JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Rapport sur un mémoire de M. Jules Bienaymé, Inspecteur général des Finances, concernant la probabilité des erreurs d'après la méthode des moindres carrés

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 17 (1852), p. 31-32.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1852_1_17__31_0>

RAPPORT

Sur un Mémoire de M. Jules Bienaymé, Inspecteur général des Finances, *concernant la probabilité des erreurs d'après la méthode des moindres carrés;*

Par J. LIOUVILLE.

(*Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* tome XXXIV — *Séance du* 19 *janvier* 1852.)

« L'Académie nous a chargés, M. Lamé, M. Chasles et moi, de lui rendre compte d'un Mémoire de M. Bienaymé, inspecteur général des finances, *sur la probabilité des erreurs d'après la méthode des moindres carrés.* Cette méthode célèbre, et aujourd'hui d'un très-fréquent usage, a été donnée d'abord par Legendre dans ses *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes* publiées en 1805, et, depuis, elle a été l'objet des travaux d'un grand nombre de géomètres, parmi lesquels nous citerons Laplace et M. Gauss. Elle donne aux astronomes en particulier un moyen régulier et uniforme de résoudre les équations de condition du premier degré, en plus grand nombre que les inconnues, qui se présentent à eux quand ils veulent rectifier les éléments des orbites et les masses des corps célestes. La règle est de multiplier chacune des équations de condition par le coefficient de chacune des inconnues successivement; d'ajouter les produits donnés par les coefficients de la même inconnue, ce qui fournit autant de nouvelles équations que d'inconnues; enfin de résoudre ces équations de la manière ordinaire. Les solutions, ainsi obtenues, jouissent de la propriété de ne renfermer que les moindres erreurs possibles pour une probabilité donnée. Ce n'est pas, bien entendu, un minimum absolu; c'est un minimum relatif au choix des multiplicateurs qu'on peut appliquer aux équations de condition, pour former ensuite, en les ajoutant, de nouvelles équations qui les remplacent et qui ne soient plus qu'en nombre égal à celui des inconnues. Les multiplicateurs que nous venons d'indiquer sont les plus avantageux que l'on puisse choisir.

» M. Bienaymé, dans le Mémoire dont nous rendons compte, admet ou plutôt démontre de nouveau ce beau théorème. Quand il n'y a dans les équations de condition qu'une seule inconnue, M. Bienaymé s'accorde aussi, avec les géomètres qui l'ont précédé, sur le calcul de l'erreur subsistante et de la probabilité qu'elle peut avoir. Mais, quand il y a plusieurs inconnues, la formule qu'on donne pour calculer l'erreur et la probabilité de chacune d'elles lui semble défectueuse, comme ne fournissant que l'erreur et la probabilité que l'inconnue dont on s'occupe pourrait avoir si elle était seule, et quelque grandes que fussent les erreurs des autres inconnues. « Or, dit » M. Bienaymé, un des premiers principes de la théorie des probabilités, c'est que, » quand plusieurs événements arrivent simultanément, la probabilité du concours de » ces événements est le produit des probabilités de chacun; de sorte que la probabilité » de ce concours est inférieure à la probabilité de chaque événement pris à part, et » elle est d'autant plus petite qu'il y a plus d'événements. Évidemment, il en est de » même des erreurs de plusieurs inconnues: la probabilité que ces erreurs restent » toutes à la fois dans certaines limites, ne peut être que le produit des probabilités » séparées que chacune ne s'écarte pas de ses limites propres; et, par conséquent, » cette probabilité du concours des erreurs de grandeur limitée doit être notablement » inférieure à la probabilité des limites de chaque erreur considérée isolément, quelles » que puissent être les autres. C'est donc une défectuosité que d'assigner comme pro- » babilité de l'erreur d'une inconnue faisant partie d'un système à déterminer, celle » qu'elle aurait si elle était seule, au lieu de donner des règles pour calculer la pro- » babilité de l'ensemble des erreurs du système, qui ne peuvent, en réalité, être iso- » lées les unes des autres. »

» Le point de vue nouveau où s'est placé M. Bienaymé a dû naturellement le conduire à des calculs nouveaux aussi et plus compliqués. L'auteur s'en est tiré avec beaucoup d'adresse et de talent; on voit qu'il est au courant de tous les progrès, même de détail, que les sciences mathématiques ont pu faire dans ces derniers temps. Indépendamment même de toute idée d'application aux grandes questions de philosophie naturelle, les géomètres liraient encore son Mémoire avec intérêt. Mais le calcul des probabilités, auquel se rattachent les noms imposants de Pascal, de Fermat, de Huyghens, de Jacques Bernoulli, de Laplace, de Fourier, de Poisson, etc., n'est pas une pure spéculation abstraite. Restreint à de justes limites, il est pratiquement utile. On en a souvent abusé, il est vrai: ce n'est pas une raison d'en proscrire l'usage.

» En résumé, nous pensons que le Mémoire de M. Bienaymé est très-digne d'être approuvé par l'Académie, et d'être inséré dans le *Recueil des Savants étrangers.* »

Les conclusions de ce Rapport ont été adoptées.

PARIS. — IMPRIMERIE DE BACHELIER,
rue du Jardinet, 12.