JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur une classe d'équations du premier degré

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 11 (1846), p. 466-467.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1846_1_11__466_0>

SUR UNE CLASSE D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ ;

PAR J. LIOUVILLE.

Ayant n équations de la forme

$$\frac{a}{K-A} + \frac{b}{K-B} + \frac{c}{K-C} + \ldots = 1,$$

$$\frac{a}{K_1-A} + \frac{b}{K_1-B} + \frac{c}{K_1-C} + \ldots = 1,$$

$$\frac{a}{K_2-A} + \frac{b}{K_2-B} + \frac{c}{K_2-C} + \ldots = 1,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

on propose d'en tirer les valeurs des n inconnues a, b, c,....

M. J. Binet a résolu cette question d'une manière simple dans une Note imprimée au tome II de ce Journal (page 248). Mais le procédé suivant est peut-être plus rapide encore.

On peut regarder les n quantités K, K_1, K_2,... comme étant les racines de l'équation unique

$$\frac{a}{K-A} + \frac{b}{K-B} + \frac{c}{K-C} + \ldots = 1,$$

qui est de degré n par rapport à K. En posant donc

$$K = A - t,$$

on en conclura que les différences

$$A - K, \quad A - K_1, \quad A - K_2, \ldots,$$

sont les valeurs des racines t de

$$1 + \frac{a}{t} + \frac{b}{t+B-A} + \frac{c}{t+C-A} + \ldots = 0.$$

Or, en chassant les dénominateurs pour réduire cette équation à la forme ordinaire, $t^n + \ldots = 0$, on voit sans calcul que le terme indépendant de t est égal à

$$a.(B - A)(C - A)\ldots.$$

En le comparant au produit des racines, on a, par suite,

$$(A - K)(A - K_1)(A - K_2)\ldots = (-1)^n . a.(B - A)(C - A)\ldots,$$

d'où

$$a = -\frac{(A - K)(A - K_1)(A - K_2)\ldots}{(A - B)(A - C)\ldots},$$

comme l'a trouvé M. Binet. De simples changements de lettres donneront ensuite les expressions de b, c,....

Nota. Je reçois à l'instant un Mémoire de M. Chelini, dans lequel se trouve la même méthode. Si je l'avais connu plus tôt, je n'aurais pas fait imprimer le présent article, que je conserve néanmoins maintenant, parce qu'après tout il peut être utile à ceux de nos lecteurs qui ne connaîtraient pas le travail de M. Chelini.