JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème sur l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 = \lambda\left(d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2\right)$

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 15 (1850), p. 103.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1850_1_15__103_0>

THÉORÈME SUR L'ÉQUATION

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = \lambda(d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2);$$

Par J. LIOUVILLE.

La transformation par rayons vecteurs réciproques, dont M. William Thomson s'est servi avec tant de succès dans ses Recherches de Physique mathématique, fournit, comme on sait, une solution de l'équation

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = \lambda(d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2),$$

où λ, x, y, z sont fonctions des variables indépendantes α, β, γ, et de laquelle dépend la représentation *géographique* des corps dans l'espace, dont j'ai dit un mot à la page 220 du tome XIII de ce Journal. J'ajoute ici que l'équation citée *ne comporte aucune autre solution*, en comprenant, bien entendu, comme on le peut, dans la généralité des formules, les valeurs de x, y, z, linéaires en α, β, γ, qui s'offrent d'elles-mêmes lorsque λ est une constante; théorème important et qui remplit une lacune dans la science.

Le principe sur lequel je m'appuie pour établir ce théorème (principe consistant en ce que l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 = du^2 + dv^2 + dw^2$ ne donne pour x, y, z que des valeurs linéaires en u, v, w) m'a aussi permis de simplifier, sans en changer en rien l'esprit, et pour ainsi dire en y supprimant seulement des détails superflus, la démonstration de M. Lamé pour les surfaces orthogonales isothermes (tome VIII, page 397) : cette démonstration pourra désormais être comparée sans désavantage à celle toute différente de M. Bonnet (tome XIV, page 401).