GROUPE DE TRAVAIL D'ANALYSE ULTRAMÉTRIQUE

HERNANDO ENRIQUE SIERRA-MORALES

Les polynômes d'Hecke. Théorie p-adique

Groupe de travail d'analyse ultramétrique, tome 12, nº 1 (1984-1985), exp. nº 1, p. 1-16
<http://www.numdam.org/item?id=GAU_1984-1985__12_1_A1_0>

LES POLYNÔMES D'HECKE. THÉORIE p-ADIQUE
(d'après B. DWORK et A. ADOLPHSON)

par Hernando Enrique SIERRA-MORALES (*)

Soit p un nombre premier, $p \geqslant 3$. Soit $\underset{\sim}{C}_p$ la complétion de la clôture algébrique du corps des nombres rationnels p-adiques. Soit $\underset{\sim}{F}_\infty$ la clôture algébrique du corps $\underset{\sim}{F}_p$. Soit $\bar{\lambda} \in \underset{\sim}{F}_p$, $\bar{\lambda} \neq 0$, 1. On note par s l'ordre de $\bar{\lambda}$, c'est-à-dire

$$s = \mathrm{ord}(\bar{\lambda}) = \inf\{s \in \underset{\sim}{N} ; \ \bar{\lambda} \in \underset{\sim}{F}_{p^s}\} .$$

On considère la famille de courbes elliptiques de Legendre définies sur le corps $\underset{\sim}{F}_{p^s}$ et d'équation affine E_λ

$$(0.1) \qquad E_\lambda : y^2 - x(x - 1)(x - \lambda x) = 0 .$$

Il est bien connu que la fonction zéta associée à cette famille de courbes est de la forme

$$(0.2) \qquad Z(\bar{\lambda}, T) = \frac{(1 - \pi_1(\bar{\lambda})\, T)(1 - \pi_2(\bar{\lambda})\, T)}{(1 - p^s\, T)} .$$

On va étudier l'expression

$$(0.3) \qquad H_k(T) = \prod_{s\geqslant 1} \prod_{\substack{\mathrm{ord}(\bar{\lambda})=s \\ \bar{\lambda}\neq 0,1}} \Big[\prod_{j=0}^{k} (1 - \pi_1(\bar{\lambda})^j\, \pi_2(\bar{\lambda})^{k-j}\, T^s)\Big]^{-1/s} .$$

IHARA [Ih-1] a démontré que de telles expressions sont reliées aux polynômes d'Hecke. Par la suite, DWORK [Dw-1] a montré que H_k pouvait s'interpréter à l'aide de ses cohomologies p-adiques, et ADOLPHSON [Ad-1] a mené à bien le programme de DWORK pour calculer le degré des polynômes H_k et établir leur équation fonctionnelle.

La variation de la cohomologie de E_λ est commandée par l'équation différentielle de la fonction hypergéométrique ${}_2F_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \lambda)$. Ici, au lieu de travailler avec l'opérateur différentiel d'ordre 2 associé à ${}_2F_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \lambda)$ comme DWORK et ADOLPHSON, nous travaillerons avec le système différentiel d'ordre 1 associé. Ceci simplifie l'exposition et permet d'éviter le recours au relèvement excellent de Frobenius et permet de ne pas avoir à exclure les classes supersingulières. Nous allons

(*) Hernando Enrique SIERRA-MORALES, Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75231 PARIS CEDEX 05.

(i) démontrer que H_k est un polynôme,

(ii) déterminer le degré de H_k ,

(iii) établir l'équation fonctionnelle.

Je remercie vivement Philippe ROBBA qui m'a guidé dans ce travail.

1. Etude de la fonction zéta à l'aide des cohomologies de Dwork.

(1.1) Cohomologie rationnelle. - Soit λ le relèvement de Teichmüller de $\bar{\lambda}$, noté $\lambda := \text{Teich}(\bar{\lambda})$.

Soit $\mathcal{L}_\lambda := \underset{\sim}{C}_p[x , \frac{1}{x} , \frac{1}{x-1} , \frac{1}{x - \frac{1}{\lambda}}]$ l'espace des fonctions rationnelles avec ses pôles uniquement en 0 , 1 , $\frac{1}{\lambda}$ et ∞ .

Soit F_λ la fonction définie par $F_\lambda(x) := \sqrt{x(1-x)(1-\lambda x)}$.

On considère le complexe de De Rham (C_λ)

$$(C_\lambda) \qquad 0 \longrightarrow F_\lambda(x)\ \mathcal{L}_\lambda \overset{d}{\longrightarrow} F_\lambda(x)\ \mathcal{L}_\lambda\ dx \longrightarrow 0$$

où d désigne la différentiation

$$d(F_\lambda(x)\ u(x)) = \frac{\partial}{\partial x}(F_\lambda(x)\ u(x))\ dx \ .$$

Alors, d'après [Dw-3], $W = F_\lambda(x)\ \mathcal{L}_\lambda\ dx/d\ F_\lambda(x)\ \mathcal{L}_\lambda$ est un $\underset{\sim}{C}_p(\lambda)$-module différentiel libre de rang 2 , avec une base (pour la cohomologie rationnelle)

$$w_1(\lambda) = [F_\lambda(x)\ dx] \ , \quad w_2 = [F_\lambda(x)\ \frac{dx}{1-x}]$$

où $[F_\lambda(x)\ u(x)\ dx]$ désigne l'image de la forme différentielle $F_\lambda(x)\ u(x)\ dx$ dans l'espace quotient W .

(1.2) Cohomologie analytique. - Soit

$$A_\lambda := B(0\ , 1^+) - (B(0\ , 1^-) \cup B(1\ , 1^-) \cup B(\tfrac{1}{\lambda}\ , 1^-))$$

où $B(c\ , 1^+)$ est le disque fermé de centre c et de rayon 1 , et $B(c\ , 1^-)$ est le disque ouvert de centre c et de rayon 1 .

Soit $\mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)$ l'algèbre de Banach des fonctions analytiques p-adiques sur A_λ surconvergentes.

On considère le complexe de De Rham (C_λ)

$$(C_\lambda) \qquad 0 \longrightarrow F_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda) \overset{d}{\longrightarrow} F_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)\ dx \longrightarrow 0 \ .$$

On utilisera librement les résultats de [Ro-1], [Ro-2] et [Ad-2]. Il en résulte en particulier que la cohomologie analytique et la cohomologie rationnelle coincident

$$W \simeq F_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)\ dx/dF_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda) \ .$$

(1.3) Expression de la fonction zéta. - Si $\operatorname{ord}(\bar{\lambda}) = s$, $\lambda^{p^s} = \lambda$, et du fait que

$$\frac{F_\lambda(x^{p^s})}{F_\lambda(x)} \in \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda) ,$$

on sait, d'après [Dw-3], définir les applications Dwork $Dw^0_{p^s}$, $Dw^1_{p^s}$ telles que

$$Dw^0_{p^s} \circ Frob^0_{p^s} = p^s \text{ Identité,}$$

$$Dw^1_{p^s} \circ Frob^1_{p^s} = p^s \text{ Identité,}$$

où $Frob^0_{p^s}$ et $Frob^1_{p^s}$, sont les applications Frobenius sur le complexe de De Rham (C_λ) (voir [Dw-3], [Ro-4]; [Ro-1]).

Ainsi, par passage au quotient, il existe une application $\alpha^{(s)}$

(1.3.1) $$\alpha^{(s)} : W \dashrightarrow W$$

telle que le numérateur de la fonction zéta est

(1.3.2) $$\det(1 - T\,\alpha^{(s)}) = (1 - \pi_1(\bar{\lambda})\,T)(1 - \pi_2(\bar{\lambda})\,T) .$$

2. Variation de la cohomologie.

(2.1) Système différentiel associé à ${}_2F_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \lambda)$. - On considère maintenant λ comme une variable, et $\underset{\sim}{C}_p[\lambda , \frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\lambda - 1}]$ comme l'espace de constantes. Ainsi le module différentiel W ,

$$W = (F_\lambda(x)\ \mathcal{L}_\lambda\ \mathbf{dx}/dF_\lambda(x)\ \mathcal{L}_\lambda)_\lambda \simeq F_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)\ \mathbf{dx}/dF_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)$$

peut être considéré comme un module différentiel libre de rang fini égal à 2 sur $\underset{\sim}{C}_p[\lambda , \frac{1}{\lambda} , \frac{1}{\lambda - 1}]$, la dérivation sur W étant obtenue par passage au quotient de l'application $\frac{\partial}{\partial\lambda}$ sur $F_\lambda(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)\ dx$. (Car $\frac{\partial}{\partial\lambda} \circ d = d \circ \frac{\partial}{\partial\lambda}$ et donc $\frac{\partial}{\partial\lambda}$ définit un morphisme du complexe C_λ .)

LEMME 1.- W est un $\underset{\sim}{C}_p[\lambda , \frac{1}{\lambda} , \frac{1}{\lambda - 1}]$-module différentiel libre de rang 2 . Une base pour ce module différentiel est

(2.1.1) $$\mathbf{w}_1(\lambda) = [F_\lambda(x)\ dx] , \quad \mathbf{w}_2(\lambda) = [F_\lambda(x)\ \frac{dx}{1 - x}] .$$

La matrice de dérivation pour cette base est

(2.1.2) $$U(\lambda) = \begin{bmatrix} \frac{-2}{\lambda} & \frac{-1/2}{\lambda} \\ \frac{5/2}{1 - \lambda} & \frac{-1}{1 - \lambda} \end{bmatrix} .$$

Ce module différentiel a trois singularités régulières, 0 , 1 et ∞ .

Remarque. – Le système différentiel d'ordre 1

$$\frac{d}{d\lambda} - U(\lambda) \tag{2.1.3}$$

est le système différentiel associé à ${}_2F_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \lambda)$.

(2.2) Structure de Frobenius forte d'ordre 1 . – Puisque

$$\frac{F_{\lambda^p}(x^p)}{F_\lambda(x)} \in \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda) ,$$

on montre, comme précédement, que l'on peut définir une action de Dwork du complexe de De Rham C_λ , dans le complexe de De Rham C_{λ^p} , où

$$(C_{\lambda^p}) \qquad 0 \longrightarrow F_{\lambda^p}(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda) \xrightarrow{d} F_{\lambda^p}(x)\ \mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)\ dx \longrightarrow 0 ,$$

et donc, par passage au quotient, il existe une application

$$\alpha(\lambda) : W_\lambda \longrightarrow W_{\lambda^p} . \tag{2.2.1}$$

Soit $B = B(0, 1^+) - (B(0, 1^-) \cup B(1, 1^-))$, et considérons l'algèbre de Banach $\mathcal{H}^\dagger(B)$ des fonctions analytiques p-adiques sur B surconvergentes.

DWORK a démontré ([Dw-2], [Dw-3]) que la matrice $A(\lambda)$ de l'application $\alpha(\lambda)$, relativement aux bases $(w_1(\lambda), w_2(\lambda))$ et $(w_1(\lambda^p), w_2(\lambda^p))$, a ses coefficients dans $\mathcal{H}^\dagger(B)$.

Considérons le module différentiel

$$W \otimes_{\mathbb{C}_p[\lambda, \frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\lambda-1}]} \mathcal{H}^\dagger(B)$$

comme un $\mathcal{H}^\dagger(B)$-module différentiel que l'on notera encore W .

Le fait que les coefficients de $A(\lambda)$ appartiennent à $\mathcal{H}^\dagger(B)$ peut s'exprimer de la façon suivante.

LEMME 2.– *W est un $\mathcal{H}^\dagger(B)$-module différentiel libre de rang 2 muni d'une structure de Frobenius forte d'ordre 1 .*

3. Interprétation des H_k à partir de la cohomologie associée aux puissances symétriques du module différentiel W .

(3.1) Puissances symétriques du module différentiel de l'opérateur différentiel hypergéométrique. – Soit $S_k(W)$ la k-ième puissance symétrique du $\mathcal{H}^\dagger(B)$-module différentiel W . On considère le complexe de De Rham D_k , où

$$(D_k) \qquad 0 \longrightarrow S_k(W) \xrightarrow{d} S_k(W)\ d\lambda \longrightarrow 0 .$$

LEMME 3.– *Soit un nombre entier k , $k \geqslant 1$. $S_k(W)$ est un $\mathcal{H}^\dagger(B)$-module différentiel libre de rang fini $k+1$, muni d'une structure de Frobenius forte d'ordre 1.*

<u>Démonstration</u>. - $S_k(W)$ a seulement trois singularités régulières 0 , 1 et ∞ puisque c'est le cas du $\mathcal{H}^\dagger(B)$-module différentiel W .

Puisque W admet une base

$$\theta_\lambda = \begin{bmatrix} w_1(\lambda) \\ w_2(\lambda) \end{bmatrix},$$

alors

$$v_\lambda = \begin{bmatrix} v_0(\lambda) \\ \vdots \\ v_k(\lambda) \end{bmatrix}$$

est une base de $S_k(W)$, où $\forall\ j$, $j = 0 , 1 , \dots , k$, $v_j = v_j(\lambda) = w_1^j(\lambda)\ w_2(\lambda)^{k-j}$.

Comme W est muni d'une structure de Frobenius forte, l'application $\alpha_k(\lambda)$

(3.1.1) $$\alpha_k(\lambda) : S_k(W_\lambda) \longrightarrow S_k(W_{\lambda^p})$$

produit tensoriel symétrique d'ordre k de l'application $\alpha(\lambda)$ est un isomorphisme.

La matrice $A_k(\lambda)$ de l'application $\alpha_k(\lambda)$ relativement aux bases v_λ et v_{λ^p} a donc ses coefficients dans l'espace $\mathcal{H}^\dagger(B)$. Cette matrice est dite <u>matrice de Frobenius</u>. Donc $S_k(W)$ est muni d'une structure de Frobenius forte d'ordre 1 .

(3.2) <u>Espace de cohomologie associé à</u> D_k . - On a d'une part $\mathrm{Ker}_{S_k(W)}\, d = \{0\}$.

D'autre part, comme $S_k(W)$ a seulement des singularités régulières 0 , 1 et ∞ , puisque c'est le cas pour W , on peut donc appliquer les résultats de Christol-Adolphson ([Ch-1], [Ad-1], [Ro-2]) pour en déduire que si $V_k = S_k(W)/dS_k(W)$ est l'espace de cohomologie associé à D_k , alors

$$\dim V_k = \operatorname{rang} S_k(W) \quad (\text{Nombre de trous de } B - 2\ )$$

où $\operatorname{rang} S_k(W) = k + 1$ et Nombre de trous de $B = 3$, ainsi

$$\dim V_k = (k + 1)(3 - 2) = k + 1 .$$

(3.3) <u>Application de Dwork sur le complexe</u> D_k . - Si

$$v = \begin{bmatrix} v_0 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix}$$

est une base de $S_k(W)$ et si $\underline{u} = (u_0 , \dots , u_k) \in (\mathcal{H}^\dagger(B))^{k+1}$, on définit les applications de Dwork (les inverses des applications de Frobenius à facteur p-près)

$$Dw_p^0 : S_k(W) \dashrightarrow S_k(W)$$

par

$$Dw_p^0 : \underline{u}.v \longmapsto p\ \Psi(\underline{u}\ A_k(\lambda)).v ,$$

et de même, on définit

$$Dw_p^1 : S_k(W)\, d\lambda \dashrightarrow S_k(W)\, d\lambda$$

par

$$Dw_p^1 : \underset{\sim}{u}.v \frac{d\lambda}{\lambda} \longmapsto \Psi(\underset{\sim}{u}\, A_k(\lambda)).v \frac{d\lambda}{\lambda}$$

avec Ψ l'opérateur [Dw-3] tel que

(3.3.1) $$\Psi(\xi)(Y) = \frac{1}{p} \sum_{t^p=Y} \xi(t) \; ;$$

ces deux applications ainsi définies ont la propriété $d \circ Dw_p^0 = Dw_p^1 \circ d$, par passage au quotient, ceci définit une application γ

(3.3.2) $$\gamma : V_k \dashrightarrow V_k$$

où $V_k = S_k(W)/dS_k(W)$.

PROPOSITION 1.

(3.3.3) $$\det(1 - T\gamma) = H_k(T) .$$

<u>Démonstration</u>. - Soit $\gamma : V_k \dashrightarrow V_k$ l'application définie en (3.3.2).

On sait que γ est un opérateur à trace, et d'après la formule de trace de Dwork ([Dw-2], [Se-1])

(3.3.4) $$\mathrm{Tr}(\gamma) = - \sum_{\substack{\lambda^p=\lambda \\ \lambda\neq 0,1}} \mathrm{Tr}(A_k(\lambda)) ,$$

et également

(3.3.5) $$\mathrm{Tr}(\gamma^j) = - \sum_{\substack{\lambda^{p^j}=\lambda \\ \lambda\neq 0,1}} \mathrm{Tr}(A_{k,(j)}(\lambda)) ,$$

où

(3.3.6) $$A_{k,(j)}(\lambda) = A_k(\lambda)\, A_k(\lambda^p) \ldots A_k(\lambda^{p^{j-1}}) .$$

Par ailleurs

(3.3.7) $$\det(1 - T\gamma) = \exp(- \sum_{j\geq 1} \mathrm{Tr}(\gamma^j) \frac{T^j}{j}) = \exp(- \sum (- \sum_{\substack{\lambda^{p^j}=\lambda \\ \lambda\neq 0,1}} \mathrm{Tr}(A_{k,(j)}(\lambda) \frac{T^j}{j})))$$

puisque, lorsque $\lambda^{p^s} = \lambda$

$$A_{k,(ns)}(\lambda) = [A_{k,(s)}(\lambda)]^n , \quad \forall n , \quad n = 1 , 2 , \ldots .$$

On déduit de (3.3.7),

$$(3.3.8)\qquad \det(1 - T\gamma) = \exp\Big(\sum_{s=1}^{\infty} \sum_{\substack{\mathrm{ord}\,\bar\lambda = s\\ \lambda = \mathrm{Teich}(\bar\lambda)\\ \bar\lambda \neq 0,1}} \mathrm{Tr}(A_{k,(ns)}(\lambda))\, \frac{T^{sn}}{sn}\Big)$$

ou encore

$$(3.3.9)\qquad \det(1 - T\gamma) = \prod_{s\geq 1} \prod_{\substack{\mathrm{ord}\,\bar\lambda = s\\ \lambda = \mathrm{Teich}(\bar\lambda)\\ \bar\lambda \neq 0,1}} \exp\Big[\frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{Tr}(A_{k,(s)}(\lambda))^n \frac{(T^s)^n}{n}\Big]$$

c'est-à-dire, compte tenu de (1.3.2),

$$(3.3.10)\qquad \det(1 - T\gamma) = \prod_{s\geq 1} \prod_{\substack{\mathrm{ord}(\bar\lambda) = s\\ \lambda = \mathrm{Teich}(\bar\lambda)\\ \bar\lambda \neq 0,1}} [\det(1 - T^s A_{k,(s)}(\lambda)]^{-1/s}$$

$$= \prod_{s\geq 1} \prod_{\substack{\mathrm{ord}(\bar\lambda) = s\\ \lambda = \mathrm{Teich}(\bar\lambda)\\ \bar\lambda \neq 0,1}} \Big[\prod_{j=0}^{k} (1 - \pi_1(\lambda)^j \pi_2(\lambda)^{k-j} T^s)\Big]^{-1/s} .$$

Ainsi $\det(1 - T\gamma) = H_k(T)$.

COROLLAIRE 1. - $H_k(T)$ <u>est un polynôme de degré</u> $k + 1$.

<u>Démonstration</u>. - En effet, γ est un isomorphisme de V_k , donc $\deg(H_k) = \dim V_k$, d'où le corollaire d'après (3.2)

4. Equation fonctionnelle.

(4.1) <u>Théorie duale</u>. - On note

$R_0^!$:= l'algèbre de Banach des fonctions analytiques dans la couronne $r < |x| < 1$ (r non précisé).

$R_1^!$:= l'algèbre de Banach des fonctions analytiques dans la couronne $r < |x - 1| < 1$ ($r < 1$ non précisé).

$R_\infty^!$:= l'algèbre de Banach des fonctions analytiques dans la couronne $1 < |x| < \frac{1}{r}$ ($r < 1$ non précisé).

On définit aussi $R'(B) = R_0^! \oplus R_1^! \oplus R_\infty^!$. On a

$$(4.1.1)\qquad \mathcal{H}^\dagger(B) \subset R_0^! ,\quad \mathcal{H}^\dagger(B) \subset R_1^! ,\quad \mathcal{H}^\dagger(B) \subset R_\infty^!$$

et par l'application

$$(4.1.2)\qquad \begin{array}{rcl} \mathcal{H}^\dagger(B) & \longrightarrow & R'(B) \\ \eta & \longmapsto & (\eta , \eta , \eta) \end{array}$$

l'algèbre $\mathcal{H}^\dagger(B)$ se plonge, diagonalement, dans $R'(B)$.

On considère le module différentiel sur $R'(B)$

(4.1.3) $$\hat{S}_k(W) := S_k(W) \otimes_{\mathcal{H}^\dagger(B)} R'(B)$$

et à partir du module différentiel

(4.1.4) $$S_k^t(W) := \mathrm{Hom}_{\mathcal{H}^\dagger(B)} (S_k(W) , \mathcal{H}^\dagger(B)) ,$$

dual de $S_k(W)$ (au-dessus de $\mathcal{H}^\dagger(B)$) , on construit l'espace

(4.1.5) $$\hat{S}_k^t(W) := S_k^t(W) \otimes_{\mathcal{H}^\dagger(B)} R'(B) ,$$

dual de $\hat{S}_k(W)$ (au-dessus de $R'(B)$).

Ainsi $\hat{S}_k(W)$ et $\hat{S}_k^t(W)$ sont deux $R'(B)$-modules différentiels libres de rangs finis égaux à $k + 1$.

On définit, comme en [Dw-3], la forme linéaire sur $R'(B)$ ("l'intégration sur le bord de B ").

Si $\xi \in R'(B)$ et $\xi = (\xi_0 , \xi_1 , \xi_\infty)$ avec $\xi_0 \in R'_0$, $\xi_1 \in R'_1$, $\xi_\infty \in R'_\infty$,

(4.1.6) $$\int_{\partial^\dagger B} \xi \, d\lambda := \mathrm{Rés}(\xi_0) + \mathrm{Rés}(\xi_1) + \mathrm{Rés}(\xi_\infty) ,$$

avec

$$\mathrm{Rés}(\xi_0) = a_{-1} \quad \text{si} \quad \xi_0 = \sum_{n\in \mathbb{Z}} a_n \lambda^n$$
$$\mathrm{Rés}(\xi_1) = a_{-1} \quad \text{si} \quad \xi_1 = \sum_{n\in \mathbb{Z}} a_n (1 - \lambda)^n$$
$$\mathrm{Rés}(\xi_\infty) = - a_{-1} \quad \text{si} \quad \xi_\infty = \sum_{n\in \mathbb{Z}} a_n \lambda^n .$$

D'après [Dw-3], l'intégration sur le bord de B nous permet le lemme suivant.

LEMME 4.

(i) La forme bilinéaire

$$R'(B) \times R'(B) \longrightarrow \mathbb{C}_p$$
$$(\xi , \eta) \longmapsto \int_{\partial^\dagger B} \xi\eta d\lambda$$

met en dualité $R'(B)$ avec lui-même

(ii) $\mathcal{H}^\dagger(B)$ est son propre polaire dans cette dualité

(4.2) Application symplectique. - On considère les complexes de De Rham D_k^t et $\hat{D}_k^t$ où

$$(D_k^t) \qquad 0 \longrightarrow S_k^t(W) \xrightarrow{d} S_k^t(W)\, d\lambda \longrightarrow 0$$

et

$$(\hat{D}_k^t) \qquad 0 \longrightarrow \hat{S}_k^t(W) \xrightarrow{d} \hat{S}_k^t(W)\, d\lambda \longrightarrow 0 .$$

On met en dualité $\hat{S}_k(W)$ et $\hat{S}^t_k(W)\, d\lambda$ par la dualité notée $\langle\ ,\ \rangle$

$$(4.2.1)\qquad \begin{aligned} S_k(W) \times S^t_k(W)\, d\lambda &\dashrightarrow \underset{\sim}{C}_p \\ (\eta\ ,\ \eta^* d\lambda) &\longmapsto \int_{\partial^+ B} \langle \eta\ ,\ \eta^* \rangle\, d\lambda\ . \end{aligned}$$

On met aussi en dualité $\hat{S}_k(W)\, d\lambda$ et $\hat{S}^t_k(W)$ par la dualité, notée encore $\langle\ ,\ \rangle$,

$$(4.2.2)\qquad \begin{aligned} \hat{S}_k(W)\, d\lambda \times \hat{S}^t_k(W) &\dashrightarrow \underset{\sim}{C}_p \\ (\xi d\lambda\ ,\ \xi^*) &\longmapsto \int_{\partial^+ B} \langle \xi\ ,\ \xi^* \rangle\, d\lambda\ . \end{aligned}$$

Il résulte du lemme 4 que $S^t_k(W)\, d\lambda$ est l'espace polaire de $S_k(W)$ pour la dualité (4.2.1), donc l'espace dual de $S_k(W)$ peut s'identifier à l'espace

$$\hat{S}^t_k(W)\, d\lambda / S_k(W)\, d\lambda\ .$$

Egalement, l'espace dual de $S_k(W)\, d\lambda$ peut s'identifier à l'espace $\hat{S}^t_k(W)/S_k(W)$.

Il est clair que, dans cette dualité, la transposée de la différentiation d est $-\,d$. Comme d envoie $S^t_k(W)$ dans $S^t_k(W)\, d\lambda$, on peut définir, par passage au quotient, l'application

$$\bar{d} : \hat{S}^t_k(W)/S^t_k(W) \dashrightarrow \hat{S}^t_k(W)\, d\lambda / S^t_k(W)\, d\lambda\ .$$

On a observé que dans la dualité définie ci-dessus, la transposée de d est $-\,d$. Il en résulte que dans cette dualité K_k := noyau de $\bar{d}$ s'identifie avec l'espace dual de l'espace $V_k := S_k(W)\, d\lambda / d\, S_k(W)$, car $d\, S_k(W)$ est fermé dans $S_k(W)\, d\lambda$.

Le diagramme commutatif suivant (dont les colonnes sont exactes)

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & & 0 & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \dashrightarrow & S^t_k(W) & \xrightarrow{d} & S^t_k(W)\, d\lambda & \dashrightarrow & 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \dashrightarrow & \hat{S}^t_k(W) & \xrightarrow{d} & \hat{S}^t_k(W)\, d\lambda & \dashrightarrow & 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \dashrightarrow & \hat{S}^t_k(W)/S^t_k(W) & \xrightarrow{\bar{d}} & \hat{S}^t_k(W)\, d\lambda/S^t_k(W)\, d\lambda & \dashrightarrow & 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & & 0 & & 0 & &
\end{array}$$

peut être interprété comme une suite exacte de complexes.

La suite exacte longue de cohomologie s'écrit

$$(4.2.3)\quad 0 \dashrightarrow \mathrm{Ker}_{S^t_k(W)}\, d \dashrightarrow \mathrm{Ker}_{\hat{S}^t_k(W)}\, d \dashrightarrow K_k \xrightarrow{d} V^t_k \dashrightarrow \hat{V}^t_k \dashrightarrow \mathrm{CoKer}\, \bar{d} \dashrightarrow 0$$

l'application $\hat{d}$ est appelée <u>application symplectique</u>.

On en déduit la suite exacte

(4.2.4) $$0 \longrightarrow \mathrm{Ker}_{\hat{S}^t_k(W)}\, d \longrightarrow \mathrm{Ker}_{\hat{S}^t_k(W)}\, d \longrightarrow \mathrm{Ker}\, \hat{d} \longrightarrow 0\ .$$

Nous savons que $\mathrm{Ker}_{S^t_k(W)}\, d = \{0\}$, et donc

(4.2.5) $$\mathrm{Ker}\, \hat{d} \simeq \mathrm{Ker}_{\hat{S}^t_k(W)}\, d\ .$$

Déterminer $\mathrm{Ker}_{\hat{S}^t_k(W)}\, d$ équivaut à la détermination des solutions dans $R'(B)$ du produit symétrique d'ordre k de l'opérateur différentiel

$$\ell = \frac{d^2}{d\lambda^2} + \frac{1 - 2\lambda}{\lambda(1-\lambda)}\frac{d}{d\lambda} - \frac{1}{4\lambda(1-\lambda)}$$

associé à la fonction hypergéométrique $F(\lambda) = {}_2F_1(\tfrac{1}{2}\,,\ \tfrac{1}{2}\,,\ 1\,,\ \lambda)$.

On note

(4.2.6) $$F(\lambda) := \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{(\frac{1}{2})_j}{j\,!}\right)^2 \lambda^j$$

(4.2.7) $$B(\lambda) := -\,2 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{(\frac{1}{2})_j}{j\,!}\right)^2 \left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \dots + \tfrac{1}{j}\right) \lambda^j$$

et ℓ_k l'opérateur différentiel produit symétrique d'ordre k de l'opérateur différentiel ℓ .

Comme en [Ad-1] et [Dw-1], on a clairement

$$\mathrm{Ker}_{R'(B)}\, \ell_k = \mathrm{Ker}_{R'_0}\, \ell_k \oplus \mathrm{Ker}_{R'_1}\, \ell_k \oplus \mathrm{Ker}_{R'_\infty}\, \ell_k$$

et donc

$$\dim \mathrm{Ker}_{R'(B)}\, \ell_k = \dim \mathrm{Ker}_{R'_0}\, \ell_k + \dim \mathrm{Ker}_{R'_1}\, \ell_k + \dim \mathrm{Ker}_{R'_\infty}\, \ell_k\ .$$

LEMME 5.

$$\dim \mathrm{Ker}\, \hat{d} = \dim \mathrm{Ker}_{R'(B)}\, \ell_k = \begin{cases} 2 & \underline{\text{si}}\ \ k\ \ \underline{\text{impair}} \\ 3 & \underline{\text{si}}\ \ k\ \ \underline{\text{pair}}. \end{cases}$$

<u>Démonstration.</u> – On sait que l'opérateur différentiel ℓ , où

$$\ell = \frac{d^2}{d\lambda^2} + \frac{1 - 2\lambda}{\lambda(1-\lambda)}\frac{d}{d\lambda} - \frac{1}{4\lambda(1-\lambda)}$$

admet comme base de solutions $\{F(\lambda)\ ,\ G(\lambda)\}$ où

$$F(\lambda) = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{(\frac{1}{2})_j}{j!}\right)^2 \lambda^j$$

$$G(\lambda) = F(\lambda) \log \lambda - B(\lambda)$$

où $B(\lambda)$ est définie en (4.2.7).

Alors une base de l'espace des solutions de l'opérateur différentiel $\mathcal{L}_k$ est donnée par $\{G^k F^{k-j}\}$, $j = 0, 1, \ldots, k$.

Ainsi toute solution $g(\lambda)$ de l'opérateur différentiel $\mathcal{L}_k$ est de la forme

(4.2.8) $$g(\lambda) = \sum_{j=0}^{k} C_j[F^k(\log \lambda)^j + \sum_{s=0}^{j-1} B_s(\lambda)(\log \lambda)^s] .$$

On voit que $g \in R_0'$ si, et seulement si, $C_j = 0$ pour $j \geqslant 1$, et donc les solutions de $\mathcal{L}_k$ dans R_0' sont les multiples de F^k. Par conséquent,

(4.2.9) $$\dim \mathrm{Ker}_{R_0'} \mathcal{L}_k = 1 .$$

Du fait que l'opérateur différentiel $\mathcal{L}$ est stable par l'action $\lambda \mapsto 1 - \lambda$, on en déduit que la seule solution de $\mathcal{L}_k$ dans R_1' est $F(1-\lambda)^k$ et donc

(4.2.10) $$\dim \mathrm{Ker}_{R_1'} \mathcal{L}_k = 1 .$$

Du fait que $v(\lambda) = \lambda^{-\frac{1}{2}} F(\frac{1}{\lambda})$ est solution de l'opérateur différentiel $\mathcal{L}$ au voisinage de l'infini, et du fait que

$$u(\lambda) \equiv \lambda^{p-1/2}\, u(\tfrac{1}{\lambda}) \quad (\text{modulo } p) .$$

On trouve que,

si k est pair, $\lambda^{-k/2} F^k(\frac{1}{\lambda})$ est solution de $\mathcal{L}_k$ dans R_∞',

si k est impair, la seule solution de $\mathcal{L}_k$ dans R_∞' est la solution identiquement nulle.

Donc

(4.2.11) $$\dim \mathrm{Ker}_{R_\infty'} \mathcal{L}_k = \begin{cases} 1 & \text{si } k \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } k \text{ est impair} . \end{cases}$$

Alors de (4.2.9), (4.2.10) et (4.2.11), on déduit le lemme 5.

(4.3) <u>Action de Frobenius et de Dwork sur le complexe</u> $\hat{D}_k$. – Du fait que le module différentiel $S_k(W)$ est muni d'une structure de Frobenius forte d'ordre 1 (§ 3.3) et du fait que B est invariant par l'action de Frobenius, on peut définir les applications de Frobenius et de Dwork sur le complexe de De Rham $\hat{D}_k$

$$(\hat{D}_k) \qquad 0 \longrightarrow \hat{S}_k(W) \xrightarrow{d} \hat{S}_k(W)\, d\lambda \longrightarrow 0 .$$

Pour la dualité entre les complexes $(\hat{D}_k)$ et $(\hat{D}_k^t)$ définie au § 4.2, on trouve que les applications de Frobenius et de Dwork sont transposées l'une de l'autre.

Précisément on a le résultat suivant [Dw-3].

LEMME 6. - Si $\xi \in \hat{S}_k(W)$ et $\xi^* \in \hat{S}_k^t(W)$, on a

(4.3.1) $$\int_{\partial^\dagger B} \langle \mathrm{Frob}_p^0(\xi), \xi^* d\lambda\rangle = \int_{\partial^\dagger B} \langle \xi , \mathrm{Dw}_p^1(\xi^* d\lambda)\rangle$$

(4.3.2) $$\int_{\partial^\dagger B} \langle \mathrm{Frob}_p^1(\xi d\lambda) , \xi^*\rangle = \int_{\partial^\dagger B} \langle \xi d\lambda , \mathrm{Dw}_p^0(\xi^*)\rangle$$

(4.3.3) $$\int_{\partial^\dagger B} \langle \mathrm{Dw}_p^0(\xi) , \xi^* d\lambda\rangle = \int_{\partial^\dagger B} \langle \xi , \mathrm{Frob}_p^1(\xi^* d\lambda)\rangle$$

(4.3.4) $$\int_{\partial^\dagger B} \langle \mathrm{Dw}_p^1(\xi d\lambda) , \xi^*\rangle = \int_{\partial^\dagger B} \langle \xi d\lambda , \mathrm{Frob}_p^0(\xi^*)\rangle$$

(4.4) Equation fonctionnelle. - Comme le module $F_\lambda(x)\,\mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)$ est canoniquement isomorphe à son module dual $F_\lambda^{-1}(x)\,\mathcal{H}^\dagger(A_\lambda)$, il en résulte que l'application symplectique ([Dw-3] § 2.5) définit un isomorphisme τ entre le module différentiel W_λ^t , dual de W_λ , et W_λ

(4.4.1) $$\tau : W_\lambda^t \longrightarrow W_\lambda .$$

Cet isomorphisme définit aussi un isomorphisme entre $W_{\lambda^p}^t$ et W_{λ^p} que nous noterons encore τ .

Par dualité, on déduit de l'isomorphisme $\alpha(\lambda)$, défini en (2.2.3), un isomorphe $\beta^*(\lambda)$,

$$\beta^*(\lambda) : W_\lambda^t \longrightarrow W_{\lambda^p}^t$$

et l'on a (d'après [Dw-3], Théorème 4.7)

(4.4.2) $$\tau \circ \beta^*(\lambda) = \frac{1}{p}\,\alpha(\lambda) \circ \tau .$$

Si l'on considère maintenant le produit tensoriel symétrique d'ordre k, $S_k(W_\lambda)$, on a l'isomorphisme $\delta_k = S_k(\tau)$,

$$\delta_k : S_k^t(W_\lambda) = S_k(W_\lambda^t) \longrightarrow S_k(W_\lambda)$$

et de même entre $S_k^t(W_{\lambda^p})$ et $S_k(W_{\lambda^p})$.

On vérifie facilement que $\alpha_k = S_k(\alpha)$ et $\beta_k^* = S_k(\beta^*)$ se correspondent encore par dualité, et de la relation (4.4.2) on déduit

(4.4.3) $$\delta_k \circ \beta_k^* = \frac{1}{p^k}\,\alpha_k \circ \delta_k .$$

De (4.4.3) et de la définition de l'application de Frobenius sur $S_k^t(W)$ découle immédiatement le lemme suivant.

LEMME 7.

$$\begin{tikzcd} S_k^t(W) \arrow[r, "\delta_k"] \arrow[d, "\mathrm{Frob}_p^0"'] & S_k(W) \arrow[d, "\mathrm{Frob}_p^0"] \\ S_k^t(W) \arrow[r, "\delta_k"] & S_k(W) \end{tikzcd}$$

le diagramme ci-dessus est commutatif à un facteur p^k-près, c'est-à-dire

(4.4.4) $$\delta_k \circ \mathrm{Frob}_p^0 = p^k \, \mathrm{Frob}_p^0 \circ \delta_k \, .$$

Au § 3.3, on a défini l'application $\gamma : V_k \to V_k$ comme l'application induite par l'action Dw_p sur le complexe D_k. Si l'on note β l'application sur V_k induite par l'action Frob_p sur le complexe D_k, on a

(4.4.5) $$\gamma \circ \beta = p \text{ Identité.}$$

Par passage au quotient, δ_k définit l'isomorphisme

(4.4.6) $$\delta : V_k^t \to V_k \, ,$$

où $V_k^t := S_k^t(W) \, d\wedge/d \, S_k^t(W)$.

Donc le lemme 7 entraîne le corollaire suivant.

COROLLAIRE 2.

$$\begin{tikzcd} V_k^t \arrow[r, "\delta"] \arrow[d, "\gamma^t"'] & V_k \arrow[d, "\gamma"] \\ V_k^t \arrow[r, "\delta"] & V_k \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} V_k^t \arrow[r, "\delta"] \arrow[d, "\beta^t"'] & V_k \arrow[d, "\beta"] \\ V_k^t \arrow[r, "\delta"] & V_k \end{tikzcd}$$

les diagrammes ci-dessus sont commutatifs à facteur p^k-près, c'est-à-dire qu'on a

(4.4.7) $$\begin{cases} \delta \circ \gamma^t = p^k \, \gamma \circ \delta \\ \delta \circ \beta^t = p^{-k} \, \beta \circ \delta \, . \end{cases}$$

Comme $S_k^t(W)$ est stable par Frob_p^0 et Dw_p^0, on obtient encore, par passage au quotient, des endomorphismes

$$\hat{S}_k^t(W)/S_k^t(W) \xrightarrow{\overline{Dw}_p^0} \hat{S}_k^t(W)/S_k^t(W)$$

et

$$\hat{S}_k^t(W)/S_k^t(W) \xrightarrow{\overline{\mathrm{Frob}}_p^0} \hat{S}_k^t(W)/S_k^t(W) \, .$$

Puisque Dw_p et Frob_p sont des morphismes de complexes alors $K_k := \mathrm{Ker}\, \bar{d}$ est stable pour les applications $\overline{Dw}_p^0$ et $\overline{\mathrm{Frob}}_p^0$.

Nous noterons ces endomorphismes de K_k, γ^* et β^* respectivement.

Le lemme suivant découle de [Ro-3] § 5.5 et du corollaire 2.

LEMME 8.

$$\begin{tikzcd} K_k \arrow[r, "\hat{d}"] \arrow[d, "\gamma^*"'] & V_k^t \arrow[r, "\delta"] \arrow[d, "\gamma^t"] & V_k \arrow[d, "p^{-k}\gamma"] \\ K_k \arrow[r, "\hat{d}"] & V_k^t \arrow[r, "\delta"] & V_k \end{tikzcd}$$

<u>et</u>

$$\begin{tikzcd} K_k \arrow[r, "\hat{d}"] \arrow[d, "\beta^*"'] & V_k^t \arrow[r, "\delta"] \arrow[d, "\beta^t"] & V_k \arrow[d, "p^{k}\beta"] \\ K_k \arrow[r, "\hat{d}"] & V_k^t \arrow[r, "\delta"] & V_k \end{tikzcd}$$

<u>sont commutatifs</u>.

Mais du lemme 8, il découle tout de suite le corollaire suivant.

COROLLAIRE 3.

β <u>et</u> γ <u>sont stables sur</u> $\mathrm{Im}\ \delta \circ \hat{d}$

β^* <u>et</u> γ^* <u>sont stables sur</u> $\mathrm{Ker}\ \delta \circ \hat{d}$.

On a vu au § 4.2 que $\hat{d}$ et $\delta \circ \hat{d}$ ne sont pas bijectives. Néanmoins $\delta \circ \hat{d}$ établit un isomorphisme entre $K_k/\mathrm{Ker}\ \hat{d}$ et $\mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})$. De plus, on vérifie facilement que, dans la dualité entre K_k et V_k , $\mathrm{Ker}\ \hat{d}$ est le polaire de $\mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})$.

Notons $\bar{\beta}^*$ l'application déduite de β^* par passage au quotient sur $K_k/\mathrm{Ker}\ \hat{d}$. Il résulte du lemme 6 et de la remarque précédente que $\bar{\beta}^*$ est l'application transposée de l'application $\gamma \mid \mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})$. Ces deux applications ont donc même polynôme caractéristique et donc

$$\tilde{H}_k(T) = \det(1 - T\bar{\beta}^*) = \det(1 - T\gamma \mid \mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})) . \tag{4.4.8}$$

D'après le lemme 8,

$$\det(1 - T\beta^*) = \det(1 - Tp^k\beta \mid \mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})) . \tag{4.4.9}$$

Compte tenu du fait que $\gamma \circ \beta = p$ Identité, on obtient

$$\begin{aligned} \tilde{H}_k(T) &= \det(1 - T\bar{\beta}^*) = \det(1 - T\gamma \mid \mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})) \\ &= \det(1 - T\gamma \mid \mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})) \det(1 - p^{-1}T^{-1}\beta \mid \mathrm{Im}(\delta \circ \hat{d})) \\ &= CT^\rho \det(1 - p^{-k-1}T^{-1}\beta^*) = CT^\rho\, \tilde{H}_k\left(\frac{1}{p^{k+1}T}\right) \end{aligned}$$

où C est une constante, et

$$\rho = \deg \tilde{H}_k = \dim V_k - \dim \mathrm{Ker}\ \hat{d} = k + 1 - \begin{cases} 3 & \text{si } k \text{ pair} \\ 2 & \text{si } k \text{ impair.} \end{cases}$$

Posons $P_k(T) = \det(1 - T\beta^* \mid \mathrm{Ker}\ \hat{d})$. On a donc $H_k(T) = P_k(T)\,\tilde{H}_k(T)$, où $\tilde{H}_k(T)$ vérifie l'équation fonctionnelle

$$\tilde{H}_k(T) = CT^\rho\, \tilde{H}_k\left(\frac{1}{p^{k+1}T}\right) .$$

Nous allons déterminer le facteur trivial P_k .

(4.5) Facteur trivial. – Il s'agit de trouver les valeurs propres de l'opérateur de Frobenius β^* agissant dans $\operatorname{Ker} \hat{d}$. Or nous savons déjà au § 4.2 que

$$\operatorname{Ker} \hat{d} \simeq \operatorname{Ker}_{\hat{S}_k^t(W)} d \simeq \operatorname{Ker}_{R'(B)} \mathcal{L}_k \simeq \operatorname{Ker}_{R'_0} \mathcal{L}_k \oplus \operatorname{Ker}_{R'_1} \mathcal{L}_k \oplus \operatorname{Ker}_{R'_\infty} \mathcal{L}_k .$$

On a vu que $\operatorname{Ker}_{R'_0} \mathcal{L}_k$ était engendré par $F(\lambda)^k$. Il en résulte de [Dw-2], formule (6.2.8), que $F(\lambda)$ est vecteur propre associé à la valeur propre $(-1)^{(p-1)/2}$, et donc $F(\lambda)^k$ est vecteur propre associé à la valeur propre $(-1)^{k(p-1)/2}$. On a vu que $\operatorname{Ker}_{R'_1} \mathcal{L}_k$ était engendré par $F(1-\lambda)^k$. Il résulte de [Ad-1] que $F(1-\lambda)$ est vecteur propre associé à la valeur propre 1 , donc $F(1-\lambda)^k$ est vecteur propre associé à la valeur propre 1 également. Enfin on a vu que $\operatorname{Ker}_{R'_\infty} \mathcal{L}_k$ était engendré par $\lambda^{-k/2} F(\frac{1}{\lambda})^k$ pour k pair (et $\operatorname{Ker}_{R'_\infty} \mathcal{L}_k = \{0\}$ pour k impair) et encore en suivant [Ad-1], on trouve que $\lambda^{-k/2} F(\frac{1}{\lambda})^k$ est vecteur propre associé à la valeur propre 1 .

Finalement on obtient

$$P_k(T) = \begin{cases} (1-(-1)^{k(p-1)/2}\, T)(1-T)^2 & \text{si } k \text{ pair} \\ (1-(-1)^{k(p-1)/2}\, T)(1-T)^2 & \text{si } k \text{ impair.} \end{cases}$$

BIBLIOGRAPHIE

[Ad-1] ADOLPHSON (A.). – A p-adic theory of Hecke polynomials, Duke Math. J., t. 43, 1976, p. 115-145.

[Ad-2] ADOLPHSON (A.). – An index theorem for p-adic differential operators, Trans. Amer. math. Soc., t. 216, 1976, p. 279-293.

[Am-1] AMICE (Y.). – Les nombres p-adiques. – Paris, Presses universitaires de France, 1975 (Collection SUP, "Le Mathématicien", 14).

[Ch-1] CHRISTOL (G.). – Un théorème de transfert pour les disques singuliers réguliers, "Cohomologie p-adique", Astérisque n° 119-120, 1984, p. 151-168.

[Dw-1] DWORK (B.). – On Hecke polynomials, Invent. Math., Berlin, t. 12, 1971, p. 249-256.

[Dw-2] DWORK (B.). – p-Adic cycles. – Paris, Presses universitaires de France, 1969 (Institut des hautes Etudes scientifiques. Publications mathématiques, 37, p. 27-116.

[Dw-3] DWORK (B.). – Lectures on p-adic differential equations. – New York, Heidelberg, Berlin, Springer-Verlag, 1982 (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 253).

[Ih-1] IHARA (Y.). – Hecke polynomials as congruence ζ functions in elliptic modular case, Annals of Math., Series 2, t. 85, 1967, p. 267-295.

[Ro-1] ROBBA (P.). - Index of p-adic differential operators III. Applications to twisted exponential sums, "Cohomologie p-adique", Astérisque n° 119-120, 1984, p. 191-266.

[Ro-2] ROBBA (P.). - Indice d'un opérateur différentiel IV, Cas des systèmes. Mesure de l'irrégularité dans un disque, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, t. 35, 1985, fasc. 2, p. 13-55.

[Ro-3] ROBBA (P.). - Une introduction naive aux cohomologies de Dwork, Mémoires de la Soc. math. France (à paraître).

[Ro-4] ROBBA (P.). - Cohomologie p-adique et fonctions L . Cours de D. E. A., Université Paris-XI, Orsay, 1982/83.

[Se-1] SERRE (J.-P.). - Endomorphismes complètement continus des espaces de Banach p-adiques. - Paris, Presses universitaires de France, 1962 (Institut des hautes Etudes scientifiques. Publications mathématiques, 12).