

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

TERQUEM

Extrait d'une lettre de M. Terquem à M. Liouville

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 2 (1837), p. 36.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1837_1_2_36_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

Extrait d'une lettre de M. TERQUEM à M. LIOUVILLE.

« Il me semble que dans la discussion générale des courbes du second ordre, nos auteurs élémentaires négligent à tort un cas assez important : c'est celui où $B^2 - 4AC$ devient $\pm \infty$: alors l'ellipse se réduit à une droite de grandeur finie ou à deux droites parallèles, et l'hyperbole à une droite illimitée ou à deux droites parallèles. On a égard à cette réduction dans la *Mécanique Céleste* (liv. II, p. 197, à la fin du n° 27). Elle se présente aussi dans la discussion de la surface qu'on obtient, lorsque dans l'équation générale en x, y , on considère les cinq coefficients comme des fonctions données d'une troisième variable. Quelles que soient ces fonctions, les sections parallèles au plan xy , sont des coniques dont la construction exige que l'on admette l'équation $B^2 - 4AC = \pm \infty$. L'omission de cette équation entraîne d'autres imperfections : ainsi l'on dit que la parabole est la limite d'une ellipse variable qui a un sommet et un foyer voisins fixes, et dont le centre décrit une droite en s'éloignant du foyer fixe ; mais si le centre s'en approche, en prenant la direction opposée, on obtient successivement un cercle, une droite limitée, une hyperbole qui coupe la parabole limite, ensuite une droite tangente à cette parabole, et finalement une série d'hyperboles extérieures à la parabole et qui vont sans cesse en se rétrécissant et finissent par se confondre avec cette courbe, de sorte que la parabole doit être considérée comme ayant à l'infini deux centres, l'un dans son intérieur et l'autre à l'extérieur. Cette considération est souvent utile pour se rendre compte de diverses transitions de fonctions : on peut s'en servir aussi pour démontrer que des deux paramètres qui correspondent à un système de diamètres conjugués, l'un reste fini et l'autre devient infini lorsque l'ellipse ou l'hyperbole deviennent des paraboles ; on ne démontre ordinairement cette proposition que pour les axes principaux. »

Paris, 4 octobre 1836.
