JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

OSTROGRADSKI

Note sur les facteurs égaux de polynômes entiers

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 1 (1856), p. 287-288.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1856_2_1__287_0>

NOTE

SUR

LES FACTEURS ÉGAUX DE POLYNOMES ENTIERS;

PAR M. OSTROGRADSKI.

[Extrait des *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences de Paris, tome XLII, page 930. — Séance du 19 mai 1856.]

Désignons respectivement par X, P, Q, R un polynôme entier de la variable x, le plus grand diviseur commun à ce polynôme et à sa dérivée $\frac{dX}{dx}$ et les quotients

$$\frac{X}{P}, \quad \frac{\frac{dX}{dx}}{P}.$$

Le plus grand diviseur commun aux polynômes Q et $R - \frac{dQ}{dx}$ est précisément le produit des facteurs simples du polynôme X; soient q, Q_1 et R_1 ce produit et les quotients

$$\frac{Q}{q}, \quad \frac{R - \frac{dQ}{dx}}{q}.$$

Le plus grand diviseur commun aux polynômes

$$Q_1 \quad \text{et} \quad R_1 - \frac{dQ_1}{dx}$$

sera le produit des facteurs doubles de X; désignons par q_1 le produit dont il s'agit, et faisons

$$\frac{Q_1}{q_1} = Q_2, \quad \frac{R_1 - \frac{dQ_1}{dx}}{q_1} = R_2.$$

Le plus grand diviseur commun à Q_2 et $R_2 - \frac{dQ_2}{dx}$ représentera le produit des facteurs triples de X; ainsi de suite.

J'ai démontré ces propositions dans une Note lue à l'Académie de Saint-Pétersbourg le 10 octobre 1849. Après l'impression de cette Note, j'ai reconnu qu'on peut avoir immédiatement le produit des facteurs du polynôme X, d'un degré quelconque de multiplicité. En effet, les facteurs dont k est le degré de multiplicité, forment le plus grand diviseur commun aux polynômes Q et $R - k\frac{dQ}{dx}$; il n'y aura donc qu'à chercher ce diviseur pour avoir le produit dont il s'agit.

Ainsi le produit des facteurs simples, celui des facteurs doubles, celui des facteurs triples, etc., seront respectivement les plus grands diviseurs communs aux polynômes

$$Q \text{ et } R - \frac{dQ}{dx}, \quad Q \text{ et } R - 2\frac{dQ}{dx}, \quad Q \text{ et } R - 3\frac{dQ}{dx}, \ldots.$$

Je supprime la démonstration, qui ne présente aucune difficulté, et même elle devient tout à fait évidente, si l'on représente le polynôme X sous la forme

$$qq_1^2\, q_2^3\, q_3^4 \ldots.$$