JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

JACOBI

Lettre adressée à M. le Président de l'Académie des sciences

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 5 (1840), p. 350-351.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1840_1_5__350_0>

LETTRE

ADRESSÉE A M. LE PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES;

Par M. JACOBI [*].

M. de Humboldt vient de me communiquer un fragment d'une Notice biographique sur M. Poisson, dont la lecture m'a donné envie d'adresser à vous, Monsieur, et à votre illustre Académie, quelques remarques sur la plus profonde découverte de M. Poisson, mais qui, je crois, n'a été bien comprise ni par Lagrange, ni par les nombreux géomètres qui l'ont citée, ni par son auteur lui-même. Le théorème dont je parle me semble être le plus important de la mécanique et de cette partie du calcul intégral qui s'attache à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires; toutefois, on ne le trouve ni dans les Traités de calcul intégral, ni dans la *Mécanique analytique*. Comme ce théorème ne servait qu'à établir une autre proposition dont Lagrange avait donné une démonstration plus simple, celui-ci n'en parlait dans sa *Mécanique analytique* que comme d'une preuve d'une grande force analytique, sans trouver nécessaire de le faire entrer dans cet ouvrage. Et depuis, tout le monde ne le regardant que comme un théorème auxiliaire remarquable par la difficulté de le prouver, et personne ne l'examinant en lui-même, ce théorème vraiment prodigieux, et jusqu'ici sans exemple, est resté en même temps découvert et caché.

Le théorème en question, énoncé convenablement, est le suivant :

« Un nombre quelconque de points matériels étant tirés par des
» forces et soumis à des conditions telles, que le principe de la conser-
» vation des forces vives ait lieu, si l'on connaît, outre l'intégrale [**]

---

[*] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, tome XI, page 529.

[**] Je nomme intégrale une équation $u = const.$ telle que sa différentielle $du = 0$ soit vérifiée identiquement par le système des équations différentielles proposées, sans avoir recours en aucune façon aux équations intégrales.

» fournie par ce principe, deux autres intégrales, on en peut déduire » une troisième d'une manière directe et sans même employer des qua- » dratures. »

En poursuivant le même procédé on pourra trouver une quatrième, une cinquième intégrale, et, en général, on parviendra de cette manière à déduire des deux intégrales données toutes les intégrales, ou, ce qui revient au même, l'intégration complète du problème. Dans des cas particuliers, on retombera sur une combinaison des intégrales déjà trouvées, avant qu'on soit parvenu à toutes les intégrales du problème, mais alors les deux intégrales données jouissent de propriétés particulières desquelles on peut tirer un autre profit pour l'intégration des équations dynamiques proposées. C'est ce qu'on verra dans un ouvrage auquel je travaille depuis plusieurs années, et dont peut-être je pourrai bientôt faire commencer l'impression.