D. E. MENCHOV

Impressions sur mon voyage à Paris en 1927

Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques 1re série, tome 6 (1985), p. 55-59
<http://www.numdam.org/item?id=CSHM_1985__6__55_0>

Impressions sur mon voyage à Paris en 1927

par D. E. Menchov[1]

A.P. Y.- Quelles sont vos impressions au sujet du voyage à Paris que vous venez de rappeler ?

D.E. M.- Je suis allé à Paris en janvier 1927, pour un an, en qualité de boursier de la Fondation Rockefeller[2]. Ces bourses étaient allouées par un comité scientifique à un chercheur de moins de 35 ans ; j'en avais alors 34. Le montant de cette bourse était de 100 dollars par mois, ce qui était tout à fait suffisant pour vivre : à cette époque, le dollar n'était pas aussi dévalué que maintenant. A Paris, je logeais dans un petit hôtel, *Parisiana*[3], proche du Panthéon, au numéro 4 de la rue Tournefort. N.N. Lusin, qui y descendait habituellement[4], m'avait recommandé cette pension. M.A. Lavrentiev, arrivé peu de temps après moi pour un bref séjour, y logeait également, ainsi que N.N. Lusin et sa femme qui arrivèrent au printemps de la même année[5].

Dès mon arrivée à Paris, je rendis visite à A. Denjoy, avant de rencontrer les autres mathématiciens. Il m'assura qu'il connaissait bien mes travaux et nous eûmes tout de suite des relations amicales. A. Denjoy était très ami avec N.N. Lusin. A cette époque, d'ailleurs, ce mathématicien français de talent faisait peu de recherches.

Dès lors, je suivis régulièrement le célèbre séminaire de J. Hadamard au Collège de France. Là, on faisait des exposés sur des questions les plus diverses des mathématiques et de leurs applications, dont on discutait ensuite. Par exemple, un chercheur français y fit une communication sur les travaux de E. Schrödinger en mécanique quantique. Personnellement, je fis deux exposés sur mes travaux dans ce séminaire - sur la théorie des représentations conformes[6] et sur la théorie des séries orthogonales. Je me rendis compte, à cette occasion, qu'Hadamard connaissait mal la théorie des fonctions moderne : il me demanda de rappeler la définition de la mesure d'un ensemble[7]. Il ne faut pas faire de reproche à Hadamard pour cela : il avait alors 62 ans[8], et il continuait les travaux scientifiques dans les domaines classiques de l'analyse qu'il avait choisis avant. J'ai rencontré P. Montel, qui s'intéressait à la théorie des fonctions de variable complexe ; mais, en fait, il avait davantage de contacts avec M.A. Lavrentiev, en raison d'intérêts scientifiques communs. Bien entendu, je rendis visite aussi à E. Borel et à H. Lebesgue, mais ni l'un ni l'autre ne faisaient plus de travaux de recherche ; je vis également Fréchet, dont les travaux étaient très éloignés de mes préoccupations. Comme on dit, tout cela se résumait à des visites de courtoisie. Durant un certain temps, j'allais suivre les cours de géométrie différentielle de E. Cartan. Mais ce domaine était très éloigné de ce que je faisais, d'autant plus que j'étais arrivé au milieu de l'année universitaire, la moitié du cours étant déjà faite. En revanche, je réussis à me procurer les notes des leçons de Cartan, que j'ai communiquées à Moscou au professeur S.P. Finikov, qui en publia la traduction. A Paris, j'ai surtout beaucoup travaillé, lu les nouvelles publications et réuni les matériaux pour une série d'articles.

N.N. Luzin, sa femme, moi-même et N.K. Bari, alors arrivée en France, nous avons passé une partie de l'été 1927 à l'île d'Oléron, où A. Denjoy nous avait invités avec sa famille. Comme je l'ai déjà dit, Denjoy et Luzin étaient liés par une amitié et une profonde estime réciproque. D'autres mathématiciens français avaient aussi beaucoup d'estime pour Luzin ; par exemple Hadamard, ou Lebesgue comme on peut le voir dans sa préface à l'édition française du livre de Luzin sur la théorie des A-ensembles[9].

NOTES DE LA RÉDACTION

1 Nous publions, avec l'aimable autorisation de A.P. Youchkevitch, un extrait de l'interview que D.E. Menchov a accordé à A.P. Youchkevitch en mars 1980 et qui a été publié sous le titre Воспоминания о молодых годах и о возникновении московской школы теории функций, p.312-333 du t.27(1983) des Историко-математические Исследования.

La traduction est de Colette Casamatta.

D.E. Menchov avait donné, dans un mémoire publié en 1916, le premier exemple d'un ensemble parfait de mesure nulle non dénombrable et qui n'est pas un ensemble d'unicité d'une série trigonométrique. En effet, Menchov avait montré (p.435 de *Sur l'unicité du développement trigonométrique*, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, t.163 (1916), p.433-436) l'existence d'une série trigonométrique convergente vers zéro dans $[0,2\pi]$, sauf sur un ensemble parfait de mesure nulle, et possédant une infinité de coefficients non nuls. Il en résultait (p.436) que si une fonction admet un développement en série trigonométrique convergeant vers elle presque partout, alors elle admet une infinité de développements trigonométriques de cette nature.

D.E. Menchov énonce et démontre en 1923 (*Sur les séries de fonctions orthogonales*, Fundamenta Math., t.4(1923), p.82-105) un théorème qui est le critère le plus important, et auquel se ramènent la plupart des autres, sur la convergence des séries orthogonales. Soit f_n , $n > 0$, une suite de fonctions réelles définies dans $[a,b]$ et telles que

$$\int_a^b [f_n(x)]^2\,dx = 1 \quad \text{et} \quad \int_a^b f_m(x).f_n(x)\,dx = 0 \quad \text{si} \quad m \neq n\ .$$

Si la série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2\,(\mathrm{Log}\ n)^2$$

converge, alors la série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n\,f_n(x)$$

converge presque partout dans l'intervalle $[a,b]$. D.E. Menchov démontre en outre (p.89) que si $w(n)$ est une fonction positive telle que $w(n) = o[(\mathrm{Log}\ n)^2]$, alors il existe toujours une suite orthogonale de fonctions f_n définies dans $[0,1]$ telle que la série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n\,f_n(x)$$

diverge dans $[0,1]$, bien que la série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 \, w(n)$$

converge. D.E. Menchov étend en 1925 ces résultats aux procédés de sommation de Cesaro (*Sur la sommation des séries de fonctions orthogonales*, Comptes Rendus, t.180(1925), p.2011-2013), avant de les appliquer aux procédés de sommation les plus généraux (*Sur les séries de fonctions orthogonales*, Fundamenta math., t.8(1926), p.56-108 ; t.10(1927), p.375-420).

2 Voir la lettre de N. Lusin à A. Denjoy du 30 septembre 1926 (p.186 de *Nicolas Lusin : Lettres à Arnaud Denjoy*, Archives Internationales d'Histoire des Sciences, t.27(1977), p.179-206).

3 Cet hôtel existe encore aujourd'hui.

4 Voir p.182 de l'article cité dans la note 2.

5 Voir p.190 de *Nicolas Lusin : Lettres à Arnaud Denjoy.*

6 *Sur la représentation conforme des domaines plans* (Math. Annalen, t.95(1926), p.641-670).

7 Nous avouons que ce passage de l'interview nous rend perplexe.

A. Weil écrit dans son *Commentaire* à ses *Oeuvres scientifiques*, vol.I, p.522, New York(Springer-Verlag), 1980, à propos de sa note de 1926 *Sur les surfaces à courbure négative* :

"Cette note fut suggérée par un exposé entendu au séminaire d'Hadamard au Collège de France ; je suis heureux de trouver là une occasion, ou du moins un prétexte, pour dire quelques mots de ce séminaire auquel je dois une si grande part de ma formation mathématique.

Quand j'étais normalien, et bien des années après, il n'y avait pas d'autre "séminaire" à Paris, en mathématique du moins, que celui d'Hadamard au Collège de France, intitulé simplement, je crois, "Analyse de mémoires", et consacré en principe, mais sans exclusivité, aux publications récentes. Les exposés étaient répartis en début d'année par Hadamard qui pour cela réunissait ses collaborateurs chez lui, dans le bureau-bibliothèque de sa maison rue Jean-Dolent. Le choix des sujets était des plus éclectiques, le désir d'Hadamard étant que son séminaire offrît un panorama le plus étendu possible des mathématiques contemporaines. Aux séances du séminaire, qui en ce temps étaient hebdomadaires, c'était pour Hadamard qu'on parlait ; il comprenait tout, pourvu que ce fût bien expliqué. Au besoin, il intervenait pour réclamer des éclaircissements, souvent aussi pour en fournir lui-même à l'auditoire. Quiconque faisait l'exposé, jeune débutant ou mathématicein chevronné, était traité en égal ; jamais Hadamard ne semblait conscient de sa supériorité; mais il arrivait souvent qu'il y eût plus à apprendre de ses commentaires que de l'exposé même. Je n'ai rencontré nulle part ailleurs l'équivalent de cette institution qui a joué un si grand rôle dans mon éducation mathématique, et, je pense, dans celle de mes contemporains."

M. Fréchet écrit à P. Lévy, le 30 juillet 1965, à propos de sa contribution au développement de la topologie générale(p.55 des *Lettres à Paul Lévy*, Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques, t.1(1980), p.51-67) :

"En réalité (et conformément au desiderata formulé par Hadamard), ce sont les notions de limite, de voisinage, etc. que j'ai essayé de généraliser."

Est-il utile de citer les *Cinq lettres sur la théorie des ensembles* (Bull. Soc. Math. France, t.33(1905), p.261-273) pour conclure qu'au début du XX^e siècle J. Hadmard était un des mathématiciens le plus au courant de la "théorie des ensembles", c'est-à-dire de la topologie générale et de la logique mathématique.

D'ailleurs, dans ce même numéro des *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématique*, S. Mandelbrojt témoigne du savoir mathématique d'Hadamard à cette époque.

8 J. Hadamard est né le 8 décembre 1865.

9 N. Lusin, *Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications*, Paris(Gauthier-Villars), 1930. Ce livre a été traduit en russe en 1953.

Sur D.E. Menchov, voir aussi : A.N. Kolmogorov, S.M. Nikol'skii, V.A. Skvortsov, P.L. Ul'yanov, *Dmitrii Evgen'evich Men'shov (on his ninetienth birthday)* (Russian Mathematical Surveys, 37(1982), n° 5, 202-215).