mot. M. Housel le traduit par *apparences*, tandis qu'il signifie *espèces*. C'est *ιδέας* que j'aurais du traduire par *apparence* ou *forme* plutôt que par *nature*.

6°. ... ἀλλὰ συγχρωμένων τοῖς στοιχείοις τούτοις, καὶ δεικνύτων αὐτομονοντουθ' ὅτι ἐστὶ τὸ ζητούμενον, μὴ πορίζοντων δὲ τοῦτο... (pages 202 et 207). Il s'agit, dans ce passage, des géomètres récents auteurs d'une seconde définition des Porismes, citée et repoussée par Pappus; géomètres « hors d'état de découvrir tous les Porismes, mais, dit M. Housel dans sa traduction, *capables seulement, à l'aide des éléments de géométrie, de démontrer le résultat sans pouvoir le deviner*. J'ai traduit : « Mais se prévalant de ce qu'ils voyaient dans l'ouvrage d'Euclide, et montrant ce qu'il faut chercher sans pouvoir le trouver. » On voit qu'il y a une très-grande différence entre ces deux traductions. Ce passage m'avait paru obscur, et j'ai eu soin de le dire dans une des notes dont ma traduction est accompagnée. M. Housel présente la

sienne sans explication, ce qui sans doute annonce qu'il croit avoir donné le véritable sens de ce passage. Or il me semble qu'au contraire, il s'en est écarté singulièrement.

Car, en premier lieu, *τοῖς στοιχείοις τούτοις* ne veut pas dire *les éléments de géométrie*, en effet *τούτοις* indique l'objet même dont on parle, c'est-à-dire le Traité des Porismes et non les *éléments de géométrie*. Le terme *στοιχεῖν* peut s'appliquer à toutes les parties de la géométrie, et notamment à celles qui font l'objet des divers écrits composant le *lieu résolu*. On le trouve par exemple employé par Pappus dans sa Notice sur les *lieux plans*... *Απολλώνιος πρό τῶν στοιχείων λέγει... οἱ μὲν οὖν ἀρχαῖοι τῶν ἐπιπέδων τόπων τούτων τάξιν ἀποβλέποντες εἰστοιχείωσαν...* On voit que *στοιχεῖν* est appliqué dans ces passages à un traité qui n'a rien de commun avec les *éléments de géométrie*, et dès lors on ne peut hésiter : *τοῖς στοιχείοις τούτοις* se rapporte ici nécessairement au Traité des Porismes.

En second lieu, la version de M. Housel n'est rien moins que littérale, et de plus elle suppose chez les auteurs de la nouvelle définition un degré de perspicacité bien peu vraisemblable. S'ils étaient en effet assez habiles pour démontrer le résultat à l'aide des éléments de géométrie, comment admettre qu'ils ne pouvaient pas suivre les raisonnements d'Euclide ?

Après avoir examiné de nouveau le texte qui fait l'objet de cette discussion, je crois qu'on peut l'expliquer très-simplement, et voici de quelle manière. Les auteurs de cette seconde définition se bornaient à ouvrir le Traité des Porismes, montraient (mettaient le doigt sur) ce qui était la chose cherchée (le Porisme) sans se donner la peine de suivre le raisonnement d'Euclide (*μὴ πορίζοντων δὲ τοῦτο*), et le rapprochant alors de l'énoncé de la question, en concluaient que la définition dont il s'agit était exacte.

Je maintiens donc ma version; seulement, au lieu de mettre *sans pouvoir le trouver* pour *μὴ πορίζοντων δὲ τοῦτο*, je mettrais *sans le déduire par raisonnement*, ce qui se rapproche davantage du texte. C'est vraisemblablement à l'interprétation que M. Housel donne de ce passage qu'il faut rapporter l'opinion qu'il exprime (page 209) dans ces termes :

« Mais plus tard certains mathématiciens... avaient préféré mettre

» les Porismes sous forme de théorèmes, c'est-à-dire qu'ils donnaient
 » d'avance la solution et ne laissaient plus aux élèves que la peine de
 » la démontrer.....

» Donc ceux des Porismes qui se rattachaient à des lieux géométriques
 » triques étaient énoncés comme des théorèmes locaux, ce qui n'empêchait
 » pas qu'il n'y eût quelque chose à trouver comme dans un problème.... »

Cette hypothèse de géomètres qui, après Euclide, auraient changé la forme des Porismes, est en contradiction avec le témoignage de Pappus. Tous les changements apportés aux Porismes depuis Euclide se réduisent à ce qui est exprimé par ce passage : *χωρὶς εἰ μὴ τινες τῶν πρὸ ἡμῶν ἀπειρόκαλοι δευτέρας γραφὰς ὀλίγοις αὐτῶν παρατεθείκασιν*, dont la signification a été donnée ci-dessus (4°).

7°. ἀπὸ συμβεβηκότος (page 202). M. Housel traduit : *d'après la condition accidentelle*. Il croit voir dans le terme *συμβεβηκότος* ce qu'il appelle l'*accident*. J'ai mis dans ma traduction : *d'après une circonstance particulière (à certaines propositions)*.

Je ne répéterai pas ici ce que j'ai dit de cette prétendue subdivision de l'*hypothèse* en deux parties, dont l'une serait l'*hypothèse* proprement dite, et la seconde l'*accident*. Je ferai seulement observer que, par cette manière de voir de M. Housel, c'est-à-dire en admettant que l'*accident* ou la condition de *mobilité* constituait l'essence du Porisme, on arriverait à des conséquences directement contraires au système qu'il a conçu. En effet, la seconde définition, « le Porisme est ce qu'il faut ajouter à l'*hypothèse* pour que celle-ci devienne l'énoncé d'un théorème local, » montre que le Porisme comprend non-seulement l'*accident*, mais encore le *résultat* (pour parler le langage de M. Housel), car l'*hypothèse* et l'*accident* ne sont que *deux* des *trois* parties dont M. Housel forme la proposition *complète*. Et comme, d'après cette seconde définition, le Porisme *n'est pas dans l'énoncé de la question, puisqu'il faut l'y ajouter*, on serait conduit à admettre que les énoncés se réduisaient à l'*hypothèse*, c'est-à-dire aux parties *fixes* de la figure. Pour que cette définition pût s'accorder avec les idées de M. Housel, il faudrait qu'elle fût modifiée de cette manière : « Le Porisme est ce qu'il faut ajouter à l'*hypothèse* et au *résultat* pour former avec ceux-ci l'énoncé d'un théorème local ; » et malgré cette modification,

il se trouverait encore que les énoncés n'étaient pas *complets*, puisqu'ils manquaient d'*accident*, de sorte qu'on n'y trouvait point cette notion de *mobilité* que M. Housel considère comme formant l'essence du Porisme; et l'on ne comprend guère comment cette notion fondamentale aurait pu ne pas être exprimée par les énoncés des propositions.

Sans pousser plus loin ces objections, je pense que ἀπὸ συμβεβηκότος veut dire *d'après une chose qui arrive*. Il arrivait en effet que l'hypothèse et le Porisme (tels que je les comprends) formaient ensemble l'énoncé d'un théorème local. Cette circonstance devait se présenter dans *toutes* les propositions de l'ouvrage d'Euclide. C'est à tort que j'ai mis dans ma traduction qu'elle ne se présentait que dans certaines d'entre elles.

8°. κειχωρισμένων δὲ τῶν πορισμάτων. M. Housel traduit : *en mettant de côté les Porismes* (page 204). Ces quatre mots sont en tête de ce passage où Pappus énumère diverses espèces de *lieux plans, solides, linéaires* et *aux moyennes*. M. Housel suppose qu'il s'agit ici des *lieux* considérés *en mettant de côté les Porismes*. S'il en était réellement ainsi, comment les *lieux à la surface*, cités par M. Housel lui-même (page 200), auraient-ils été oubliés dans cette énumération? Et à quelle fin Pappus la présenterait-il? Évidemment cette énumération ne peut être motivée qu'à la condition de se rattacher au Traité des Porismes et d'apprendre au lecteur quelque chose sur ce Traité.

Ce qu'il faut lire dans Pappus, c'est que les *lieux* appartiennent à ce genre de Porismes auxquels la seconde définition est applicable, et qu'ils abondent dans l'ouvrage même d'Euclide. Il y a dans le texte ἐν τῷ ἀναλυμένῳ, ce qui veut dire mot à mot *dans le résolu*. J'ai traduit : *dans l'analyse*. Le mot à mot qui précède me semble préférable. Dans un grand nombre de propositions, la solution étant réunie à l'énoncé, donne un *lieu* [*]. Pappus ajoute qu'à raison de ce grand nombre

[*] Il faut bien se garder de prendre pour des *lieux géométriques* les *lieux* dont il est question ici. Afin de fixer les idées à ce sujet, je considérerai seulement des lignes tracées sur un plan. Ce que nous nommons *lieu géométrique* d'un point qui satisfait à une condition qui ne le détermine pas complètement, est la ligne droite ou courbe formée par l'ensemble des points qui satisfont à cette condition. C'est ainsi qu'une cir-

des *lieux* comparativement aux autres espèces de propositions, ils étaient réunis en groupes distincts ayant chacun son titre particulier. De plus, ils étaient présentés sous la forme spéciale qui correspond à la définition des géomètres récents, c'est-à-dire que le Porisme *était retranché* de chaque énoncé, et c'est là ce que veulent dire les mots *κεχωρισμένων δὲ τῶν πορισμάτων*, les *Porismes étant retranchés*.

Ce qui a pu faire croire à M. Housel à la possibilité d'une interprétation aussi peu naturelle que celle qu'il propose, c'est qu'il considère le *Traité des Porismes* comme ayant eu pour objet l'étude des *lieux*, par cela seul que ce *Traité* faisait partie de l'ensemble d'écrits appelé le *lieu résolu* (*τόπος ἀναλυόμενος*). Mais *τόπος ἀναλυόμενος* n'ayant pas cette signification, ainsi que je l'ai fait remarquer ci-dessus (1°), il faut bien admettre que les explications données par Pappus relativement aux *lieux* se rapportent aux *lieux* du *Traité des Porismes*.

9°. ... *πληθῶν πολλῶν καὶ μεγάλων*... M. Housel traduit (page 203): *d'une foule de belles propositions*. J'ai traduit: *d'une foule de propositions de divers genres*. Pappus assimile en quelque sorte l'ouvrage d'Euclide à une véritable mine de propositions, offrant des filons nombreux et riches, mot à mot *de nombreuses et grandes foules*, mais *il ne dit rien des propositions elles-mêmes*. C'est donc à tort que M. Housel fait dire à Pappus que ces propositions sont *belles*. Il n'est question que de leur grand nombre et de leur diversité.

10°. *ὅτι*, *que*. M. Housel dit (page 205) au sujet de ces fameux énoncés que Pappus nous a conservés et qui commencent tous par ce mot *ὅτι*, « ici il y a évidemment quelque chose de sous-entendu : c'est » sans doute le mot *λέγω*, je dis, comme dans la plupart des propositions de géométrie. »

Il n'est besoin ici évidemment d'aucun sous-entendu. On se fait parfaitement comprendre en disant : *la chose cherchée, c'est que, etc.*, et

conférence de cercle est le *lieu géométrique* d'un point dont la distance à un point fixe est donnée. Or, dans la géométrie grecque, un *lieu* est une *proposition* qui a pour objet un *lieu géométrique* et dans laquelle l'affirmation porte sur la nature de ce lieu. Telle est la proposition d'Apollonius rappelée ci-dessus, page 188. Lorsque la nature du *lieu géométrique* est connue et que l'affirmation porte sur une propriété commune à tous ses points, la proposition est un *théorème local*.

το ζητούμενον veut bien en effet dire *la chose cherchée*. En traduisant ainsi, tout le texte s'explique de la manière la plus naturelle, et c'est précisément dans cette partie du texte qu'on aperçoit la vraie nature du Porisme.

En terminant, je ferai remarquer que dans le système de M. Housel, l'*accident*, c'est-à-dire la *partie essentielle du Porisme*, est supprimé par Pappus, ce qui n'est certes pas une des moindres singularités de ce système.

§ V. — *Résumé et conclusions.*

On a pu voir par la discussion qui précède que les idées présentées par M. Housel au sujet des Porismes sont ou dénuées de preuves, ou contradictoires avec les textes. On a vu en même temps que si j'ai dû, par suite d'une de ses observations, apporter un changement dans la traduction que j'ai donnée de ces textes et en proposer moi-même quelques autres dans le cours de la discussion, ces changements ont eu essentiellement pour objet d'interpréter quelques passages de la Notice sur les Porismes d'une manière plus complètement littérale que je n'étais parvenu à le faire d'abord, et pour résultat de jeter un nouveau jour sur certaines parties de ce texte, mais sans m'obliger à modifier en aucune façon mes propres conclusions sur la question générale des Porismes.

Plus on étudie cette Notice de Pappus, plus on y reconnaît l'œuvre d'un géomètre consommé, qui possédait une connaissance approfondie de l'ouvrage d'Euclide, et savait en apprécier la haute utilité non moins que la pensée même qui l'avait inspiré. C'est donc en s'attachant à interpréter littéralement cette Notice que l'on peut espérer de parvenir à la connaissance des Porismes d'une manière qui ne trouve plus de contradicteurs. De là résulte la nécessité d'abandonner tout ce qui, dans les opinions émises à ce sujet par divers géomètres, n'est pas justifié par les textes, et à plus forte raison de rejeter tout ce qui est contraire aux définitions. C'est ainsi que j'ai été conduit à repousser les idées émises par Fermat, puis par Simson et ensuite par divers géomètres parmi lesquels on distingue M. Chasles. C'est en appliquant la même règle aux idées exprimées par M. Housel que j'ai dû pareillement les repousser.

P. S. Les observations qui précèdent étaient entièrement rédigées, et j'en avais remis depuis quelques jours le manuscrit à M. Liouville. lorsqu'il a paru dans le journal *la Science* (n° 10, 1^{er} février 1857) une *Notice sur les Porismes*, par M. Vincent, dans laquelle l'éminent helléniste présente une nouvelle traduction des textes, accompagnée d'un certain nombre de remarques critiques sur celle que j'ai donnée dans le présent Recueil. Après avoir pris lecture de cette Notice, dont l'auteur m'a fait l'honneur de m'adresser un exemplaire, je n'ai point cru devoir différer la publication de ma réponse au Mémoire de M. Housel ni y faire aucun changement, quoique M. Liouville l'eût remise à ma disposition. Je lui demanderai plus tard la permission de répondre à M. Vincent dans ce Journal.

