JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Expression simple du rayon de courbure géodésique d'une ligne tracée sur un ellipsoïde

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 19 (1854), p. 368.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1854_1_19__368_0>

Expression simple du rayon de courbure géodésique d'une ligne tracée sur un ellipsoïde;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Dans un article inséré au tome XVI de ce Journal, page 130, j'ai donné une formule générale pour exprimer le rayon de courbure géodésique d'une ligne tracée sur une surface quelconque ; mais voici pour le cas où la surface est un ellipsoïde une formule spéciale qui pourra être quelquefois utile.

Soient MM' la ligne proposée, MT sa tangente en M, et MS la tangente conjuguée suivant la définition de M. Ch. Dupin. Désignons par θ l'angle SMT, et par H la perpendiculaire abaissée de l'extrémité E du demi-diamètre OE, mené par le centre O de l'ellipsoïde parallèlement à MS, sur le diamètre parallèle à MT. Enfin, soient ds l'élément de la courbe, et ρ le rayon de courbure géodésique. On aura

$$\frac{1}{\rho} = \operatorname{tang} \theta \frac{d \log H}{ds}.$$

Je n'ai pas à ajouter la démonstration : elle se trouve implicitement au tome XI de ce Journal, page 23 ; la conclusion seule manquait, ou du moins il suffit de faire observer que dans la formule

$$\frac{dH}{H} = \operatorname{cotang} \theta \, d\varepsilon,$$

qu'on voit à la page citée, la signification de la quantité $d\varepsilon$ est telle que $d\varepsilon = \frac{ds}{\rho}$.