JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Sur une transformation d'intégrales définies

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 18 (1853), p. 112.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1853_1_18__112_0>

Sur une transformation d'intégrales définies;

PAR M. BESGE.

Les deux intégrales définies

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\sin 2u)\cos u\,du, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 u)\cos u\,du,$$

peuvent se transformer l'une dans l'autre, ou plutôt elles sont égales entre elles, et l'on a

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\sin 2u)\cos u\,du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 u)\cos u\,du,$$

la fonction φ n'étant assujettie qu'aux conditions ordinaires qui font qu'on peut regarder les intégrales comme des sommes d'éléments.

On vérifiera aisément la formule que nous venons d'écrire, dans le cas où $\varphi(x)$ est développable en série suivant les puissances de x : il suffira de se rappeler l'équation connue

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n u \cos^{n+1} u\,du = \frac{1}{2^n}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n+1} u\,du.$$

Je pourrais ajouter une démonstration plus rigoureuse; mais toutes ces transformations d'intégrales définies n'offrent aujourd'hui que peu d'intérêt, et je crois devoir me borner au peu de mots qui précèdent.