JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur les rayons de courbure des courbes géométriques

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 9 (1844), p. 435.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1844_1_9__435_0>

SUR LES RAYONS DE COURBURE DES COURBES GÉOMÉTRIQUES;

Par J. LIOUVILLE.

Dans le tome VI de ce Journal (page 403), j'ai démontré un théorème de géométrie plane dont voici l'énoncé : « Si par les points d'intersection d'un cercle donné et d'une courbe géométrique on mène » des normales à la courbe et qu'on les prolonge jusqu'à leur rencontre avec une transversale quelconque passant par le centre du » cercle, la somme des valeurs inverses des segments compris entre » ce centre et les pieds des normales sera égale à zéro. » Admettons maintenant que le cercle dont il s'agit soit tangent à la courbe en un point M, et prenons pour transversale la droite MO qui passe par le point M et par le centre O et qui est ainsi perpendiculaire à la courbe. Le cercle doit être considéré comme ayant en M avec la courbe deux points communs infiniment voisins, et les segments qui répondent aux normales menées par ces points ont tous deux pour valeur la distance OC du point O au centre de courbure C relatif au point M. Le théorème précédent fournira donc entre OC et les segments relatifs à tous les autres points de rencontre du cercle avec la courbe géométrique une relation très-simple qui fera connaître cette quantité, et, par suite, le rayon de courbure MC. Pour que cette remarque puisse donner lieu à une construction géométrique actuelle, il faut, bien entendu, que tous les points d'intersection de la courbe et du cercle soient réels, en sorte que le degré de cette courbe étant m, il y ait, outre le point de contact M, d'autres points de rencontre en nombre $(2m-2)$. Cela étant, soient menées les normales à la courbe en ces $(2m-2)$ points, et soient P,..., Q les pieds des normales qui se trouvent sur la droite OC du même côté que C, tandis que les pieds $p,\ldots, q$ des autres normales seront du côté opposé. On aura

$$\frac{2}{\mathrm{OC}} = \frac{1}{\mathrm{O}p} + \ldots + \frac{1}{\mathrm{O}q} - \frac{1}{\mathrm{OP}} - \ldots - \frac{1}{\mathrm{OQ}}.$$

Telle est la formule qui fera connaître OC.