JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

M. CHASLES

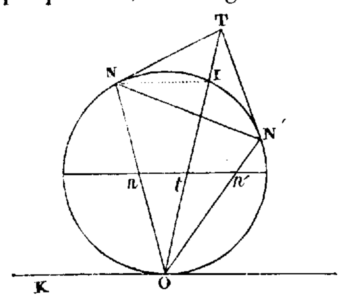
Sur une propriété de la projection stéréographique

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 7 (1842), p. 272.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1842_1_7__272_0>

SUR UNE PROPRIÉTÉ DE LA PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE;

PAR M. CHASLES.

Dans la construction des cartes, suivant la projection stéréographique, on a à déterminer le centre du cercle qui représente en projection un cercle de la sphère. On construit ce centre en faisant usage de trois points par lesquels passe le cercle. Cette construction peut se faire plus simplement au moyen du théorème suivant, qui constitue une troisième propriété de la projection stéréographique, dont les deux propriétés, en usage dans la construction des cartes, sont bien connues.



THÉORÈME. *Le centre du cercle* nn' *qui représente en projection un cercle* NN' *de la sphère, est la projection du sommet du cône circonscrit à la sphère suivant le cercle* NN'.

Il faut prouver que $nt = n't$.

On a, dans le triangle nOt, $\dfrac{nt}{tO} = \dfrac{\sin nOt}{\sin tnO}$;

et dans le triangle NTI, $\dfrac{\mathrm{TI}}{\mathrm{TN}} = \dfrac{\sin \mathrm{TNI}}{\sin \mathrm{TIN}}$.

Or $\sin \mathrm{TNI} = \sin nOt$; $\sin \mathrm{TIN} = \sin \mathrm{NIO} = \sin \mathrm{NOK} = \sin tnO$.

Donc $$\frac{nt}{tO} = \frac{\mathrm{TI}}{\mathrm{TN}}.$$

On a semblablement $$\frac{n't}{tO} = \frac{\mathrm{TI}}{\mathrm{TN'}}.$$

Mais $\mathrm{TN} = \mathrm{TN'}$. Donc $nt = n't$. *C. Q. F. D.*

Cette démonstration est plus propre à entrer dans l'enseignement de la construction des cartes, que celles que j'ai données antérieurement du même théorème, et dont l'une est analytique, l'autre fondée sur la théorie des transversales. Il est inutile de rappeler ici que le théorème s'applique à une surface du deuxième degré quelconque et qu'on l'emploie utilement pour la démonstration d'un grand nombre de propositions de géométrie plane. (Voir les *Annales de Mathématiques*.)