

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

FAÀ DE BRUNO

Note sur un théorème de M. Brioschi

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 19 (1854), p. 304.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1854_1_19_304_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

NOTE

SUR

UN THÉORÈME DE M. BRIOSCHI;

PAR M. FAÀ DE BRUNO.

La réciprocité des racines de l'équation

$$(1) \quad \begin{vmatrix} c_{1,1} - \lambda, & c_{1,2}, \dots, & c_{1,n} \\ c_{2,1}, & c_{2,2} - \lambda, \dots, & c_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n,1}, & c_{n,2}, \dots, & c_{n,n} - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

démontrée dernièrement par M. Brioschi dans ce Journal, page 253, peut s'établir très-simplement ainsi qu'il suit.

Multiplions le déterminant (1) par le même déterminant, où l'on supposerait $\lambda = 0$. Par suite des conditions auxquelles sont assujetties les quantités c , le produit sera

$$\begin{vmatrix} 1 - c_{1,1}\lambda, & -c_{1,2}\lambda, \dots, & -c_{1,n}\lambda \\ -c_{2,1}\lambda, & 1 - c_{2,2}\lambda, \dots, & c_{2,n}\lambda \\ \dots & \dots & \dots \\ -c_{n,1}\lambda, & c_{n,2}\lambda, \dots, & 1 - c_{n,n}\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

lequel, en posant

$$\lambda' = \frac{1}{\lambda},$$

et changeant de signe, se transformera dans le déterminant

$$\begin{vmatrix} c_{1,1} - \lambda', & c_{1,2}, \dots, & c_{1,n} \\ c_{2,1}, & c_{2,2} - \lambda', \dots, & c_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n,1}, & c_{n,2}, \dots, & c_{n,n} - \lambda' \end{vmatrix} = 0,$$

semblable au premier, ce qui prouve bien que l'équation (1) est satisfaite soit par λ , soit par $\frac{1}{\lambda}$.