JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

MICHAEL ROBERTS

Extraits de deux lettres adressées à M. Liouville

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 12 (1847), p. 491-492.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1847_1_12__491_0>

EXTRAITS DE DEUX LETTRES ADRESSÉES A M. LIOUVILLE;

PAR M. MICHAEL **ROBERTS**.

« Dublin, le 29 décembre 1846.

» . . . . . Les théorèmes suivants, qui concernent les lignes géodésiques sur l'ellipsoïde, quoiqu'ils soient bien simples et n'exigent aucun calcul, seront, je l'espère, dignes de votre attention.

» J'ai déjà fait remarquer, dans un Mémoire dont vous m'avez fait l'honneur de communiquer les résultats à l'Académie des Sciences, que les lignes géodésiques qui passent par un ombilic passent aussi par l'ombilic opposé. On voit de plus, en ayant égard à la symétrie de la surface, que, si deux de ces lignes forment entre elles au premier ombilic un certain angle, elles se rencontreront encore sous le même angle à l'autre ombilic.

» Par une conséquence facile :

» 1°. Le triangle géodésique, dont les points angulaires sont les ombilics contigus situés aux côtés opposés de l'axe *minimum*, et un point quelconque de la section contenant l'axe *moyen* et l'axe *maximum* de la surface, aura deux angles droits pour la somme de ses angles a la base.

» La somme de ses côtés sera la demi-circonférence de la section principale perpendiculaire à l'axe moyen.

» Il est évident que cette propriété a son analogue dans la géométrie sphérique.

» 2°. Si d'un ombilic nous tirons une ligne géodésique qui forme un angle droit avec la section de la surface qui passe par les ombilics, cette ligne passera par l'extrémité de l'axe *moyen* de la surface.

» Il suit de là qu'on peut passer sur la surface d'une des extrémités de l'axe *moyen* à l'autre par trois chemins géodésiques distincts, dont les longueurs sont les demi-circonférences des sections principales de la surface. »

« Dublin, le 29 janvier 1847.

» ... J'ai l'honneur de vous envoyer quelques théorèmes nouveaux sur les lignes géodésiques de l'ellipsoïde, qui, je l'espère, mériteront votre attention [*]. Les résultats principaux auxquels je suis arrivé consistent dans la forme sous laquelle j'ai mis l'intégrale seconde de l'équation de la ligne géodésique, qui passe par un ombilic, en exprimant la constante arbitraire en fonction de l'angle que cette ligne forme avec la section principale de la surface contenant les ombilics; et aussi dans la découverte d'une fonction d'une ligne géodésique issue d'un ombilic, et terminée par un point (μ, ν), qui paraît être analogue au sinus d'un arc circulaire. La simplicité des résultats que je viens de trouver et leur analogie avec les propriétés des sections coniques donnent lieu d'espérer qu'une discussion approfondie des arcs des lignes de courbure jettera quelque jour sur les intégrales abéliennes, qui se rencontrent dans cette partie des mathématiques. Il est bien probable que les fonctions algébriques par lesquelles la comparaison des arcs des lignes de courbure s'effectue, comme cela a été démontré théoriquement par Abel, s'expriment avec simplicité en fonction de quelques lignes remarquables, liées avec la géométrie de la surface. »

---

[*] Le Mémoire dont M. Michaël Roberts parle ici, mais auquel il a fait depuis quelques changements qui en ont prolongé l'impression, paraîtra dans le prochain cahier. (J. L.)