JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

PAUL BRETON

Sur la mesure de la surface convexe d'un prisme ou d'un cylindre tronqué

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 2 (1837), p. 133-134.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1837_1_2__133_0>

Sur la mesure de la surface convexe d'un prisme ou d'un cylindre tronqué;

PAR M. PAUL BRETON,

Élève ingénieur des Ponts-et-Chaussées.

La surface convexe d'un prisme ou d'un cylindre terminé par deux plans non parallèles a pour mesure *le produit de la longueur de la section droite par la parallèle aux arètes qui passe par le centre de gravité du contour de cette section et se termine aux deux bases.*

En effet, soient B_1, B_0 les deux bases, et concevons la surface prolongée jusqu'à la rencontre d'un plan perpendiculaire aux arètes, lequel détermine la section B qui prend le nom de *section droite.*

La surface qui s'étend de B_1 à B se compose de trapèzes dont chacun a pour mesure le produit de celui de ses côtés qui fait partie de B par sa distance au milieu du côté qui lui correspond sur B_1; cette surface a donc pour expression la somme des produits des côtés de B par les parallèles à une même direction menées des milieux de ces côtés à un même plan B_1; et l'on démontre *en Statique* que cette somme de produits est égale au produit du contour de B par la parallèle à la même direction, menée de son centre de gravité au même plan B_1. On ferait voir de la même manière que la surface comprise entre B_0 et B a pour mesure une expression semblable. La différence entre les surfaces que nous venons de mesurer, et qui est la surface proposée elle-même, est donc égale au produit du contour de la section droite par la longueur de la parallèle aux arètes menée de son centre de gravité jusqu'aux deux bases. Ce qui est le théorème énoncé.

REMARQUES.

I. Si les plans des deux bases se coupaient dans l'intérieur du prisme, on n'obtiendrait par la proposition précédente que la différence des aires interceptées par les angles opposés de ces plans. Il faut pour en avoir la somme appliquer la proposition à chacune des portions séparément, en cherchant le centre de gravité de l'arc de section droite auquel elle correspond.

II. Lorsque la section droite a un centre, toutes les autres sections en ont un aussi, et la parallèle aux arètes menée par le centre de la section droite passe par les centres de gravité des deux bases; dans le cas contraire, on ne peut plus affirmer que la parallèle aux arètes menée du centre de gravité du contour de la section droite aux deux bases soit la distance des centres de gravité de leurs contours. Cela est facile à vérifier en prenant un prisme triangulaire pour exemple.

III. La proposition qui fait le sujet de cet article est l'analogue d'une proposition connue et qui s'énonce ordinairement ainsi :

Le volume d'un prisme ou d'un cylindre à bases planes non-parallèles, a pour mesure le produit de l'aire de l'une d'elles par la distance de celle-ci au centre de gravité de la surface de l'autre.

L'analogie dont il s'agit devient parfaite en énonçant la proposition de la manière suivante :

Le volume d'un prisme ou d'un cylindre terminé par deux plans non-parallèles, a pour mesure le produit de l'aire de la section droite par la parallèle aux arètes qui passe par le centre de gravité de cette section et se termine aux deux bases.