

JOURNAL  
DE  
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

---

ERNEST LIOUVILLE

**De l'influence des diaphragmes sur la grandeur des diamètres  
apparents du Soleil et de la Lune**

*Journal de mathématiques pures et appliquées 1<sup>re</sup> série*, tome 20 (1855), p. 105-114.

[http://www.numdam.org/item?id=JMPA\\_1855\\_1\\_20\\_\\_105\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1855_1_20__105_0)

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Gallica de la Bibliothèque nationale de France  
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc  
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc  
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

*De l'influence des diaphragmes sur la grandeur des diamètres  
apparents du Soleil et de la Lune;*

PAR M. ERNEST LIOUVILLE.

Les observations du temps des passages des étoiles, derrière les fils dont se compose le réticule d'une lunette méridienne, sont sujettes à une erreur, variable d'un astronome à l'autre, mais à peu près constante pour chacun en particulier, du moins pendant un certain intervalle de temps. Cette erreur, connue sous le nom d'*erreur personnelle en ascension droite*, a été pour M. Arago l'objet de recherches très-remarquables dont on peut lire le résumé dans le tome XXXVI des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, page 276; elle est la même pour toutes les observations de passage d'étoiles faites par le même astronome, et disparaît par conséquent lorsqu'il ne cherche que des différences d'ascension droite. D'après cela, en assimilant les deux bords du Soleil à deux étoiles, on pourrait être porté à croire que l'erreur personnelle disparaît dans l'estimation du diamètre de cet astre; il n'en est pourtant pas ainsi: l'erreur n'est pas la même aux deux bords; et, par suite, la grandeur apparente du diamètre du Soleil est altérée. Voilà donc une nouvelle classe d'erreurs personnelles, sur laquelle un beau Mémoire de M. Goujon, présenté à l'Institut le 12 février 1849, a fixé l'attention des astronomes.

Ayant entrepris de déterminer, par le temps qui s'écoule entre le passage au méridien du premier et du second bord du Soleil, la grandeur apparente du diamètre de cet astre à sa distance moyenne de la Terre, « je me suis aperçu, dit M. Goujon, après avoir discuté un certain nombre d'observations, que chaque astronome avait une manière particulière d'estimer le diamètre du Soleil; qu'en d'autres termes, pour chacun d'eux, *la différence d'ascension droite entre les deux bords n'était pas la même*: le résultat m'a paru assez intéressant pour m'engager à continuer mon travail afin de mettre hors de doute cette nouvelle erreur personnelle. » Le Mémoire de M. Goujon a obtenu, sur un Rapport de M. Mauvais en date du 30 mai 1853, l'approbation de l'Académie des Sciences.

Dans ce Rapport, M. Mauvais examine une objection qu'on avait opposée aux conclusions de M. Goujon, et pour la réfuter il donne quelques-uns des résultats auxquels nous étions arrivés, M. Charles Mathieu et moi, dans des recherches que nous avons entreprises (à sa demande et à celle de M. Goujon lui-même, alors retenu par d'autres occupations) sur l'influence que pouvaient exercer dans l'estimation du diamètre apparent du Soleil les diaphragmes avec lesquels les astronomes ont l'habitude de diminuer l'ouverture de l'objectif pour atténuer l'ardeur des rayons solaires concentrés au foyer de la lunette. Nous avons trouvé, M. Charles Mathieu et moi, par des observations à l'équatorial (auxquelles j'avais joint quelques résultats plus anciens obtenus à la lunette méridienne), que cette circonstance ne fait pas naître d'erreur nouvelle, et qu'il faut chercher ailleurs la cause de la différence qui existe entre les diamètres du Soleil obtenus par divers astronomes.

Je suis revenu depuis sur ce sujet; et, plus tard encore, j'ai étendu à la Lune les résultats obtenus pour le Soleil. C'est l'ensemble de ces recherches, dont une partie a paru déjà dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (séances du 30 mai 1853 et des 6 février et 21 août 1854), que je vais donner ici.

I. — *Observations faites, avec M. Charles Mathieu, à l'équatorial de Gambey.*

Si l'on diminue, au moyen d'un diaphragme, l'ouverture de la lunette employée à observer une étoile, cette étoile, au lieu de demeurer un point brillant d'où paraissent émerger des rayons lumineux, acquiert, au contraire, un disque d'autant mieux défini que l'ouverture a été rendue plus petite. Mais M. Arago s'est assuré (*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1852, page 499) que le diamètre apparent des planètes n'augmente pas comme celui des étoiles, quand ces astres sont observés avec un objectif réduit. En est-il de même pour le Soleil?

Afin de résoudre ce problème, nous avons, M. Charles Mathieu et moi, à chaque jour favorable du mois de mai 1853, observé à l'équatorial de Gambey le diamètre du Soleil, avec l'objectif libre de 100 millimètres d'ouverture, et avec des diaphragmes dont l'ouverture variait de 60 à 12 millimètres. Toutes nos séries d'observations ont été faites près du méridien dans le but de nous mettre à l'abri des erreurs

qui auraient pu naître du voisinage de l'horizon, et elles ont été assez courtes pour qu'il ne fût pas nécessaire de tenir compte de la variation de grandeur du diamètre apparent du Soleil pendant leur durée; nous avons en outre renfermé, le plus souvent, chaque observation faite avec un diaphragme entre des observations faites sans diaphragme.

Je me bornerai à rapporter nos observations du 5 mai 1853 :

|                    | SANS DIAPHRAGME.<br>Ouverture : 100 millimètres. |                                       | AVEC DIAPHRAGME.<br>Ouverture : 60 millimètres. |  |
|--------------------|--|---------------------------------------|---|--|
|                    | Liouville.                                       | Mathieu.                              | Liouville.                                      | Mathieu.                               |
| Durée du passage.. | <sup>m</sup> <sup>s</sup><br>2. 12,70            | <sup>m</sup> <sup>s</sup><br>2. 12,33 | <sup>m</sup> <sup>s</sup><br>2. 12,80           | <sup>m</sup> <sup>s</sup><br>2. 12,13: |
|                    | 12,87  | 12,44                                 | 12,83   | 12,43                                  |
|                    | 12,87  | 12,36                                 | 12,84   | 12,30                                  |
|                    |  | 12,44                                 |   | 12,44                                  |
| Moyenne.....       | 2. 12,81   | 2. 12,39                              | 2. 12,82  | 2. 12,33                               |

On voit que mon estimation du diamètre du Soleil observé avec ou sans diaphragme surpasse celle de M. Charles Mathieu dans les mêmes circonstances. Il en a été ainsi dans toutes nos séries : mes diamètres sont généralement plus grands que ceux de M. Charles Mathieu de 3 à 4 dixièmes de seconde.

Cette différence permanente entre l'estimation du diamètre du Soleil par deux astronomes opérant au même instant et dans des conditions identiques confirme d'abord d'une manière frappante la réalité de l'erreur personnelle dont M. Goujon s'est occupé. Mais de plus on voit que l'emploi des diaphragmes ne joue ici aucun rôle sensible. La différence entre mes deux diamètres observés avec et sans diaphragme dans la série citée plus haut n'est que de + 0<sup>s</sup>,01, et pour M. Charles Mathieu de - 0<sup>s</sup>,06, ou 0<sup>s</sup>,00 en ne tenant pas compte de l'observation marquée douteuse; il ne s'agit plus ici que de centièmes de seconde.

Le tableau suivant offre du reste la comparaison des diamètres que nous avons obtenus avec diverses ouvertures; il contient, pour chaque diaphragme, la moyenne des différences entre le diamètre observé

avec ce diaphragme et le diamètre  $D$  trouvé *au même moment* sans diaphragme.

|                           | OUVERTURE.       | DURÉE DU PASSAGE OBSERVÉ. |               |
|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------|
|                           |                  | C. Mathieu.               | E. Liouville. |
| Sans diaphragme.....      | 100 millimètres. | $D$                       | $D$           |
| Premier diaphragme.....   | 60 millimètres.  | $D - 0,08$                | $D - 0,03$    |
| Deuxième diaphragme.....  | 41 millimètres.  | $D + 0,01$                | $D - 0,05$    |
| Troisième diaphragme..... | 24 millimètres.  | $D + 0,07$                | $D - 0,05$    |
| Quatrième diaphragme..... | 12 millimètres.  | $D + 0,02$                | $D + 0,00$    |

Ces petites différences entre les durées de passage obtenues avec les diverses ouvertures n'offrent aucune continuité; elles restent, d'ailleurs, dans les limites des erreurs accidentelles d'observation. Il résulte donc de nos expériences, que les diaphragmes n'ont point d'influence sensible sur la grandeur apparente du disque du Soleil, du moins tant que l'on se renferme dans les limites qu'exigent la netteté de l'image et la possibilité de l'observation complète.

## II. — Observations faites à la lunette méridienne de Gambey.

J'ai désiré cependant soumettre à une nouvelle vérification les résultats précédents, ou plutôt j'ai voulu continuer un travail que j'avais entrepris sur le même sujet dès le mois de mars 1853. Cette fois, je me suis servi de la lunette méridienne de Gambey et des deux diaphragmes qui y sont attachés, dont les ouvertures sont respectivement de 71 et 35 millimètres, l'objectif libre ayant 152 millimètres. Les observations méridiennes étant susceptibles d'une bien plus grande précision, j'en ai préféré l'emploi, quoiqu'elles ne me permettent plus de faire usage d'un nombre aussi varié d'ouvertures.

Afin d'éliminer autant que possible les erreurs qui pouvaient provenir d'un changement dans ma manière d'estimer le diamètre du Soleil, j'ai eu soin d'entremêler les observations faites sans diaphragme et celles faites avec les ouvertures de 35 et 71 millimètres. Le diamètre du Soleil observé avec l'objectif libre m'a servi, comme précédemment, de terme final de comparaison; mais pour ramener à ce

diamètre normal les diamètres obtenus avec les deux diaphragmes, j'ai employé comme intermédiaire les durées de passage du diamètre du Soleil au méridien inscrites pour chaque jour de l'année dans le *Nautical Almanac* ; j'ai pu le faire sans inconvénient, le diamètre déduit de mes observations étant le même, à deux centièmes de seconde près. Voici d'ailleurs le détail de ces comparaisons de diamètres directement observés aux diamètres calculés dans l'éphéméride anglaise :

SANS DIAPHRAGME (Ouverture : 152 millimètres).

| DATES.         | DURÉE<br>du<br>passage observé. | <i>Nautical Almanac.</i>  | EXCÈS                                     |
|----------------|---------------------------------|---------------------------|---|
|                |                                 |                           | de la première valeur<br>sur la deuxième. |
|                | <sup>m</sup> <sup>s</sup>       | <sup>m</sup> <sup>s</sup> | <sup>s</sup>                              |
| 1853. Mars 27  | 2. 8,90                         | 2. 8,90                   | 0,00                                      |
| Avril 4        | 2. 9,16                         | 2. 9,08                   | + 0,08                                    |
| 19             | 2. 10,48                        | 2. 10,42                  | + 0,06                                    |
| Mai 5          | 2. 12,62                        | 2. 12,72                  | - 0,10                                    |
| 15             | 2. 14,44                        | 2. 14,38                  | + 0,06                                    |
| Sept. 20       | 2. 8,24                         | 2. 8,14                   | + 0,10                                    |
| 21             | 2. 8,24                         | 2. 8,16                   | + 0,08                                    |
| Oct. 9         | 2. 9,46                         | 2. 9,62                   | - 0,16                                    |
| 10             | 2. 9,64                         | 2. 9,76                   | - 0,12                                    |
| 14             | 2. 10,30                        | 2. 10,36                  | - 0,06                                    |
| 21             | 2. 11,52                        | 2. 11,58                  | - 0,06                                    |
| 22             | 2. 11,58                        | 2. 11,78                  | - 0,20                                    |
| 25             | 2. 12,30                        | 2. 12,38                  | - 0,08                                    |
| 26             | 2. 12,52                        | 2. 12,60                  | - 0,08                                    |
| 27             | 2. 12,82                        | 2. 12,82                  | 0,00                                      |
| 30             | 2. 13,56                        | 2. 13,48                  | + 0,08                                    |
| Nov. 5         | 2. 15,12                        | 2. 14,86                  | + 0,26                                    |
| 12             | 2. 16,58                        | 2. 16,54                  | + 0,04                                    |
| 25             | 2. 19,64                        | 2. 19,48                  | + 0,16                                    |
| Déc. 20        | 2. 22,49                        | 2. 22,56                  | - 0,07                                    |
| 29             | 2. 22,70:                       | 2. 22,38                  | + 0,32:                                   |
| 31             | 2. 22,32                        | 2. 22,24                  | + 0,08                                    |
| 1854. Janv. 16 | 2. 20,02                        | 2. 20,00                  | + 0,02                                    |
| 26             | 2. 17,90                        | 2. 17,88                  | + 0,02                                    |
|                |                                 | Moyenne.                  | = + 0,02                                  |

PREMIER DIAPHRAGME (Ouverture : 71 millimètres).

| DATES.        | DURÉE<br>du<br>passage observé. |       | <i>Nautical Almanac.</i> | EXCÈS<br>de la première valeur<br>sur la deuxième. |        |
|---------------|---------------------------------|-------|--------------------------|--|--------|
|               | m                               | s     |                          |  | m      |
| 1853. Mars. 1 | 2.                              | 10,68 | 2.                       | 10,78  | - 0,10 |
| 10            | 2.                              | 9,86  | 2.                       | 9,68   | + 0,18 |
| 11            | 2.                              | 9,60  | 2.                       | 9,58   | + 0,02 |
| 12            | 2.                              | 9,32  | 2.                       | 9,48   | - 0,16 |
| 18            | 2.                              | 8,94  | 2.                       | 9,08   | - 0,14 |
| 19            | 2.                              | 9,02  | 2.                       | 9,04   | - 0,02 |
| 20            | 2.                              | 9,04  | 2.                       | 9,00   | + 0,04 |
| 22            | 2.                              | 8,98  | 2.                       | 8,94   | + 0,04 |
| 28            | 2.                              | 8,94  | 2.                       | 8,90   | + 0,04 |
| 29            | 2.                              | 8,92  | 2.                       | 8,92   | 0,00   |
| 30            | 2.                              | 8,94  | 2.                       | 8,92   | + 0,02 |
| Mai 27        | 2.                              | 16,04 | 2.                       | 16,20  | - 0,16 |
| Juin 14       | 2.                              | 17,88 | 2.                       | 17,82  | + 0,06 |
| 16            | 2.                              | 17,82 | 2.                       | 17,88  | - 0,06 |
| 17            | 2.                              | 18,00 | 2.                       | 17,92  | + 0,08 |
| Juill. 1      | 2.                              | 17,72 | 2.                       | 17,54  | + 0,18 |
| 6             | 2.                              | 16,98 | 2.                       | 17,10  | - 0,12 |
| 7             | 2.                              | 17,22 | 2.                       | 17,00  | + 0,22 |
| 24            | 2.                              | 14,60 | 2.                       | 14,62  | - 0,02 |
| 27            | 2.                              | 14,16 | 2.                       | 14,12  | + 0,04 |
| 31            | 2.                              | 13,44 | 2.                       | 13,44  | 0,00   |
| Août 2        | 2.                              | 13,18 | 2.                       | 13,08  | + 0,10 |
| 4             | 2.                              | 12,66 | 2.                       | 12,74  | - 0,08 |
| 7             | 2.                              | 12,12 | 2.                       | 12,22  | - 0,10 |
| 8             | 2.                              | 12,02 | 2.                       | 12,06  | - 0,04 |
| 10            | 2.                              | 11,94 | 2.                       | 11,74  | + 0,20 |
| 11            | 2.                              | 11,78 | 2.                       | 11,56  | + 0,22 |
| Sept. 3       | 2.                              | 8,72  | 2.                       | 8,64   | + 0,08 |
| 6             | 2.                              | 8,43  | 2.                       | 8,42   | + 0,01 |
| 10            | 2.                              | 8,30  | 2.                       | 8,24   | + 0,06 |
| 11            | 2.                              | 8,22  | 2.                       | 8,20   | + 0,02 |
| 12            | 2.                              | 8,10  | 2.                       | 8,16   | - 0,06 |
| 13            | 2.                              | 8,20  | 2.                       | 8,14   | + 0,06 |
| 15            | 2.                              | 7,86  | 2.                       | 8,12   | - 0,26 |
| 16            | 2.                              | 8,26  | 2.                       | 8,10   | + 0,16 |
| 17            | 2.                              | 8,00  | 2.                       | 8,12   | - 0,12 |
| 18            | 2.                              | 8,16  | 2.                       | 8,12   | + 0,04 |
| 19            | 2.                              | 8,18  | 2.                       | 8,14   | + 0,04 |
| 24            | 2.                              | 8,12  | 2.                       | 8,26   | - 0,14 |
| Déc. 25       | 2.                              | 22,76 | 2.                       | 22,54  | + 0,22 |
|               |                                 |       | Moyenne.                 | = + 0,01   |        |

SECOND DIAPHRAGME (Ouverture : 35 millimètres).

| DATES.         | DURÉE<br>du<br>passage observé. |       | <i>Nautical Almanac.</i> | EXCÈS<br>de la première valeur<br>sur la deuxième. |          |
|----------------|---------------------------------|-------|--------------------------|--|----------|
|                | m                               | s     |                          |  | m        |
| 1853. Avril 24 | 2.                              | 11,12 | 2.                       | 11,08  | + 0,04   |
| 25             | 2.                              | 11,16 | 2.                       | 11,22  | - 0,06   |
| 30             | 2.                              | 11,98 | 2.                       | 11,94  | + 0,04   |
| Mai 13         | 2.                              | 14,08 | 2.                       | 14,06  | + 0,02   |
| 23             | 2.                              | 15,68 | 2.                       | 15,64  | + 0,04   |
| Oct. 23        | 2.                              | 11,98 | 2.                       | 11,98  | 0,00     |
| 24             | 2.                              | 12,18 | 2.                       | 12,18  | 0,00     |
| Nov. 1         | 2.                              | 13,98 | 2.                       | 13,94  | + 0,04   |
| 4              | 2.                              | 14,82 | 2.                       | 14,62  | + 0,20   |
| 9              | 2.                              | 16,00 | 2.                       | 15,82  | + 0,18   |
| 17             | 2.                              | 17,58 | 2.                       | 17,72  | - 0,14   |
| Déc. 2         | 2.                              | 20,76 | 2.                       | 20,80  | - 0,04   |
| 3              | 2.                              | 21,16 | 2.                       | 20,96  | + 0,20   |
| 1854. Janv. 25 | 2.                              | 17,74 | 2.                       | 18,10  | - 0,36   |
|                |                                 |       | Moyenne.                 |  | = + 0,01 |

Le diamètre du Soleil à sa distance moyenne de la Terre, adopté dans le *Nautical Almanac*, étant de 2<sup>m</sup> 8<sup>s</sup>,24, il s'ensuit que ce même diamètre déduit de mes observations à la lunette méridienne de Gambey est de :

|                             | OUVERTURE.       | DIAMÈTRE<br>du<br>Soleil. | NOMBRE<br>des<br>observations. |
|-----------------------------|------------------|---------------------------|--------------------------------|
| Sans diaphragme. . . . .    | 152 millimètres. | <sup>m s</sup><br>2. 8,26 | 24                             |
| Premier diaphragme. . . . . | 71 millimètres.  | 2. 8,25                   | 40                             |
| Second diaphragme. . . . .  | 35 millimètres.  | 2. 8,25                   | 14                             |

La différence entre ces nombres,  $\frac{1}{100}$  de seconde, est de l'ordre des quantités dont on ne peut répondre.

Il résulte de là, comme nous l'avions déjà conclu, M. Charles Mathieu et moi, de nos observations à l'équatorial de Gambey, que l'emploi des diaphragmes n'introduit pas, pour chaque astronome, une erreur nouvelle dans l'estimation du diamètre du Soleil, et que, par conséquent, on ne saurait attribuer à cette cause la différence qui existe entre les diamètres de cet astre conclus d'observations faites par divers astronomes.

III. — *Observations faites sur le disque de la Lune avec l'équatorial de M. Brunner.*

Après avoir quitté l'Observatoire de Paris (par suite de la mort de M. Arago et de la nouvelle constitution de cet établissement scientifique), j'ai voulu, pour compléter mon travail, étendre à la Lune les expériences que j'avais faites sur le Soleil. A cet effet, j'ai employé une lunette équatoriale de 104 millimètres d'ouverture, que M. Brunner a bien voulu mettre à ma disposition. Les deux diaphragmes dont je me suis servi avaient respectivement 71 et 35 millimètres d'ouverture.

Ne pouvant que dans des circonstances exceptionnelles opérer sur le disque entier de la Lune, j'ai mesuré la distance d'une tache à l'un des bords, avec et sans diaphragme. J'ai eu soin, d'ailleurs, de renfermer les observations faites avec l'un des diaphragmes entre des observations faites à l'aide de l'objectif libre, et de ne comparer les mesures de distance d'une tache au bord, prises avec une ouverture réduite, qu'aux mesures obtenues, à la même époque, sans diaphragme. Ces expériences, répétées pendant les mois de juin, juillet et août 1854, m'ont donné les résultats suivants :

|                              | OUVERTURE.       | DURÉE<br>du<br>passage. | NOMBRE<br>des<br>observations. |
|------------------------------|------------------|-------------------------|--------------------------------|
| Sans diaphragme . . . . .    | 104 millimètres. | D                       | 55                             |
| Premier diaphragme . . . . . | 71 millimètres.  | D - 0,01                | 36                             |
| Second diaphragme . . . . .  | 35 millimètres.  | D + 0,01                | 34                             |

Ainsi, pour la Lune comme pour le Soleil, les différences sont de l'ordre des quantités dont on ne peut répondre, et l'influence des diaphragmes est insensible.

J'ajouterai, pour donner une idée de la précision à laquelle on peut arriver avec l'équatorial de M. Brunner, les observations faites le 5 juin 1854 à l'aide de cet instrument :

|                            | SANS DIAPHRAGME.<br>Ouverture : 104 millimètres. | AVEC DIAPHRAGME.<br>Ouverture : 35 millimètres. |
|----------------------------|--|---|
| Durée du passage . . . . . | <sup>m</sup> <sup>s</sup><br>1.33,44             | <sup>m</sup> <sup>s</sup><br>1.33,17            |
|                            | 1.33,20  | 1.33,36   |
|                            | 1.33,27  | 1.33,30   |
|                            | 1.33,10  | 1.33,20   |
|                            | 1.33,47  | 1.33,40   |
| Moyenne . . . . .          | 1.33,30  | 1.33,29   |

En résumé, les diamètres apparents de la Lune, du Soleil et des planètes ne changent pas quand on les observe avec une lunette à ouverture réduite; les diamètres apparents des étoiles augmentent, au contraire.

IV. — *Observations micrométriques.*

Dans toutes les observations sur le diamètre du Soleil et de la Lune que nous avons rapportées jusqu'ici, on s'est servi du temps comme mesure; je dois maintenant ajouter que des observations micrométriques sur chacun de ces astres m'ont donné les mêmes résultats. Ayant placé, lorsque l'objectif de la lunette était entièrement libre, le centre d'une tache du Soleil ou de la Lune sous le fil mobile de l'équatorial, et rendu un des bords tangent extérieurement au fil fixe, j'ai reconnu que le bord ne s'éloignait point du fil lorsque l'ouverture de la lunette était réduite ensuite au moyen d'un diaphragme: l'emploi de ce diaphragme ne diminuait donc pas la distance de la tache au bord. Rendant libre de nouveau l'objectif de la lunette, et

laissant passer un simple point lumineux de l'autre côté du fil fixe (le fil mobile cachant toujours le centre de la tache), j'ai constaté également que le point lumineux ne s'agrandissait pas lorsqu'on plaçait un diaphragme sur l'objectif; ainsi ce diaphragme n'augmentait pas la distance de la tache au bord: mais nous venons de dire qu'il ne la diminuait pas non plus; il n'exerçait donc aucune influence sur cette distance, ni, par conséquent, sur la grandeur apparente du diamètre.

